非定常な等価線形化法による復元力特性の評価について*

服　部　秀　人**

1. まえがき

構造物が大きな地震力を受けて大きな振動を生ずると，一般にその構造物の復元力と変形との関係は履歴特性をもつ非線形関係となる．この非線形な場合の振動計算を行うには，静的載荷実験より得られる力—変位関係が示す履歴特性を参考にして，計算に必要な復元力特性を仮定する場合が多い．しかし，静的な力—変位関係が示す履歴特性と，構造物が実際に振動しているときの動的なそれとでは，若干の相違があると思われる(1)．計算の対象となる構造物の動的な復元力特性を前もって知ることは非常に困難なので，上述のごとく静的な結果を参考とすることになろうが，また現在までに各方面で蓄積されている豊富な静的載荷実験結果を有効に活用するという積極的な意味からも，非線形振動計算への静的な履歴復元力特性の妥当な評価が必要であると思われる．

以上の観点から，ここでは1自由度系とみなせる単純鋼構造の模型実験(1)をもとに，静的な履歴復元力特性を等価線形化法の概念によりモデル化し，非定常応答計算を試みた．

2. 履歴復元力特性のモデル化

静的な交番載荷実験における力—変位関係は概略図1のようになる．図1より順次，図2のごとき半ループをPの+，−両側から取り出し，それぞれ半ループの面積S，変位振幅X,

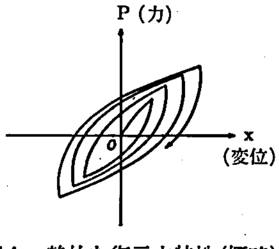
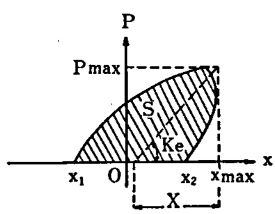


図1　静的な復元力特性(概略)



S；半ループの面積(斜線部)

$X=\left|x\max-\frac{x_1+x_2}{2}\right|$

$K_e=\frac{P\max}{X}$

図2　任意の半ループ

---

*　昭和52年1月　土木学会中部支部研究発表会において発表

** 土木工学科　助手

原稿受付　昭和52年9月30日

等価剛性 K_e を求める．ここでXを変位振幅と呼ぶのは適当ではないかも知れないが，振動時の変位振幅と対応させる意味でそう呼ぶことにする．各半ループごとに得られるこれらの諸量から，半ループの面積Sおよび等価剛性 K_e をそれぞれ変位振幅Xの関数として近似する．先の実験結果を例示すると図3，4のようになる．力―変位関係が線形とみなせる範囲，すなわち変位振幅Xが線形限界相当変位(ここでは1.5cm)より小さい範囲内では，$S\fallingdotseq 0$，$K_e\fallingdotseq$const. となる．

3. 等価線形化法の拡張

等価線形化法は本来，定常な履歴ループを描く非線形振動に適用される考え方であるが，これを図1のごとき非定常なループの場合に応用拡張する．

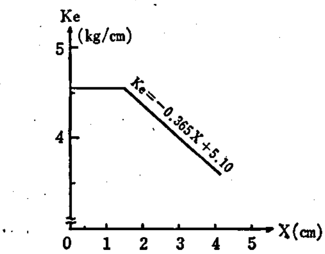


図3 K_e–X 関 係

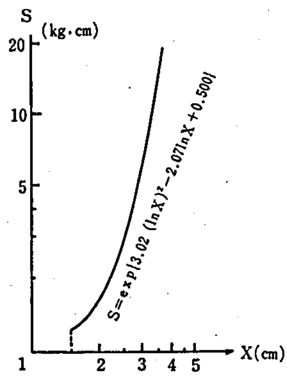


図4 S–X 関 係

図2における半ループがPの (−) 側にも点対称的に存在すると考えて，閉じた履歴ループを想定する．そして振動系がこの履歴ループを描いて定常的に非線形振動すると考えると，系の等価線形化された運動方程式は，

$$m(\ddot{x}+\ddot{z})+C_e\dot{x}+K_e x=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

となる．ただし，mは振動系の質点の質量，C_eは等価減衰係数，K_eは等価剛性であり，x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$はそれぞれ応答の変位，速度，加速度，$\ddot{z}$は地動入力加速度である．

