

静止流体中で回転する円筒まわりの乱流のコリオリ力の効果

植 木 良 昇* 宮下 准**

Effects of Coriolis Force on Turbulent Flow on a Rotating Cylinder in a Quiescent Fluid

UEKI Yoshinori and MIYASHITA Jun

The behavior of the turbulent flow on a rotating cylinder in a quiescent fluid is dominantly influenced by the Coriolis forces due to the system rotation. Though some studies have been performed in the stationary state, the resultant effects due to the Coriolis force in the rotational frame of reference have been scarcely researched. In the present study the velocity and turbulent intensity are measured on the rotating system.

It is shown that similarity theory support the scaling law at least as much as Barenblatt support the logarithmic law, while the experimental evidence supports the scaling law. According to the Kolmogorov hypothesis, if the Reynolds number is sufficiently large, the energy spectrum shows the form $E(f) \sim f^{-5/3}$. However, in the present flow the power-law exponent is smaller than 5/3. The probability density function has a nearly Gaussian profile in the near wall region and it shows a rather positively skewed distribution in the outer layer.

キーワード：コリオリ力, 境界層, スペクトル, 確率, 乱れ

1. ま え が き

静止流体中で回転する円柱まわりの流れは単純で基本的な流れの性質を調べるのに適している。平板境界層や円管の流れと異なり曲率による遠心力の影響を受ける。系の回転によるコリオリ力は地球の自転による大気の流れや流体機械に効果を及ぼすものである。本研究は流体機械の性能向上のために回転座標系を調べて過去に調べた静止系のデータと比較することにある。

流体運動を観察する場合、しばしば回転座標系から観察したほうが都合の良い場合がある。たとえば羽根車内の流れ、回転円板上に流動、海洋の流動などがそれに相当する。 α を加速度とし Ω で回転している座標からみると $\alpha = \alpha' + 2\Omega \times u + \Omega \times (\Omega \times r)$ で表される。 $2\Omega \times u$ はコリオリ力と呼ばれ速度と回転に対して垂直の力が働き変動に影響を与える⁽¹⁾。 Ω の効果調べるのが本研究の課題である。

乱れエネルギーの各成分に対する式を回転座標(y軸を中心として角速度 Ω で回転)について表した式を導き3次項と圧力を無視すると式(1)-(2)を得る。

$$-2\frac{U}{r}\overline{uw} - 2\Omega\overline{uw} + \varepsilon_w = 0 \quad (1)$$

$$\overline{uwr} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U}{r} \right) + 2\frac{U}{r}\overline{uw} + 2\Omega\overline{uw} + \varepsilon_u = 0 \quad (2)$$

式(1)の遠心力による $-2U\overline{uw}/r$ に対し、式(2)には項 $2U\overline{uw}/r$ がありr成分と ϕ 成分のエネルギーの交換があり、また式(1)のr成分と式(2)の ϕ 成分の間のエネルギー輸送が場のコリオリ力 $2\Omega\overline{uw}$ によって生じていることが認められる。

この流れでは各位置zでトルクが一定であるから壁の粘性底層を除いてせん断応力はレイノルズ応力と等しい。すなわち $\overline{uwr}^2 = \text{一定}$ したがって壁近くほどレイノルズ応力は大きくなるので場のコリオリ力 $2\Omega\overline{uw}$ の効果が大きい事を意味する。

2. 実 験 方 法

ここで用いた実験装置を図1(a)に示す。円柱は直径 $d=300\text{mm}$ でy軸まわりを回転し、レイノルズ数は $Re=U_w d/\nu=3.2 \times 10^5$ に設定した。ただし、 U_w は円柱表面速度である。平均速度と乱流量の測定は円柱に固定され円柱と同じ回転数で回転するI型熱線プローブが使われ、信号はスリップリングを介して静止系に取

* 機械工学科教授

** 長野高専専攻科生産環境システム専攻学生

原稿受付 2004年5月20日

り込まれた。検定は熱線自身が回転してその回転速度が熱線の風速になる。図 1(b)に示すごとく線形が保証されている。AD コンバータで信号を 100kHz でサンプリングをおこなった。z は円筒の大きさにより限定され 200mm までであった。

