

実験計画に基づく最適設計法

楡井雅巳*, 山本行雄**

A Study of Optimal Design Method based on Experimental Programming

M. NIREI and Y. YAMAMOTO

A laser scanning actuator (LSA) is a moving magnet type actuator. The characteristics of the LSA is varied dependent on the values of design parameters. Designing parameters is estimation of the parameters effects. Estimation of the parameters effects is an especially important item in practice designing. In this paper, we describe a method based on statistical approach for estimate the relationship of the design parameters and the characteristics of the LSA. And also shows a cogging torque form design method to obtain the required characteristics.

キーワード：最適設計，電磁界解析，多変量統計解析，実験計画

1. まえがき

計算機の演算能力の向上に伴い，計算機援用の設計技術が実用化されてきている。特に，電磁界解析の分野において，有限要素解析法は有用な設計技術となってきた。近年，数値電磁界解析と，シンプレックス法，Rosenbrock 法などの数値計画法を組み合わせた，最適設計法に関する研究が盛んに行なわれている¹⁾²⁾。これらの解析方法は，評価関数を適用し，それを満たす形状を逐次的に検索を行なうものである。一方，実機的设计においては，加工精度の累積，製造ロットによるばらつきなどの観点から，設計された寸法が特性に及ぼす程度，即ち感度がどの程度であり，与えた寸法がどのように特性に関与しているかを把握することが重要となると考えられる。最近では，このような観点からの報告も見られるようになった³⁾。

筆者らは，これまでにリニアアクチュエータ，磁気センサなどの構造パラメータと特性との相関関係について，実験計画法に基づき評価領域を効率的に検証する解析方法および評価手法について検討を行ってきた⁴⁾⁵⁾⁶⁾。本稿では，これらの検討を回転型レーザーキャニングアクチュエータ (LSA) に適用し，コギングトルクの低減を目的とした最適形状を求め，その本手法の有用性について検討を行なっている。また，渦電流を考慮した有限要素解析も行なったので報告する。

2. 形状設計手法の概要

本手法は，実験計画法⁷⁾に基づいて，二次元有限要素法による電磁界解析⁸⁾と，線形重回帰⁹⁾を用いて形状と特性との相関関係を求め，設計変数の特性への影響を明らかにするものである。図 1 に解析の手順を示した。

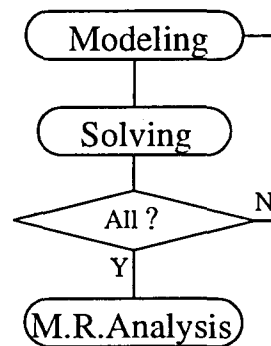


図 1 形状設計手法の流れ

モデリングは，有限要素解析の要素分割を自動生成するため Delaunay の基準による方法¹⁰⁾を用いている。Delaunay 法を利用することによって，物体の変位に合わせてモデルの輪郭データのみで定義できるため，解析対象の変位の扱いが簡潔になる。また，重回帰分析を行なうための設計変数の水準数の定義も行なわれる。設計変数となる形状パラメータのとり領域は，実験計画に基づいて直交配列表によって振り分けられている。

磁界解析のソルバーは，磁気ベクトルポテンシャル

* 電子情報工学科講師

** 電子情報工学科教授

原稿受付 1997 年 10 月 31 日

を用いた二次元静磁場解析である。行列の計算法には、ICCG法¹¹⁾を用いた。得られた結果から、垂直力、接線応力など設計対象となる特性を求める。

重回帰分析では、前述の磁界解析から得られた結果から、モデルと解析結果との相関関係を求めている。磁気アクチュエータのように非線形性を有する解析対象の場合には、多変数逐次近似法⁷⁾の適用が好ましいが、計算の簡便さから線形問題として重回帰分析を適用している。

