

# インパルス性雑音除去へのウェーブレット変換の応用

宮 崎 敬\*

## A Noise Reduction Method Using Wavelet Transform

Takashi MIYAZAKI

An impulsive noise, one of some noises included in a picture image, is a factor depressing image quality. In image processing, it is an important process to reduce such a noise in a picture image. The median filter and the improvement type median filter are effective against the elimination of this impulsive noise. But it is not sufficient in respect to the depreciation of image quality, or preservation of detailed edges. In this paper, the conditional median filter which uses a wavelet transformation and a fuzzy reasoning is proposed. This median filter is based on a impulsive noise being obtained as one of high frequency components, because the power difference of an impulsive noise compared to surrounding pixels is large. Finally, the method using the fixed threshold and the method using the fuzzy reasoning were compared to the conventional method, and then it turned out that the method using the fuzzy reasoning was most effective.

キーワード：雑音除去, インパルス性雑音, ウェーブレット理論, ファジィ推論, メディアンフィルタ

### 1. はじめに

雑音による画像の劣化原因には、白色ガウス性雑音とインパルス性雑音によるものがある。これらの雑音を画像から除去し画像を鮮明にすることは、画像処理における重要な処理である。白色ガウス性雑音を除去する方法として、線形フィルタの一つである平均値フィルタが有効である。しかし、画像全体に平滑処理を行なうためにエッジの保存性が良くないという欠点をもっている。また、インパルス性雑音の除去には、非線形フィルタのメディアンフィルタが有効であるが<sup>1),2)</sup>、画像全体にフィルタ処理を行うために、エッジなどの微細部分での変形が起きる場合がある<sup>3),4)</sup>。これを改善するフィルタとして、フィルタ内の画素に荷重を持たせる荷重メディアンフィルタや<sup>5)</sup>、注目画素がインパルス性雑音であるかを判定した上で、雑音と認められた場合に、メディアン値とする条件付きメディアンフィルタなどが提案されてきた<sup>6)</sup>。ところが、前者は荷重の決定と計算量に問題がある。また、後者は注目画素における雑音らしさの判定にファジィルールを導入してい

るが、このファジィルールの決定にトレーニングが必要であり、フィルタの参照領域が小さいので判定が難しい場合もある。

そこで本論文では、インパルス性雑音は周りの画素との濃度差が大きく、すなわち高周波成分として考えられることに着目した手法を提案する。本手法は、画像をウェーブレット変換により空間周波数に分解し、各画素の空間周波数成分についてファジィ推論を用いて各画素がインパルス性雑音かを判定する条件付きメディアンフィルタである。この空間周波数の分解にHarrウェーブレット変換を用いている<sup>6)</sup>。この変換は空間周波数の分解結果を位置情報とともに求められる特徴を持っている。さらに、高周波数の成分は2画素間の濃度差分であり、それぞれ縦の高周波成分、横の高周波成分および斜めの高周波成分ごとに求められる特徴を有している。従って、インパルス性雑音を含む画像に対してこの変換を施すと、得られる各高周波数成分中には、画像中に含まれる縦、横および斜め線とインパルス性雑音とが混在したまま画素の差分値として求められる。そこで、この差分値を表す1画素からだけでは、インパルス性雑音かエッジかを区分できないため、隣接する高周波成分の差分値の大きさと位置関係をもとに、

\* 電気工学科教授

ファジィ推論を用いてインパルス性雑音の特定化を行っている。この特定化した画素だけにメディアンフィルタを施すことにより、微細なエッジを保持したままインパルス性雑音を除去することが可能である。最後に、本手法の有効性を従来のメディアンフィルタおよび平均値フィルタと比較する実験により明らかにした。

