

# 相互誘導等価回路の分類に関する検討

青木 博夫\*

## Considerations of Classification of the Mutual Induction Equivalent Circuit

AOKI Hiroo

Almost textbooks of electric circuits describe that the mutual induction circuit can be replaced by T type equivalent circuit including three self inductances.

However, I found that the plus-minus signs of mutual inductance of equivalent circuits are the opposite among some books. Then, I investigated the part of mutual induction equivalent circuits in the books that are published for the technical college and the books I judged same levels as the former. As result, in almost books of the electric circuit, the descriptions on mutual inductance of equivalent circuits have some errors or are incomplete.

Therefore, I have classified the equivalent circuits in four types, then confirmed the classifications are correct using circuit simulator..

キーワード：相互誘導，等価回路，回路シミュレータ

### 1. まえがき

相互誘導回路は，一般的に電気回路教育において RLC 直並列回路と並んで，重要項目の一つである．またほとんどの電気回路の書籍では，この相互誘導回路は自己インダクタンス 3 つからなる T 型等価回路で置き換えることができると記述している．

ところが筆者は，等価回路のインダクタンスの符号に関して全く正反対の記述をしている書籍があることに気がつき，大学高専向きと記載しているかまたは，筆者がそのように判断した書籍の相互誘導等価回路に関する部分の調査を行った．その結果，ほとんどの電気回路の書籍において根本的に記述に誤りがあるか，不備があることが判明した．

そこで，筆者は相互誘導等価回路を 4 つのパターンに整理し，その分類法が正しいことをシミュレーションにより確認した．

### 2. 記述例

相互インダクタンス  $M$  の正負は，コイルの極性と電流の方向により決定されるものであるから，合計 4 つのパターンについて等価回路を考える必要がある．調査した書籍の中にはそのどちらも考慮して

ないものがあった．特に，図 1 のような 2 次側に電源がなく，短絡またはインピーダンスのみの回路では，2 次側にはコイルの極性に関係なく磁束の変化を妨げるように起電力が発生するから，必ず負結合になるはずであるが，正結合として取り扱っているものが多い<sup>1)~3)</sup>．

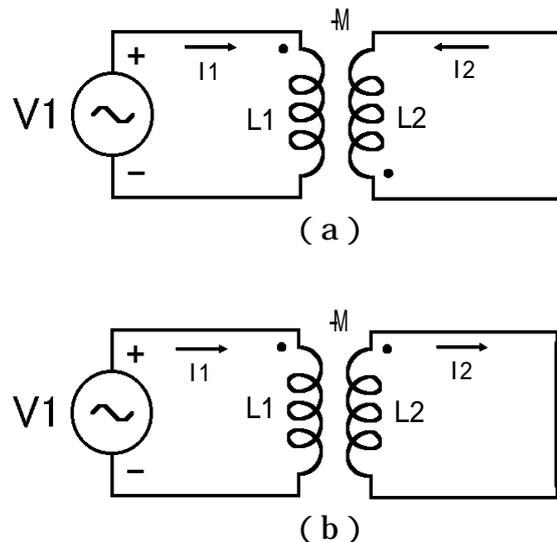


図 1 2次側無電源の場合

\* 電気電子工学科教授

電流の方向を明確にするには、2次側にも電源を入れる必要があるが、このようにしてあってもコイルの極性を考慮してないものがある<sup>4)</sup>。

つまり、コイルの極性を無視したもの、および2次側に電源を考慮しないものが多く理論的に統一が取れていない。

一方、例は非常に少ないが、相互インダクタンスの等価回路については、全く記述してない本もある<sup>5)</sup>。

3. 4種類の組み合わせと等価回路の誘導

コイルの極性と電流の向きを考慮すると、図2のように4つのパターンになる。ここで極性とはコイルの巻き方向と考えてもよい。それぞれの回路に対応する回路方程式は、図2(a),(b)に対しては表1式(1)となり、および(c),(d)に対しては表1式(2)となる。

次にT型回路のパターンは図3の(A)および(B)の2種類となり、(A)が図2の(a),(d)に対応し、(B)は(b),

表1 式(1) ~ 式(4)

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 &= j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \\ V_2 &= -j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= (Z_1 + Z_3)I_1 + Z_3 I_2 \\ V_2 &= Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= (Z_1 + Z_3)I_1 - Z_3 I_2 \\ V_2 &= -Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 \end{aligned} \right\} (4)$$