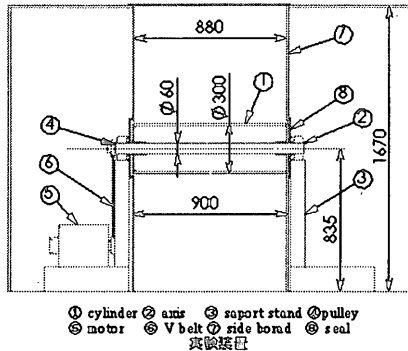


図 1(a) 装置図

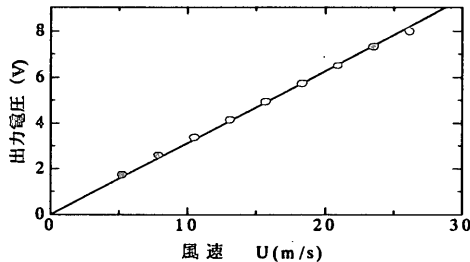


図 1(b) 回転系の検定曲線

3. 実験結果

3-1 平均速度と乱れ

3-1-1 対数法則

回転系の平均速度は静止系の平均速度を座標系の回転速度からの差をとったものとなる。図 2 は回転座標からみた平均速度を対数法則表示したものである。平板乱流境界層の対数式と良く一致している。静止系での平均速度は平板の対数式とかなりの差が見られるのと対照的である。

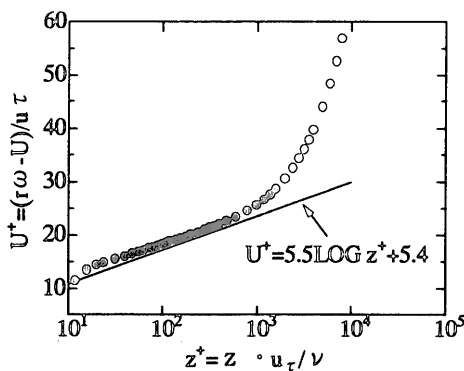


図 2 平均速度

3-1-2 ベキ法則

Bradshaw らは壁法則の普遍性に疑問をなげかけ、さらに壁法則にたいする批判が Barenblatt ら⁽²⁾の N.Y. グループによりおこなわれおり、対数法則以前より技術者が用いていたベキ法則の優位性を主張している。ここでは彼らの主張が旋回流にたいして該当するのかを検討した。まず回転乱流境界層について Barenblatt の変数によるベキ法則の検討をする。

図 3(a) は Barenblatt の平板の変数に対応する変数で当データを示した。ただし Ψ は次式による。

$$\psi = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{2\alpha\phi}{\sqrt{3} + 5\alpha}, \phi = \frac{U_w - U}{u_t} \quad (3)$$

明らかに直線にのらず文献(2)と比較し不一致は明瞭である。植木ら⁽³⁾, Andersson ら⁽⁴⁾, Geropp⁽⁵⁾の静止系のデータを次のベキ法則で表示してみる⁽⁶⁾。

$$\frac{[U_w - (a/r)U]}{u_t} = K \left[\frac{u_t a (r^2 - a^2)}{2r^2 \nu} \right]^\beta \quad (4)$$

この指数 β と係数 K を最小 2 乗法で求めた。 β は Re の関数で、次式で表せる。 $\beta = a \log Re + b$, $a = -0.01$, $b = 0.144$ 。 K も同じ Re の関数である。 $\log K = a' \log Re + b'$, $a' = 0.03$, $b' = 0.9$

図 3(b) はベキ法則形で植木らのデータをあらわす。図から分かるように、ほぼ式(4)から求めた実線に乗っている。回転系については今後の課題である。

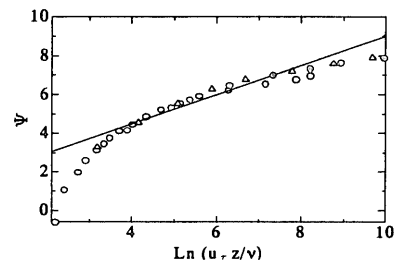


図 3(a) Barenblatts の式の検討

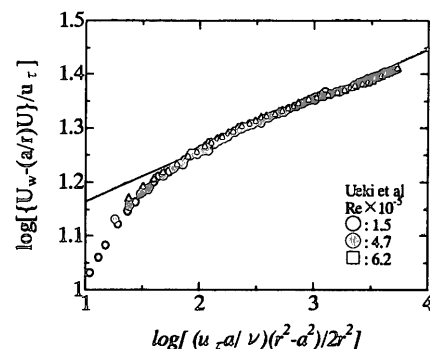


図 3(b) ベキ法則の検討

3-1-3 乱れ

図4(a)は円柱の表面速度に対する乱れの分布を示す。回転系と静止系では差がみられない。図4(b)は相対乱れの分布を示す。相対乱れは静止系は大きな値をとるが回転系は値が小さいことと壁から離れるにつれて小さくなるのでテイラー仮説の成立する精度は高くなる。