## 2. 本手法で用いるウェーブレット変換

本手法では式(1)、(2)で示される Harr ウェーブレット変換を用いた。\$X(2t)\$は画像の濃度値を表し、\$L(t)\$と\$H(t)\$は低周波と高周波成分をそれぞれ表す。

$$L(t) = \{X(2t) + X(2t-1)\} / 2 \quad (1)$$

$$H(t) = \{X(2t) - X(2t-1)\} / 2 \quad (2)$$

この変換は対象画素が\$2 \times 2\$でレベルが1つ上がる。\$H(t)\$は隣接2画素の濃度の差分を表し、インパルス性雑音などは、この高周波成分として検出しやすくなる。レベル1のウェーブレット変換では、原画像が4分割され、左上には縦方向と横方向ともに周波数が低い成分(LL成分)、右上には横方向に周波数が高い成分(HL成分)、左下に縦方向に周波数が高い領域(LH成分)、右下には縦方向と横方向ともに周波数が高い成分(HH成分)が求められる。

## 3. インパルス性雑音の検出と除去

### 3-1 インパルス性雑音の検出の概要

インパルス性雑音の検出は上記のウェーブレット変換により得られる高周波成分をもとにファジィ推論によって雑音度を判定して行なう。ウェーブレット変換によるHL成分は、水平方向に対しての高周波成分で、縦方向のエッジの程度を表す。逆にLH成分は垂直方向に対しての高周波成分で、横方向の

エッジの程度を表す。HH成分は水平と垂直方向に対して、つまり斜め方向に対しての高周波成分であり、斜線や孤立点の存在の程度を表す。従って、雑音の検出にはHL、LH成分とHH成分との2つに分けて行う。

### 3-2 HH成分からの検出

ウェーブレット変換によるHH成分は、インパルス性雑音と斜め線の上下左右方向に見た場合に、周波数の高い成分と考えられる。256階調の濃淡画像では、HH成分の値\$HH(i, j)\$は\$0 \sim \pm 128\$となり、値が高いほど周囲の画素との濃度差があることを示す。そこで、HH成分の絶対値の大きいものの中にインパルス性雑音が含まれると考えられる。しかし、HH成分の分布は画像ごとに異なるので、HH成分のヒストグラムを元に、HH成分の最大値を1とする正規化関数\$f\_{HH}(x)\$を設定し(図1参照)、この関数によってHH成分を\$[0, 1]\$に正規化する。ただし、関数\$f\_{HH}(x)\$の横軸切片\$\alpha\_{HH}\$は可変できる。ここで、\$HH(i, j)\$の正規化された値を\$\mu\_{HH}(i, j)\$とし、これから雑音を検出する手順を示す。

Step1: 原画像をウェーブレット変換する。

Step2: HH成分の各画素\$HH(i, j)\$について、その絶対値のヒストグラムを作成する。

Step3: HH成分について、正規化関数\$f\_{HH}(x)\$によって\$[0, 1]\$に正規化する。正規化された各画素の値を\$\mu\_{HH}(i, j)\$で表す。

Step4: 値の大きい\$\mu\_{HH}(i, j)\$について、その斜め4方向のうちで最大の\$\mu\_{HH}(p, q)\$を求める。ただし、\$(p, q)\$は\$\{(i-1, j-1), (i-1, j+1), (i+1, j-1), (i+1, j+1)\}\$のいずれかである。

Step5: \$\mu\_{HH}(i, j)\$と\$\mu\_{HH}(p, q)\$からファジィ推論を用いて\$HH(i, j)\$における雑音の含まれる程度を判定する。