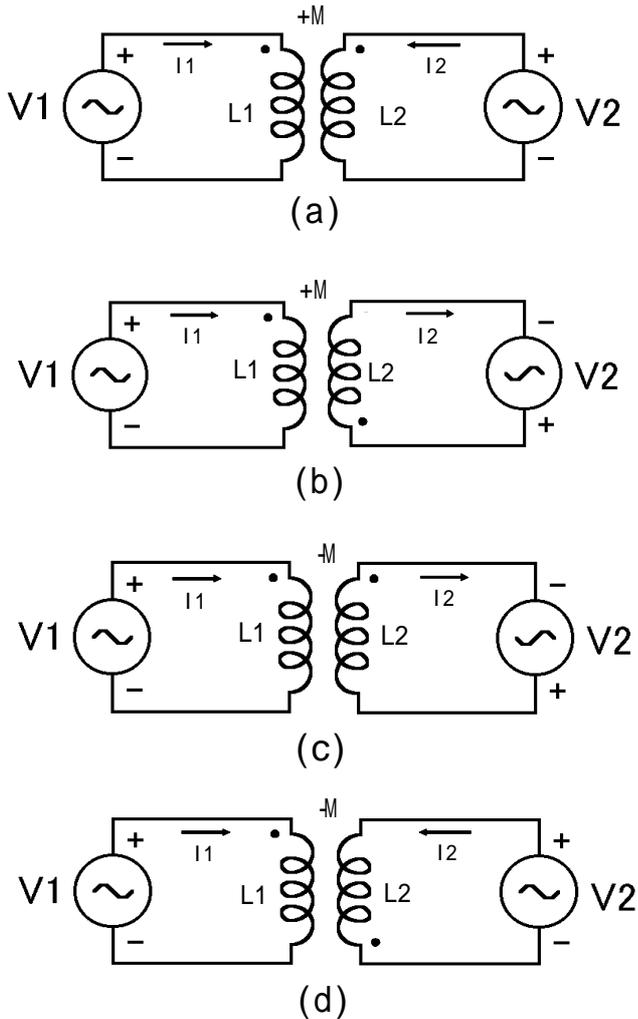


図2 4つのパターン

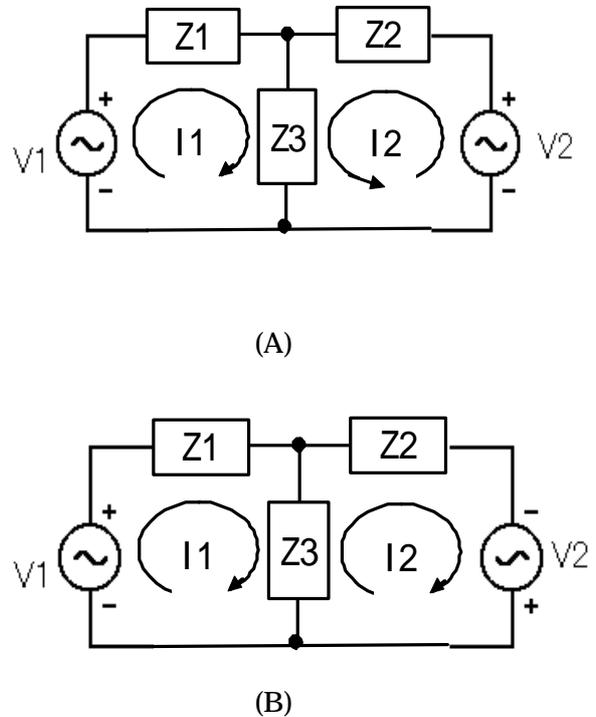


図3 T型回路の2パターン

表2 図と式の対応

図2	式
(a)	(1)と(3)
(b)	(1)と(4)
(c)	(2)と(4)
(d)	(2)と(3)

(c)に対応していることが分かる．また(A)に対する回路方程式は表1式(3)となり，(B)に対する回路方程式は表1式(4)となる．これらをまとめると，表2の組み合わせとなる．

これらの式の組み合わせから，(a)，(c)に対しては表3式(5)ができこれを解くと表3式(6)のようになる．これに対するT型等価回路は，図4(1)となることが分かる．また(b)，(d)に対しては表3式(7)ができこれを解くと表3式(8)のようになる．これに対するT型等価回路は，図4(2)となることが分かる．これを表にまとめると表4のようになる．

4. 2次側に電源がない場合の等価回路

前節の特殊な場合として，図1のような2次側に電源がない回路の場合についての等価回路の誘導を行う．回路方程式は，どちらの場合も表5式(9)のようになる．またT型回路は図3でV2を取り去りそこを短絡したものとなる．それらを(A')，(B')と考える．これらから(A')に対しては表5式(10)が，(B')に対しては表5式(11)が導かれる．そこで図1(a)については，表5式(9)と表5式(10)から表3式(7)を經由して表3式(8)が導かれる．

