

## C Tによる磁界分布画像化における2次元成分の再構成法

中 島 隆 行 \*

## Reconstruction of 2D Components in Imaging of Magnetic Field Distribution by CT

Takayuki NAKAJIMA

This paper presents the improvement of reconstruction method in the magnetic field CT (computed tomography) imaging for reconstructing the 2D components of magnetic field. In the conventional method, it is necessary to separate measured data into two components of projection data, i.e.,  $x$  components and  $y$  components. Then, CT reconstruction method is applied to each projection data, and the 2D components are obtained. In this study, the reconstruction method is improved to simplify, and the 2D components are reconstructed without separating the measured data. It is confirmed that this method can reconstruct the 2D components by computer simulation.

キーワード：CT, 磁界分布, 2次元成分, 再構成, たたみ込み, 逆投影

## 1. まえがき

CT (Computed tomography) の原理を用いた磁界の画像化では, 測定平面上の磁界の3次元成分の分布を画像化することができる。これまでに磁性材料の磁界分布の画像化が試みられ, 磁性材料の磁気特性の非破壊検査の可能性が検討されている<sup>1)</sup>。

画像化は導体あるいはコイルを測定磁界中で移動させたときに生じる起電力を測定し, CTの再構成法を適用することにより行う。磁界の $z$ 成分の画像化については, 起電力が $z$ 成分のみによって発生し,  $x$ 成分および $y$ 成分には依存しないため,  $z$ 成分のみを独立に再構成することができる。一方, 磁界の $x$ 成分および $y$ 成分の画像化では, 起電力がこれらの成分の合成によって発生するため, 再構成の際には起電力から $x$ 成分の投影データと $y$ 成分の投影データを分離し, それぞれの投影データにCTの再構成法を適用する必要がある。この方法により磁界の $x$ 成分および $y$ 成分の再構成は可能であるが, 交流磁界の画像化のように, 測定時刻ごとに再構成を繰り返し行う場合には, 計算量の少ない再構成法が必要である。そこで本研究では, 磁界のこれらの2次元成分を効率的に再構成するため, 従来の再構成法の改善を試みた。

## 2. CTによる磁界分布の画像化

CTは物理量の線積分値から物理量の分布を求める手法と考えられる。線積分値を投影データといい, 投影データから物理量の分布を求めることを再構成という。分布が未知であっても投影データが測定できれば分布を求めることができる。

磁界の画像化では, 投影データは磁束密度の $x$ ,  $y$ ,  $z$ 成分のそれぞれの線積分値である。これらの投影データから各成分の分布を再構成し, それをベクトルや階調で表示することにより磁界の分布を画像化できる。

磁界分布を再構成するために投影データを測定する必要があるが, その方法は次による。

図1のように, 測定対象の磁界中で測定平面Pに沿って導体を走査する。導体の走査速度を $V$ とすると導体に発生する起電力 $e(s)$ は

$$e(s) = -V \int_l B_z(x, y) dl \quad (1)$$

ここで,  $B_z(x, y)$ は磁束密度の平面Pに垂直な成分であり, これを $z$ 成分とする。また,  $l$ に関する積分は $B_z(x, y)$ の導体に沿った線積分であり, これが $z$ 成分の投影データである。従って, 起電力 $e(s)$ を測定することにより $z$ 成分の投影データ $p_z(s, \theta)$ が次式から求められる。