Step6: 雑音の存在が高いと判定された\$HH(i, j)\$

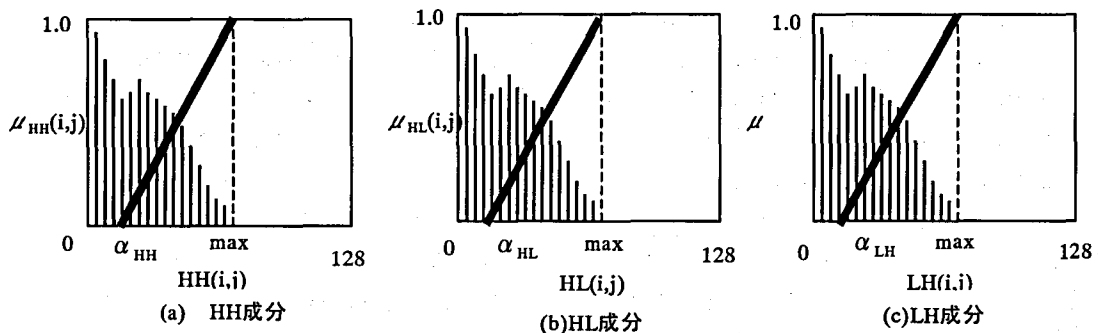


図1 ウェーブレット変換による各周波数成分のヒストグラムと正規化

に対応する原画の4画素について、相互の濃度の差分の大小関係から、雑音の画素を特定する。

Step7: 特定された画素に対して、メディアンフィルタにより雑音を除去する。

インパルス性雑音の存在を判定するためのファジィルールには、判定対象の  $\mu_{HH}(i, j)$  の大きさと、その斜め4方向のうち最大の  $\mu_{HH}(p, q)$  の大きさを条件に使い、下記のルールAにより判定する。ここでは、ルールのうち雑音らしさの判定が中位以上となる場合を示し、雑音らしさが小さい場合についてはその他とした。ただし、条件を判断するメンバーシップ関数は次の3式で、図2にグラフを示す。 $f_{HH}(x)$ の値が0.5以上では、式(3)のlargeの関数と(4)のmiddleの関数を、0.5以下では(4)のmiddleの関数と(5)のsmallの関数を用いている。

large :  $\mu_l(x) = 2x - 1$  (3)

middle :  $\mu_m(x) = 1 - |1 - 2x|$  (4)

small :  $\mu_s(x) = 1 - 2x$  (5)

[ルールA]

- 1: if  $\mu_{HH}(i, j)$ が large,  $\mu_{HH}(p, q)$ が large then 雑音らしさが large
- 2: if  $\mu_{HH}(i, j)$ が large,  $\mu_{HH}(p, q)$ が middle then 雑音らしさが large
- 3: if  $\mu_{HH}(i, j)$ が large,  $\mu_{HH}(p, q)$ が small then 雑音らしさが large
- 4: if  $\mu_{HH}(i, j)$ が middle,  $\mu_{HH}(p, q)$ が large then 雑音らしさが middle
- 5: if  $\mu_{HH}(i, j)$ が middle,  $\mu_{HH}(p, q)$ が middle then 雑音らしさが middle
- 6: if  $\mu_{HH}(i, j)$ が middle,  $\mu_{HH}(p, q)$ が small then 雑音らしさが large
- 7: else 雑音らしさが small

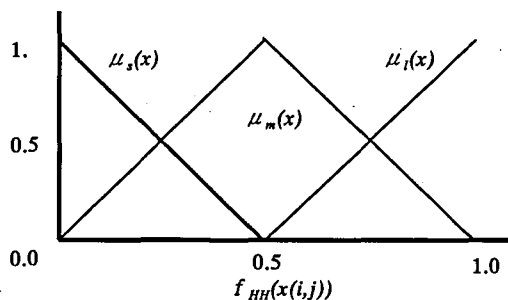


図2 雑音判定のメンバーシップ関数

この結果、インパルス性雑音が含まれると判定された成分に対応する原画の4画素について、その濃度差の大小関係から、雑音の画素を特定する。図3に示す4画素A~Dについて、HH成分  $P_{HH}$  を求めると、 $P_{HH} = D - C - (B - A)$  となる。ただし、式(1)と(2)の除算を考慮せず整数部分だけを考える。ここで、 $P_{HH} > 0$  または  $P_{HH} < 0$  の場合に、この4画素の中にインパルス性雑音が含まれるか斜線などの一部と考えられる。ここで  $P_{HH} > 0$  の場合には、以下の(a)~(e)に示す5パターンと考えられ、さらにD-CとB-Aの大小関係から分類が可能となる。この2つの値は、HH成分を求める過程で得られている。(a)~(d)はインパルス性雑音で、(e)は斜線等の一部と考えられる。