これに対応する等価回路は図4(2)になることがわかる．また図1(b)については，表5式(9)と表5式(11)から表3式(5)を經由して表3式(6)が導かれる．これに対応する等価回路は図4(1)になることがわかる．

表3 式(5) ~ 式(8)

$Z_1 + Z_3 = j\omega L_1$	}	(5)
$Z_2 + Z_3 = j\omega L_2$		
$Z_3 = j\omega M$		
$Z_1 = j\omega(L_1 - M)$	}	(6)
$Z_2 = j\omega(L_2 - M)$		
$Z_3 = j\omega M$		
$Z_1 + Z_3 = j\omega L_1$	}	(7)
$Z_2 + Z_3 = j\omega L_2$		
$Z_3 = -j\omega M$		
$Z_1 = j\omega(L_1 + M)$	}	(8)
$Z_2 = j\omega(L_2 + M)$		
$Z_3 = -j\omega M$		

5. シミュレーション

以上の分類法および等価回路が正しいか否か，回路シミュレータにより確認を行った．ここで用いた

表4 図2と図4の対応

図2	図4
(a)	(1)
(b)	(2)
(c)	(1)
(d)	(2)

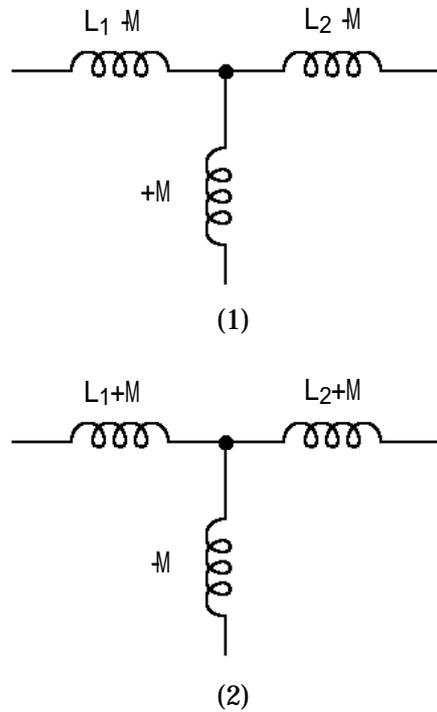


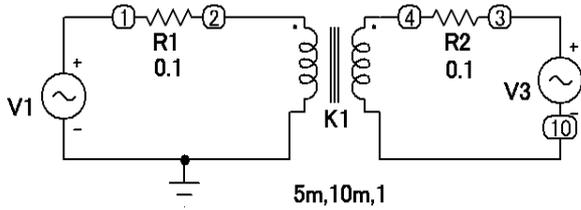
図4 2種類のT型等価回路

表5 式(9) ~ 式(11)

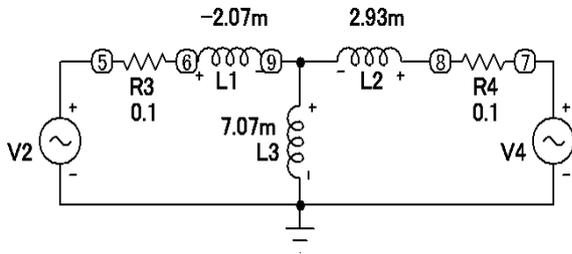
$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2$	}	(9)
$0 = -j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$		
$V_1 = (Z_1 + Z_3) I_1 + Z_3 I_2$	}	(10)
$0 = Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3) I_2$		
$V_1 = (Z_1 + Z_3) I_1 - Z_3 I_2$	}	(11)
$0 = -Z_3 I_1 + (Z_2 + Z_3) I_2$		

シミュレータは、Micro-Cap 7/Evaluation 版である。

図5 (a)は図2 (a)に相当する回路である。ここで  $L1=5[mH]$ ,  $L2=10[mH]$  結合係数  $k=1$  に設定した。ここで1次および2次回路に  $0.1[\Omega]$  を挿入してあるのは、シミュレータでは、電源とコイルを並列に接続するとエラーになるからである。ここでは電源の



(a)



(b)