\*電子制御工学科助教授  
原稿受付 2002年5月17日

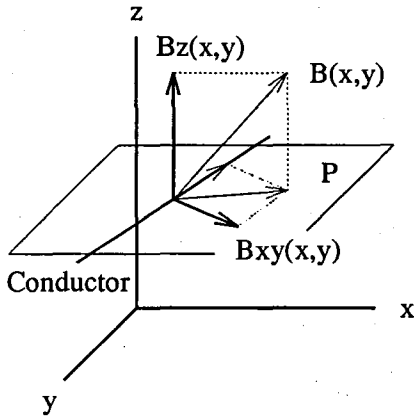


図 1 投影データの測定

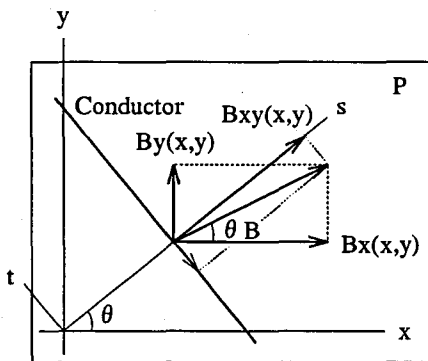


図 2 2次元成分の投影データ測定

$$p_z(s, \theta) = \int_l B_z(x, y) dl = -\frac{e(s)}{V} \quad (2)$$

$\theta$  は導体の走査方向である。投影データの測定は C T の原理に基づき、導体を走査することに  $\theta$  を変え、 $0 \leq \theta \leq \pi$  の範囲で行われる。

起電力  $e(s)$  は磁束密度の  $z$  成分によって発生し、測定平面に沿う  $x$  成分および  $y$  成分には依存しない。従って、 $B_z(x, y)$  は投影データ  $p_z(s, \theta)$  に C T の再構成法を適用することにより  $x$  成分および  $y$  成分とは独立に再構成することができる。

$x$  成分および  $y$  成分の投影データについては、図 1 において導体を測定平面に対して垂直に振動させ、そのときに発生する起電力  $e_{xy}(s)$  を測定する。図 2 に導体と磁界成分の関係を示す。起電力は次式で表わされる。

$$e_{xy}(s) = -V' \int_l B_{xy}(x, y) dl \quad (3)$$

ここで、 $V'$  は導体の振動速度である。また、 $B_{xy}(x, y)$  は測定平面に沿う磁界の導体に垂直な成分を表わし、次の関係がある。

$$B_{xy}(x, y) = B_x(x, y) \cos \theta + B_y(x, y) \sin \theta \quad (4)$$

起電力  $e_{xy}(s)$  は磁束密度の  $x$  成分  $B_x(x, y)$  と  $y$  成分  $B_y(x, y)$  の合成によって発生する。そこで、この起電力からそれぞれの成分の投影データを分離する。導体の長さを測定磁界に対して十分長くすると各成分の投影データは次式で求められる<sup>2)</sup>。

$$\begin{aligned} p_x(s, \theta) &= \int_l B_x(x, y) dl \\ &= -\frac{e_{xy}(s)}{V'} \cos \theta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} p_y(s, \theta) &= \int_l B_y(x, y) dl \\ &= -\frac{e_{xy}(s)}{V'} \sin \theta \end{aligned} \quad (6)$$

以上により得られた各投影データに C T の再構成法を適用し、 $x$  成分および  $y$  成分の分布が得られる。この方法は投影データの分離や再構成を 2 回行わなければならないなど計算量が多い。

### 3. 2次元成分の再構成法

C T の再構成は重畳積分法あるいはフィルタ補正逆投影法により行われる<sup>3)</sup>。従来は、この再構成法を投影データ  $p_x(s, \theta)$  および  $p_y(s, \theta)$  に適用し、磁束密度  $B_x(x, y)$  および  $B_y(x, y)$  を求めた。重畳積分法による再構成式を次に示す。

$x$  成分  $B_x(x, y)$  :

$$P_x(s, \theta) = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} h(s - \tau) p_x(\tau, \theta) d\tau \quad (7)$$

$$B_x(x, y) = \int_0^\pi P_x(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta \quad (8)$$

$y$  成分  $B_y(x, y)$  :

$$P_y(s, \theta) = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} h(s - \tau) p_y(\tau, \theta) d\tau \quad (9)$$

$$B_y(x, y) = \int_0^\pi P_y(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta \quad (10)$$

ここで、 $h(s)$  をフィルタ関数といい、 $R-L$  フィルタ関数あるいは  $S-L$  フィルタ関数を用いる<sup>3)</sup>。また、投影データはコイルを磁界中で走査したときのコイルの起電力から求めることも可能である。この場合、起電力を走査方向について積分する必要があるが、フィルタ関数を誘導することにより積分を行わずに直接再構成することができる<sup>4)</sup>。

式 (8), (10) を逆投影といい、再構成点に対応する  $P_x(s, \theta)$ ,  $P_y(s, \theta)$  の値を重ね合わせる計算である。また、式 (7), (9) のたたみ込みは、逆投影の周波数特性の影響をあらかじめ補正する意味がある。