(a) の場合は  $B - A < 0, D - C = 0$

(b) の場合は  $B - A > 0, D - C = 0$

(c) の場合は  $B - A = 0, D - C < 0$

(d) の場合は  $B - A = 0, D - C > 0$

(e) の場合は  $B - A < 0, D - C > 0$

3-3 HL成分とLH成分からの雑音の検出

次に、HL成分とLH成分から雑音が存在する程度を判定する場合について説明する。判定対象の  $\mu_{HL}(i, j)$  は、水平方向の高周波成分であるので左右の  $\mu_{HL}(s, t)$  を、また  $\mu_{LH}(i, j)$  は垂直方向の高周波成分であるので、上下の  $\mu_{LH}(s, t)$  を条件にしている。ここで、HL成分およびLH成分からの雑音検出の手順は同じなので、HL成分についてのみ示す。

Step1: 原画像をウェーブレット変換する (HH成分のところで行う)。

Step2: HL成分の各画素HL(i, j)について、その絶対値のヒストグラムを作成する。

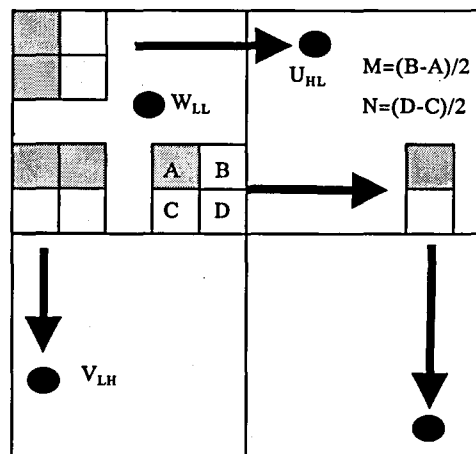


図3 ウェーブレット変換による周波数分解

Step3: HL 成分の各画素  $HL(i, j)$  について, 正規化関数  $f_{HL}(x)$  によって  $[0, 1]$  に正規化する.

Step4:  $\mu_{HL}(i, j)$  と上下の  $\mu_{HL}(i-1, j)$  と  $\mu_{HL}(i+1, j)$  (LH では  $\mu_{LH}(i, j-1)$  と  $\mu_{LH}(i, j+1)$ ) を元に, ファジィ推論を用

いて  $\mu_{HL}(i, j)$  での雑音の存在する程度を判定する.

Step5: 雑音の存在が高いと判定された場合, 対応する原画の 4 画素に対して, メディアンフィルタにより雑音を除去する.



(a) 原画像 (girl)



(b) 雑音を付加した画像 (5%)