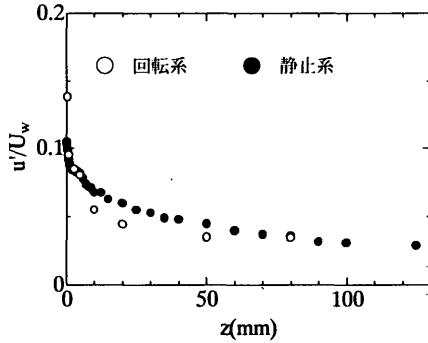


図4(a) 乱れの分布

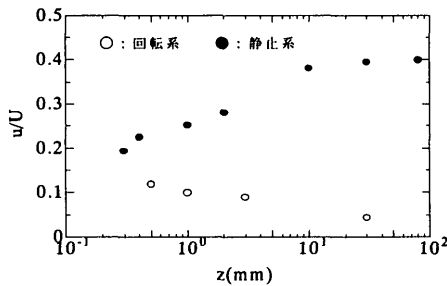


図4(b) 相対乱れ

3-2 乱れのレイノルズ数

乱れのレイノルズ数を $R_\lambda = \lambda u' / \nu$ と定義する。ここで λ はテイラーのマイクロスケールと呼ばれ式(5)で求められる。乱れを形成する渦のなかで小さな渦のスケールとみなされる。乱れの散逸 ε は式(6)による。

$$\overline{(\partial u / \partial x)^2} = \overline{u_1^2} / \lambda^2 \quad (5)$$

$$\varepsilon = 15\nu \overline{(\partial u / \partial x)^2} \quad (6)$$

x は流れ方向の距離で計算する場合は近似式 $x = U \times t$ で置き換える。 R_λ は壁に近づくにつれて大きくなる。図5に乱れのレイノルズ数の分布を示す。静止系では z が 20-80mm で最大値を有している。回転系では壁に近づくにつれて上昇するが静止系に比べて小さい。問題は R_λ を計算するときテイラーの凍結乱流の仮説の適用の妥当性である。静止系ではこの仮説が当流れでほぼ満たされていることが確認された。しかし回転系では確認は困難である。回転座標系でみた平均速

度で乱流が運ばれるとした。この仮説が妥当かどうかによって R_λ の値がかなり違ってくる。

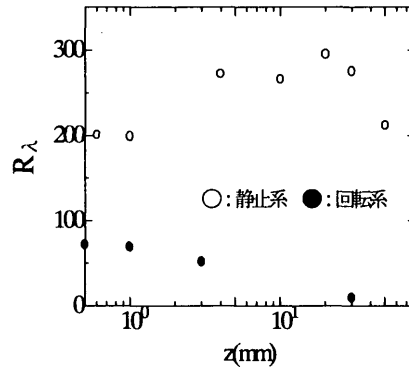


図5 乱れのレイノルズ数

3-3 エネルギスペクトル

多くの分野でスペクトルの手法が用いられている。たとえば振動では特定の周波数 f で突出した場合に固有振動数が求められる。乱流の分野でもその特性を調べるのにスペクトルよりもエネルギスペクトル $E(f)$ が従来から用いられてきた。そして特定の周波数が突出せず低い周波数が強く高い周波数が弱く連続的な変化をする。

エネルギスペクトルは周波数のある範囲（これを慣性小領域）でべき法則に従うことが唯一の特徴である。これはコルモゴルフが提案したもので流れのレイノルズ数が十分大きいとき、周波数のある範囲（その領域を局所当方向性が成立と呼ぶ）で $E(f) = C f^{-5/3}$ が成立し $-5/3$ 乗法則と呼ばれる⁽⁷⁾。しかしこの法則は格子乱流や大気乱流境界層の流れでは存在するが円管や乱流境界層では明瞭な領域は存在せず $E(f) = C f^{-\alpha}$ 乗なるべき法則が存在することが報告されている。図6は $z=5$ の場合のエネルギスペクトルと周波数を両対数表示したもので明瞭に直線部の存在を識別できる。しかし勾配が $-5/3$ と違っていることも認識できる。