次に再構成法の改善を示す。式 (3) から  $B_{xy}(x, y)$

の投影データ  $p_{xy}(s, \theta)$  が得られる.

$$p_{xy}(s, \theta) = \int_l B_{xy}(x, y) dl = -\frac{e_{xy}(s)}{V'} \quad (11)$$

これを用いると式 (5), (6) は次のように表わされる.

$$p_x(s, \theta) = p_{xy}(s, \theta) \cos \theta \quad (12)$$

$$p_y(s, \theta) = p_{xy}(s, \theta) \sin \theta \quad (13)$$

式 (7) のたたみ込みは式 (12) より

$$P_x(s, \theta) = \cos \theta \int_{-\tau_m}^{\tau_m} h(s - \tau) p_{xy}(\tau, \theta) d\tau \quad (14)$$

ここで

$$P_{xy}(s, \theta) = \int_{-\tau_m}^{\tau_m} h(s - \tau) p_{xy}(\tau, \theta) d\tau \quad (15)$$

とおくと

$$P_x(s, \theta) = P_{xy}(s, \theta) \cos \theta \quad (16)$$

同様に式 (9) は

$$P_y(s, \theta) = P_{xy}(s, \theta) \sin \theta \quad (17)$$

となる. 逆投影は式 (8), (10), (16), (17) から

$$B_x(x, y) = \int_0^\pi P_{xy}(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) \cos \theta d\theta \quad (18)$$

$$B_y(x, y) = \int_0^\pi P_{xy}(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) \sin \theta d\theta \quad (19)$$

となり,  $B_x(x, y)$ ,  $B_y(x, y)$  が得られる.

従来の再構成法では式 (5), (6) により投影データを分離し, その各々に対してたたみ込みを計算する必要があった. これに対し本再構成法では投影データの分離を必要とせず,  $p_{xy}(s, \theta)$  にたたみ込みを行えばよい. また, 式 (18), (19) では,  $x$  成分を計算する際に求めた  $P_{xy}$  を  $y$  成分の計算にも用いることができるため, 計算量を少なくできる. 一方, これらの式では  $\cos \theta$  や  $\sin \theta$  との積を計算しなければならないが, 実際の計算では  $P_{xy}$  の補間を必要とし, それに多くの計算がかかる. 従って,  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  との積による計算量の増加は少ない.

本再構成法をまとめると, 式 (15), (18), (19) となる.

#### 4. シミュレーション

本再構成法により磁束密度の2次元成分を計算した. 図3および表1にモデルを示す. 磁極  $+m$ ,  $-m$  が生成する磁界の平面P上の磁束密度  $B_x(x, y)$

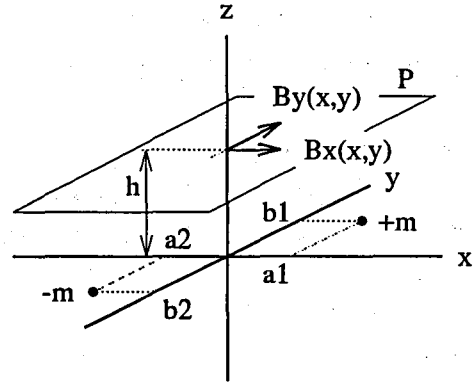


図3 シミュレーションモデル

表1 シミュレーションモデルのパラメータ

磁極の強さ	$m = 4\pi \times 10^{-6} \text{ Wb}$
磁極の位置	$a_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ $b_1 = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$ $a_2 = -5 \times 10^{-3} \text{ m}$ $b_2 = -10 \times 10^{-3} \text{ m}$
測定平面の位置	$h = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$

および  $B_y(x, y)$  を再構成する. 磁束密度の理論値は式 (20), (21) で与えられる.

$$B_x(x, y) = \frac{m}{4\pi} \frac{x - a_1}{r_1^3} - \frac{m}{4\pi} \frac{x - a_2}{r_2^3} \quad (20)$$

$$B_y(x, y) = \frac{m}{4\pi} \frac{y - b_1}{r_1^3} - \frac{m}{4\pi} \frac{y - b_2}{r_2^3} \quad (21)$$

ここで

$$r_1 = \sqrt{(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 + h^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 + h^2}$$