(c) ウェーブレット変換画像

図 4 原画像と雑音付加およびウェーブレット変換



(a) 本手法 1 の結果



(b) 本手法 2 の結果



(c) メディアンフィルタの結果



(d) 平均値フィルタの結果

図 5 ウェーブレット変換を用いた本手法 (手法 1: 固定閾値, 手法 2: ファジィ推論) とメディアン, 平均値フィルタによる雑音除去画像

HL 成分と LH 成分からの雑音の検出では、HH 成分のように雑音の画素の特定が難しいので、対応する原画の 4 画素すべてについてメディアンフィルタをかける。

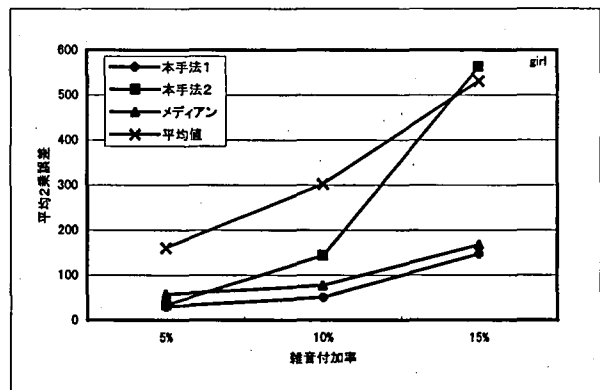
HL 成分と LH 成分からの雑音の判定には、ルール B を適用する。ただし、ルールに用いる条件は、HL 成分では注目している成分  $\mu_{HL}(i, j)$  と、その上下の  $\mu_{HL}(i-1, j)$  と  $\mu_{HL}(i+1, j)$  を、LH 成分では注目している成分  $\mu_{LH}(i, j)$  とその左右の  $\mu_{LH}(i, j-1)$  と  $\mu_{LH}(i, j+1)$  を用いている。ただし、ルールは HL 成分について示すが、LH 成分の場合に参照する成分は左右の成分となる。また、条件を判断するメンバーシップ関数は、HH の場合と同じである。

[ルールB]

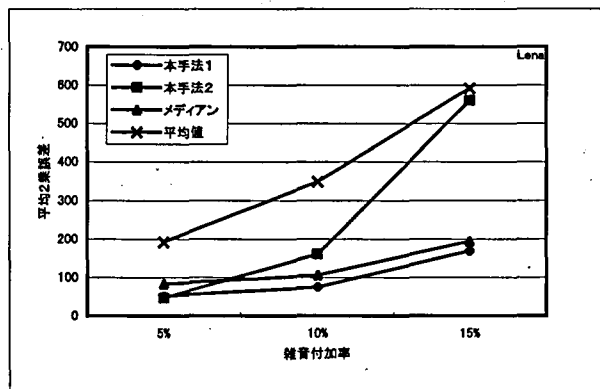
- 1: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が large then 雑音らしさが large
- 2: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が middle then 雑音らしさが large
- 3: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が middle,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が large then 雑音らしさが large
- 4: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が small then 雑音らしさが large
- 5: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が small,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が large then 雑音らしさが large
- 6: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が middle,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が middle then 雑音らしさが large
- 7: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が middle,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が small then 雑音らしさが large
- 8: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が small,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が middle then 雑音らしさが large
- 9: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が large,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が small,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が small then 雑音らしさが large
- 10: if  $\mu_{HL}(i, j)$  が middle,  $\mu_{HL}(i-1, j)$  が small,  $\mu_{HL}(i+1, j)$  が small then 雑音らしさが middle
- 11: else 雑音らしさが small

4. 実験結果

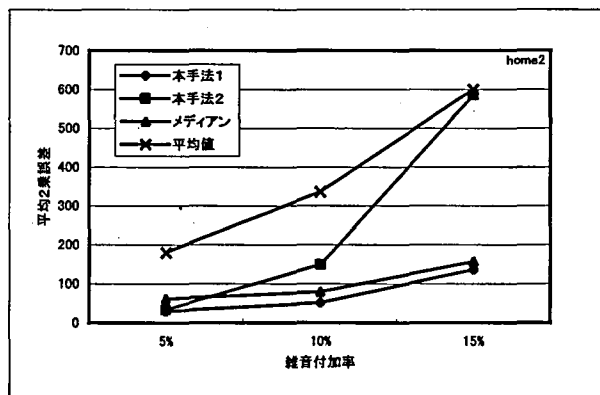
図 4(a)~(c)に標準画像データベース SIDBA の画像 girl (サイズ:256×256, 濃度階調:256) と、インパルス性雑音を 5%付加した画像および Harr ウェーブレット変換した画像を示す。図 4(c)の画像に対して、雑音判定にファジィ推論を利用した手法 1 と、雑音判定に固定のしきい値を利用した手法 2 (正規化されたウェーブレット変換の成分の値を 0.1 以上としたもの) と、メディアンフィルタおよび平均値フィルタによる雑音除去した画像を図 5(a)~(d)