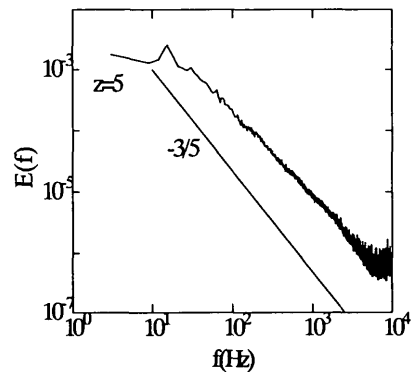


図6 エネルギスペクトルの両対数表示

この α を一つの判定材料として $5/3$ とどの程度違うか

によって非等方性流れの程度の基準となることを示した。対象となる流れにべき法則が存在する場合の物理的な意義には現在明瞭な理論は存在しない。

図 7 (a) に示すように壁近くでは $z=1$ ではべき法則はまったく存在しない。(b) に示すように壁から離れた $z=60$ では 1 Decade はないがわずかに平坦部は認められる。

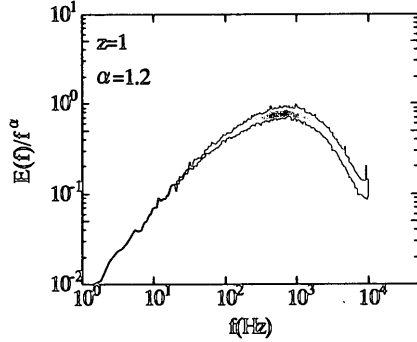


図 7 (a) 壁近傍での静止系の正規化スペクトル

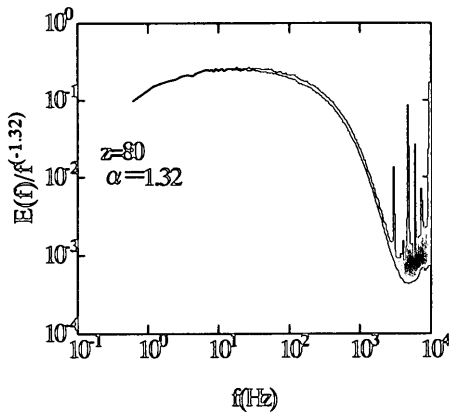


図 7 (b) 壁から離れた静止系の正規化スペクトル

図 8(a) に示すように回転系での $z=1$ では 2Decade に及ぶ範囲で平坦部が認められる。図 8(b) に示すように回転系での $z=30$ では 2Decade に及ぶ範囲で平坦部が認められる。低い周波数で振動がみられるがプローブがわずかに振動していると思われる。1000rpm は 17Hz くらいになる。 $z=1$ の壁近くではこの振動が現れない。

静止系では流れの z のすべてにわたり明瞭な平坦部は見いだせない。平坦部そのものがないので α を決定すること自体難しい。図 9(a) に静止系でのべき指数 α の変化を示す。壁から離れると $5/3$ に近づく傾向は示す。図 9(b) にレイノルズ数を固定し z を変化した場合の回転系のべき指数 α の変化を示す。レイノルズ数の変化にはそれほどほとんど影響されないことがみてとれる。外層に近づくに従いだいに $5/3$ に近づく。回転系では z が壁に近づくにつれて α が $5/3$ から離れて