このモデルの投影データは式 (20), (21) から次式が導かれる. この式から投影データを計算し, 本再構成法により  $B_x(x, y)$ ,  $B_y(x, y)$  を再構成した.

$$\begin{aligned} p_{xy}(s, \theta) &= \int_{-l}^l B_{xy}(x, y) dl \\ &= \int_{-l}^l (B_x(x, y) \cos \theta + B_y(x, y) \sin \theta) dl \\ &= \frac{m}{4\pi} \frac{s - s_1}{d_1^2} \left( \frac{l - t_1}{\sqrt{(l - t_1)^2 + d_1^2}} + \frac{l + t_1}{\sqrt{(l + t_1)^2 + d_1^2}} \right) \\ &\quad - \frac{m}{4\pi} \frac{s - s_2}{d_2^2} \left( \frac{l - t_2}{\sqrt{(l - t_2)^2 + d_2^2}} + \frac{l + t_2}{\sqrt{(l + t_2)^2 + d_2^2}} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

ここで

$$s_1 = a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta, \quad t_1 = -a_1 \sin \theta + b_1 \cos \theta$$

$$s_2 = a_2 \cos \theta + b_2 \sin \theta, \quad t_2 = -a_2 \sin \theta + b_2 \cos \theta$$

$$d_1^2 = (s - s_1)^2 + h^2, \quad d_2^2 = (s - s_2)^2 + h^2$$

積分範囲  $-l \sim l$  は導体の長さに対応する。

投影データの計算は導体の長さ  $2l = 100 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 導体の移動ステップ  $\Delta s = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 導体の走査幅  $2\tau_m = 120 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 走査方向の回転ステップ角  $\Delta \theta = 1.8^\circ$  とした。再構成領域は直径  $100 \text{ mm}$  の円内である。

図 4 は再構成した  $B_x(x, y)$ ,  $B_y(x, y)$  を合成し,  $|x| \leq 25 \text{ mm}$ ,  $|y| \leq 25 \text{ mm}$  の領域について磁界をベクトルで表示した。ベクトルの長さおよび方向はそれぞれ磁界の強さと方向を表わす。この図から磁界が  $+m$  の磁極から  $-m$  の磁極に向かう様子を把握することができる。また,  $x$  軸上の  $x$  成分および  $y$  成分を図 5, 6 に,  $y$  軸上の  $x$  成分および  $y$  成分を図 7, 8 に示す。実線は理論値, プロットは再構成値である。再構成値は理論値とよく一致しており,