(1)式の応答の1サイクルにおいて，履歴ループの面積に等しいエネルギーが，等価な減衰力$C_e\dot{x}$によって消費されると考えられるから，

$$\oint P dx=2S=\oint C_e\dot{x}dx=\int_0^{T_e} C_e\dot{x}^2 dt \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

が成立する．ただし，T_eは着目している半ループに対応する等価固有周期であり，次式により定義される．

$$T_e=\frac{2\pi}{\omega_e} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

ただし，ω_e は T_e に対応する等価固有振動数であり，次式により定義される．

$$\omega_e=\sqrt{K_e/m} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

着目している半ループの時間における応答の周期は，そこでの等価固有周期 T_e とほぼ等しいと考えても不自然ではないので，変位振幅Xに対応する半サイクル内の応答変位を，

$$x=X\sin\omega_e t \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

と仮定し，(3)式へ代入すると，等価減衰係数は，

$$C_e=\frac{2S}{\pi\,\omega_e\,X^2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

となる．

以上により(1)式の応答計算が可能となる．半サイクルごとの応答変位振幅が線形限界を越えた後は，(1)式により，連続する半サイクルごとに等価線形計算を実行すれば，非定常な応答波形を求めることができる．

4. 応答計算結果

静的載荷実験における模型と等寸法の別の模型について行った非線形振動実験結果を本計算法で再現した一例を図５に示す．ただし，図３の K_e–X関係に若干の修正を施す必要がある．すなわち，図３での線形領域における K_e(一定値) から(4)式により求まる ω_e と，非線形振動に用いた模型の実測固有振動数（線形振動時の）と等しくなるように，図３の K_e–X 関係を平行移動してから応答計算を行った．なお減衰係数に関しては，図４のS–X関係をそのまま用い，線形領域では，その模型の実測値を用いた．

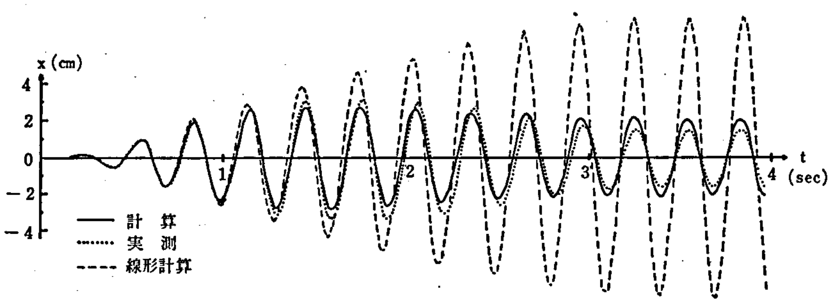


図5　応 答 変 位

図５において応答計算値と実測値を比較すると，１～２秒付近では両者とも大体一致しているが，それ以後かなり差異がある．これは，静的載荷実験において履歴ループをその振幅が増大する方向のみ測定し，減少する場合の履歴ループからの K_e–X 関係を応答計算の過程で用いていないことに原因があるように思われる．そのため，最大応答量を過ぎて後の等価剛性を過大評価し，応答量が大きめになったと考えられる．

したがって，静的載荷実験では，変位振幅を減少させる，いわゆる非処女的載荷実験も行

って，その履歴復元力特性を応答計算に用いる必要があると思われる．

5. あとがき

単純鋼構造模型実験をもとに，静的な履歴復元力特性の非線形振動計算への活用に関し，等価線形化法の考え方を応用拡張した応答計算方法を提案した．非線形振動計算法に於ては bi-linear型復元力モデルによる方法が広く用いられるが，劣化型の非定常な復元力特性の評価が困難であるのに対し，本方法では比較的平易に応答計算がなされた．

また静的載荷実験を実施する際，最大変位を生じさせた後，変位振幅を減少させる履歴ループもあわせて観測することが大切だと思われる．

末筆ながら，終始懇切な御指導をいただいた，東京都立大学工学部国井隆弘助教授に感謝の意を表する次第である．

参考文献

(1) 服部・国井「単純鋼構造系の動的復元力特性に関する実験的研究」土木学会第31回年次学術講演会 昭和51年10月．
(2) Caughey "Equivalent Linearization Techniques" The Jornal of The Acoustical Society of America, vol. 35, No. 11, Nov., 1963.
(3) 小高「耐震構造の綜合研究」宇野書店，1964年．