ゆく。これは壁に近づくにつれて $2\Omega \overline{uw}$ が大きくなりコリオリ力の効果が強くなるためと思われる。

図 9(c) に z を固定しレイノルズ数の変化をしめす。図からわかるようにレイノルズ数の効果はほとんどみられない。

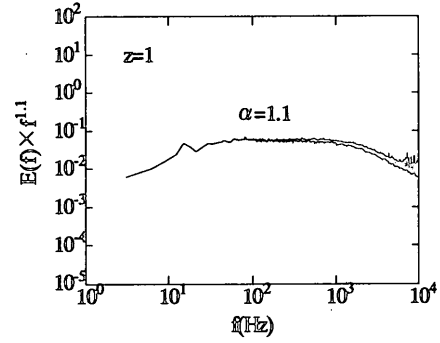


図 8 (a) 回転系での $z=1$ mm でのエネルギースペクトル

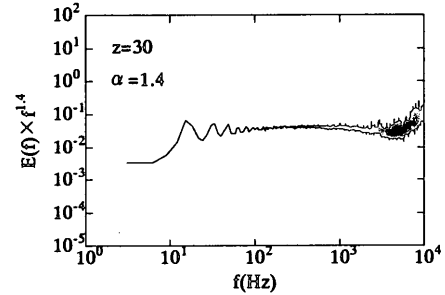


図 8 (b) 回転系での $z=30$ mm でのエネルギースペクトル

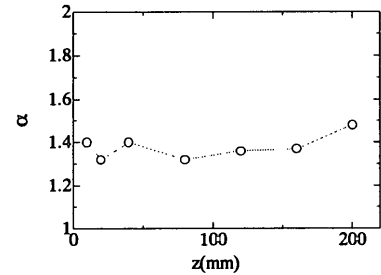


図 9 (a) 静止系でのべき指数 α の変化

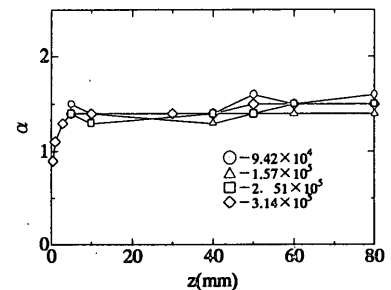


図 9 (b) 回転系でのべき指数 α の変化
(レイノルズ数を固定し z を変化した場合)

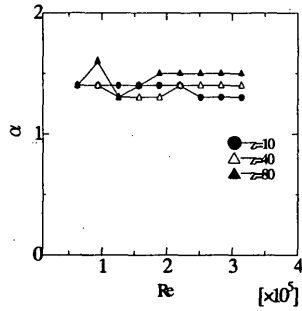


図 9 (c) 回転系でのべき指数 γ の変化
(z を固定しレイノルズ数の変化)

3-4 乱れの確率分布

静止系と回転系の乱れの確率分布は図 10(a) にみられるように壁近くではガウス分布に従い両者の違いはみられない。壁から離れると(b)にみられるように両者の違いが出てくる。静止系はガウス分布からはずれてきくが回転系はそのずれは小さい。2点間の速度差は乱流の特性をみる上で重要である。そこで速度差の確率分布を調べた。静止系と回転系の乱れは図 11(a) にみられるように壁近くではガウス分布に従い両者の違いはみられない。壁から離れると図 11(b) にみられるように両者の違いが出てくる。