(a) 画像 girl による性能比較



(b) 画像 Lena による性能比較



(c) 画像 home2 による性能比較

図 6 各手法の雑音付加率と雑音除去の性能

に示す。ただし、手法1では、正規化関数は $\alpha=0$ で、雑音の存在する程度の評価になるファジィ推論の重心は0.5としている。また、手法2では、各高周波成分の正規化された値が0.1以上とした結果である。手法2では除去できない雑音がわずかに残るが、ファジィ推論を導入した手法1では解決されている。

図6(a)~(c)には、標準画像データベースSIDBAの画像のgirl, Lenaおよびhome2について、雑音付加率を5%, 10%, 15%と増加させたとき、各手法の雑音除去の性能を示す。評価には式(6)の平均2乗誤差(MSE)を用いた。ここで、 $M \times N$ は画像サイズ、 $x(i, j)$ は原画像、 $y(i, j)$ は復元画像を示す。

雑音が少ない場合には、本手法の手法2が手法1

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \{y(i, j) - x(i, j)\}^2 \quad (6)$$

をわずかに上回ることがあるが、手法2は雑音の増加とともに除去性能が急激に落ちる。これに対して、手法1は性能の低下はかなり少なく良好な結果を示している。しかし、雑音の増加にともない除去率が低下し、メディアンフィルタに近づく。これは雑音の数が増加するために雑音が集中し、エッジと判断される率が高くなるためと考えられる。

## 5. むすび

本論文では、濃淡画像に含まれるインパルス性雑音の除去方法として、ウェーブレット変換による周波数分解とその各周波数成分へファジィ推論を適用した条件付メディアンフィルタを提案した。本手法では、インパルス性雑音が周囲の画素に比べて一般に濃度差が大きくなることに着目し、ウェーブレット変換により位置と濃度差が高周波成分として得られることを利用した。また、雑音とエッジ部分との判定には、斜めおよび上下左右方向の高周波成分の値を条件としてファジィ推論によりおこなった。こ

れはインパルス性雑音の判定のしきい値が画像ごとに異なっていたからであるが、実験結果からファジィ推論の有効性が明らかになった。また、本手法で用いたHarrウェーブレット変換の場合には、高周波成分の1画素が原画では4画素に相当するので、雑音を特定する場合に高周波成分と原画の画素の対応が容易であり、計算量が少ない方法といえる。

今後の課題として、現在正規化関数の $\alpha$ の値による手法1の性能について、その値との関係を明確にすることである。また、雑音判定の評価をするファジィ推論の重心位置について、その値と雑音除去性能の関連を調べることで、最適値を自動的に決定できるようにしていくつもりである。さらに、雑音の検出比率を向上させるために、推論ルールについて検討する必要がある。

## 参考文献

- 1) P. M. Narendra, "A separable median filter for image noise smoothing", in Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Pattern Recognition and Image Processing '78, Chicago, pp.134-141(1978).
- 2) 原島博, 荒川薫, 藤井竜也: "非線形デジタルフィルタと信号処理", 信学論(A), vol. J78-A, no. 2, pp. 143-154 (Feb. 1988).
- 3) 荒川薫: "ファジールールに基づくメジアンフィルタ", 信学論(A), vol. J78-A, no. 2, pp. 123-131 (Feb. 1995).
- 4) 棟安実治, 和田祐司, 雛元孝夫: "適応のエッジ保存平滑フィルタの一実現法", 信学論(A), vol. J80-A, no. 1, pp. 45-53 (Jan. 1997).
- 5) Brownrigg D. R. K.: "Generation of representative members of an RrSst weighted median filter class", IEEE Proc. Pt. F, 133, 5, pp. 445-448 (1986).
- 6) 貴家仁志: "マルチレート信号処理", 昭晃堂(1995).