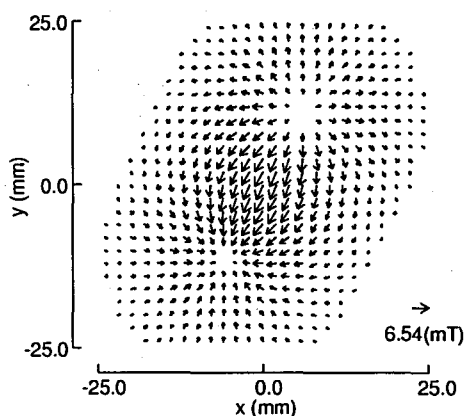


図 4 磁界分布のベクトル表示

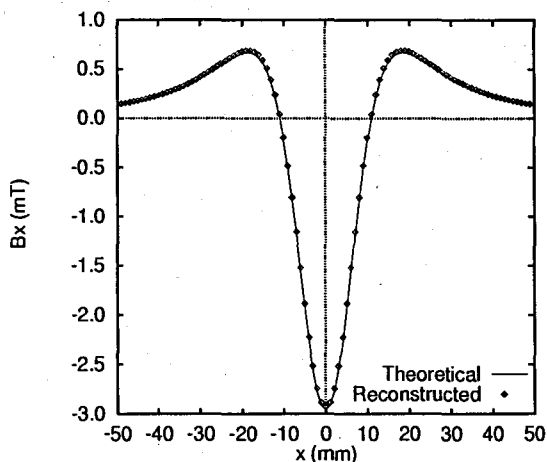


図 5  $x$  軸上の  $x$  成分  $B_x(x, 0)$

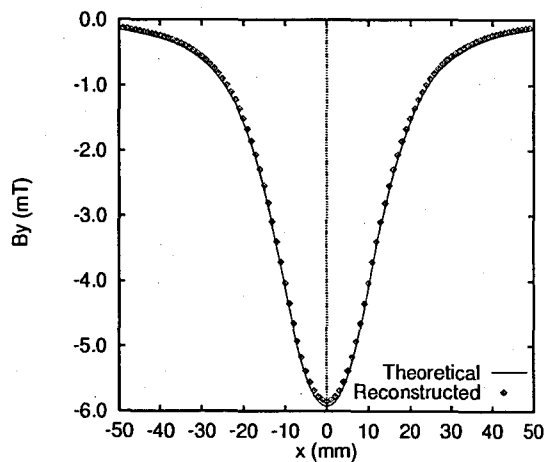


図 6  $x$  軸上の  $y$  成分  $B_y(x, 0)$

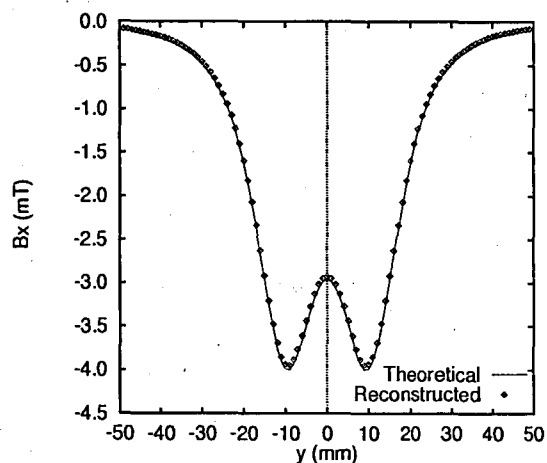


図 7  $y$  軸上の  $x$  成分  $B_x(0, y)$

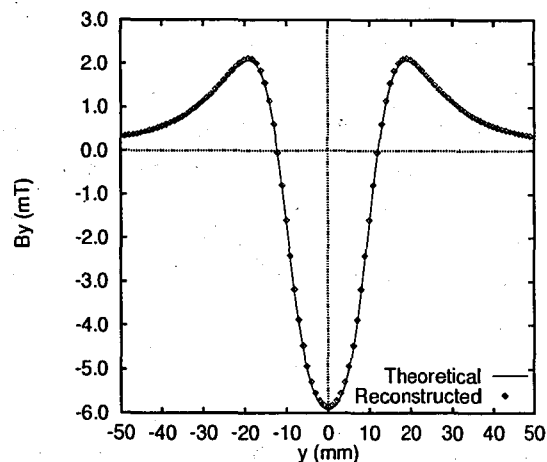


図 8  $y$  軸上の  $y$  成分  $B_y(0, y)$

磁束密度が再構成されていることが確認できる。理論値に対する誤差は  $x$  成分,  $y$  成分ともに原点において1.2%であった。誤差の原因の一つとして導体の長さが考えられるが、測定磁界に対して導体の長さをどのように定めるかは検討を要する。

## 5. むすび

CTによる磁界の再構成において、2次元成分を効率的に計算するため再構成法を改善し、シミュレーションにより再構成が可能であることを確認した。本再構成法は従来の方法に対して、投影データの分離が不要になるとともに、たたみ込みと逆投影における補間の計算量をそれぞれ1/2に削減できる。

投影データはコイルを用いる方が検出部の構成が簡易になる。コイルの起電力からの再構成法<sup>4)</sup>と本

再構成法を組み合わせ、実際の磁界分布の再構成を試みる予定である。

## 参考文献

- 1) 渡辺義見, 酒井博詞, 中島隆行: CT法を用いた磁氣的傾斜機能材料の非破壊評価, 傾斜機能材料論文集, FGM2001, 61-66(2002).
- 2) 斎藤英雄, 宮本晃宏, 諸角 建, 油田信一, 中島真人: CT手法による磁界の映像化—ベクトル量としての再構成—, 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol. J72-D-II, No. 11, 1839-1847(1989).
- 3) 斎藤恒雄: 画像処理アルゴリズム, 近代科学社(1995).
- 4) T. Nakajima: Filter Function in Computerized Tomographic Imaging for Reconstruction of Magnetic Field Distribution, The Second MAGNETO-ELECTRONICS International Symposium Proceedings, 323-326(1999).