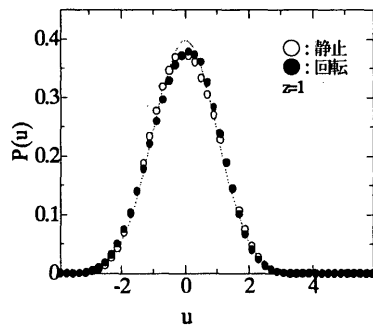


図 10 (a) $z = 1 \text{ mm}$ での確率分布

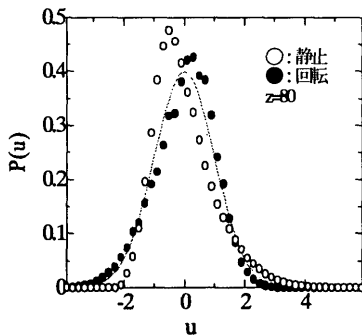


図 10 (b) $z = 120 \text{ mm}$ での確率分布

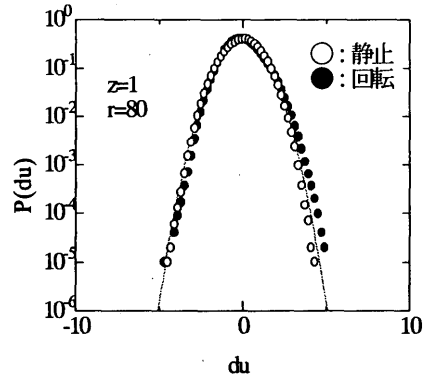


図 11 (a) $z = 1 \text{ mm}$ での速度差の確率分布

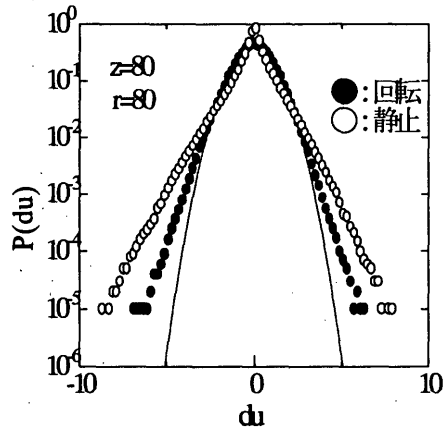


図 11 (b) $z = 80 \text{ mm}$ での速度差の確率分布

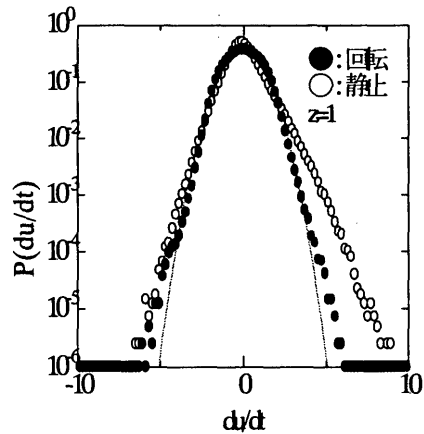


図 12 (a) $z = 1 \text{ mm}$ での速度の微分の確率分布

静止系はガウス分布からはずれてきくが回転系はそのずれは小さい。速度の微分は乱流の特性をみる上で重要である。そこで速度の微分の確率分布を調べた。静止系の乱れは図 12(a) にみられるように壁近くですでにガウス分布からのずれが激しい。回転系はそのずれは小さい。壁から離れると図 12(b) にみられるように両者の違いはさらに大きくなる。

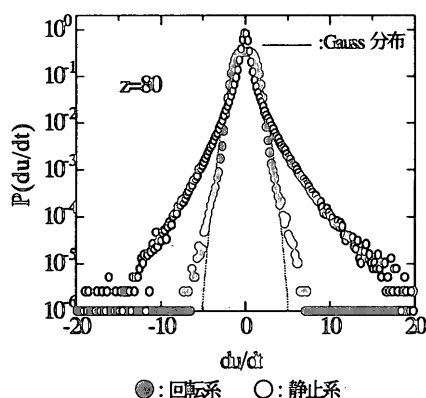


図12(b) $z=80\text{mm}$ での速度の微分の確率分布

4 結論

静止系からみた回転流体と比較して回転系からみた回転流体にたいしてコリオリ力の効果がどのように作用するかを調べて以下の結論を得た。

- (1) 平均速度は平板の乱流境界層の対数法則と合致した。
- (2) 相対乱れは静止系に比較してかなり小さくテイラ仮説が精度良く成立する。
- (3) エネルギスペクトルのベキ法則が静止系にくらべて広い周波数の範囲で成立する。
- (4) 速度変動、速度差および速度の微分の確率密度分布は静止系に比べて正規分布に極めて近い。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、ご指導を賜った名城大学教

授中村育雄氏並びに名古屋大学助教授辻義之氏に深く感謝の意を表します。実験にご協力をいただいた長野高専学生の遠藤強太氏（現在 電気通信大学学生）と野沢文平氏（現在 富山大学学生）に心から感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 地球流体力学入門：木村竜治、東京堂出版（1983）。
- 2) Barenblatt, G. Chorin, A. and Prostokishin, V. , Scaling laws for fully developed turbulent flows in pipes, Appl Mech Rev. 50(7) (1997), 413.
- 3) 中村. 植木 山下, 静止流体中の回転円筒まわりの乱流せん断流, 機論 49-446(昭和 58) 2230.
- 4) Andersson, H. Johansson, B., Lofdahl, L. and Nilsen, P., Turbulence in the vicinity of a rotating cylinder in a quiescent fluid, 8th sym. Tur. Shear Flow(1991), 30.1.
- 5) Geropp, D., Untersuchungen zum turbulenten Wärmeübergang am rotierenden Zylinder, ZAMM .49, No. 1/2(1969), 106.
- 6) 植木良昇, 中村育雄, 回転円筒上の乱流境界層のベキ法則と対数法則の検討, 機械学会山梨地方講演論文集(1998)87-88.
- 7) A.N.Kolmogorov, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 30(1941), 9-13.