図5 正しい設定

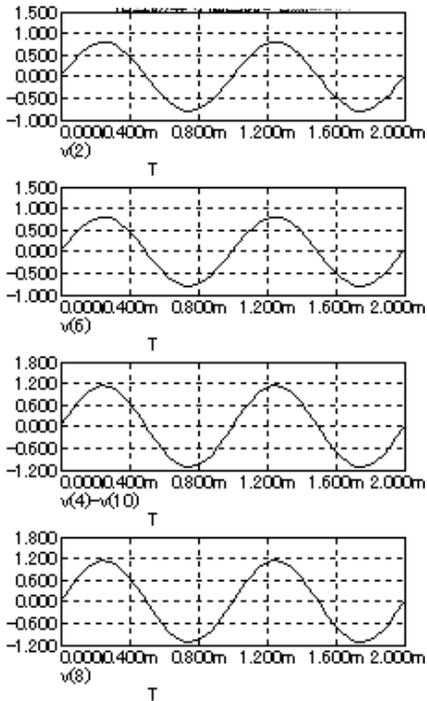


図6 正しい波形

周波数を  $1[kHz]$  に設定したので、 $0.1[\Omega]$  はリアクタンスに比較して無視できる値である。

また図5 (b)は、3つのインダクタンスを正しい値に設定したものである。つまりT型の左側部分が  $L1 - M$ 、右側部分が  $L2 - M$ 、垂直部分が  $M$  となる。ここで  $M$  は  $L1$  と  $L2$  の積の平方根に  $k$  を掛けたものである。その解析結果が図6となる。図6中に各波形には、図5の接続点番号を明記してある。また図6の上から3つめの波形は、接続点の電圧からの電圧の差より求めている。これはシミュレータのグラウンドを一次側に設定したためである。図6より、元の回路と等価回路での波形が全く同一となり、こ

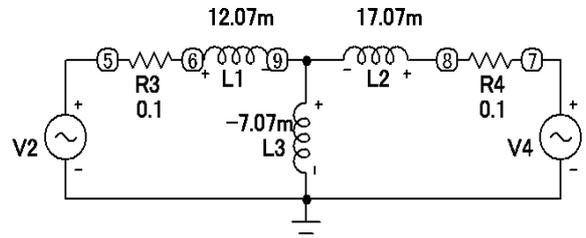


図7 間違った設定

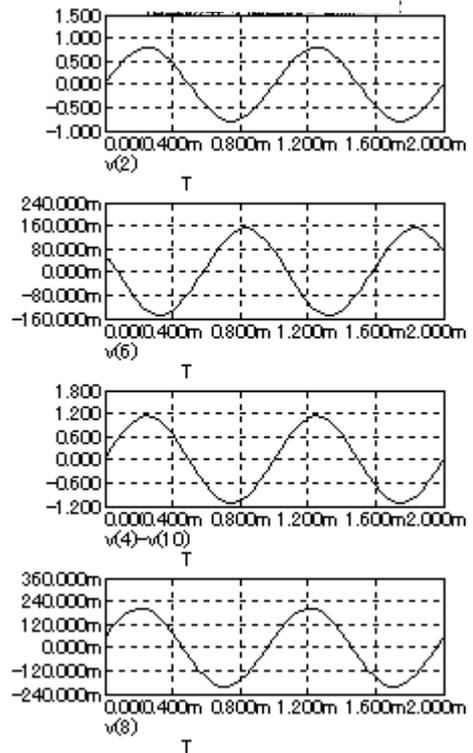


図8 間違った波形

の等価回路のインダクタンスの値が正しいことが分かる。

次に元回路は同じままで、T型の左側部分を  $L1+M$ 、右側部分を  $L2+M$ 、垂直部分が  $-M$  と設定したものが図7である。これで解析を行うと図8のようになり、波形が一致しないことが分かる。このことから図7は図5(a)の等価回路でないことは明白である。

以上のように、図2のすべての組み合わせにおいて、正しい設定とそうでないものについてシミュレーションを行い、表2の組み合わせが正しいことを確認した。また2次側に電源がない場合についても同様に確認した。なおシミュレータでは、コイルの極性符号(ドット)は回路図上では反転表示できないが、結合係数  $k$  の符号を負にすることで、実質的に極性を反転することができる。

## 6. あとがき

相互インダクタンスを含む回路のT型等価回路は、単に、相互インダクタンス  $M$  の符号の正負によりT型等価回路が決まるものではないことを明確にした。

$M$  の符号は、コイルの極性(巻き方向)と電流の向きによって決まるものであるから、4種類のパターンについてすべて記述すべきものである。もし教科書等のスペースの関係ですべてのパターンについて記述できないとすれば、等価回路を誘導した前提条件を明確にすべきである。

## 参考文献

たとえば

- 1) 鍛冶光悦, 岡田新之助:「電気回路(1)」, p61, コロナ社(2002)
- 2) 早川義晴, 松下祐輔, 茂木仁博:「電気回路(1)」, p136, コロナ社(2005)
- 3) 瀬谷浩一郎:「電気回路テキスト」, p145, 日本理工出版会(1994)
- 4) 高田和之, 坂 貴, 井上茂樹, 愛知久史:「電気回路の基礎と演習」, p118, 森北出版(2005)
- 5) 西巻正郎, 森 武彦, 荒井俊彦:「電気回路の基礎」, 森北出版(1993)