3. レーザスキャニングアクチュエータの構成と基礎特性

3-1 LSA の構成

本稿での解析対象としての、レーザスキャニングアクチュエータ (LSA) の構成を図 2 に示す。

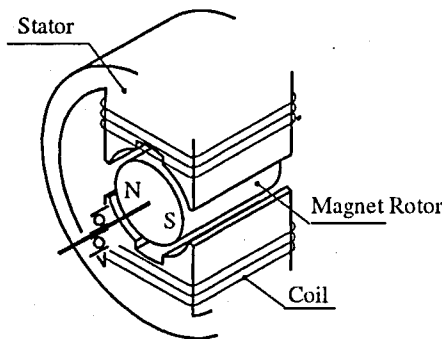


図 2 LSA の構成

LSA は、出力軸に取り付けたミラーを駆動することにより、高精度の光走査を可能とする光学スキャナである。LSA が通常のサーボアクチュエータと異なる点は、負荷をミラーの駆動に限定しているため、駆動範囲を特定の角度 ($\pm 15^\circ \sim 20^\circ$) の範囲で特性を満足すれば良いことである。

LSA の駆動原理は、ブラシレス DC モータの 1 相分と基本的に同一である。永久磁石回転子はラジアル方向に 2 極着磁されており、磁極に設けられた溝により、回転子の回転角により磁気抵抗分布が周期的に変化する。回転子の安定位置は、磁極と回転子の着磁方向が直交する位置となる。

磁極に設けられた溝や磁極端部の形状によって、LSA のトルク分布が変化することになるので、本稿ではこれらの形状について解析を行なう。

3-2 電磁界解析モデル

解析領域は、LSM を中心に半径 100 mm の領域とし、最外周節点に固定境界として 0 ポテンシャルを与えた。図 3 に分割例を示す。要素は一次三角要素とし、総節点数 8717、総要素数 17372 である。図 4 に、ギャップ領域の分割を示す。

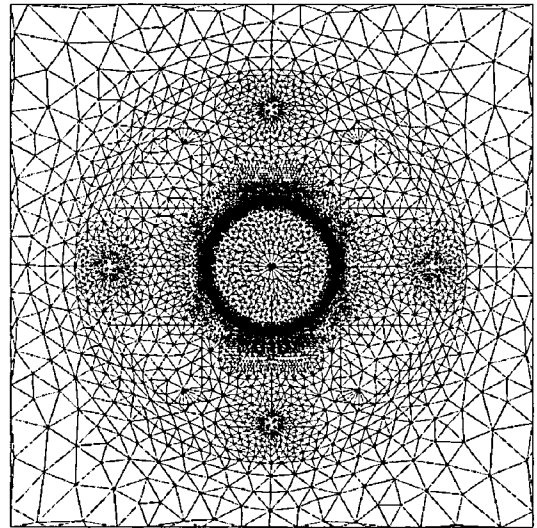


図 3 LSM の分割

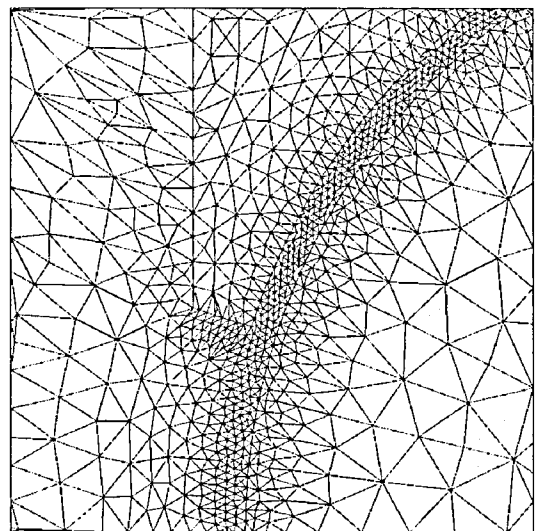


図 4 ギャップ部の分割

3-3 永久磁石モデルの評価

回転子表面に永久磁石が配置されている場合、精度良い解析結果を得るためには、永久磁石のモデリングが正しく行なわれることが必要である。永久磁石の着磁はラジアル方向にストレートとし、ヨーク等磁性材料の磁気特性は等方性とした。ロータの回転は、永久磁石の着磁角度を変えることによって与えた。収束条

件は、磁束密度ノルムの変化率 0.1% 以下、磁束密度の変化量 0.1 [mT] 以下とした。図 5 に計算例を示す。

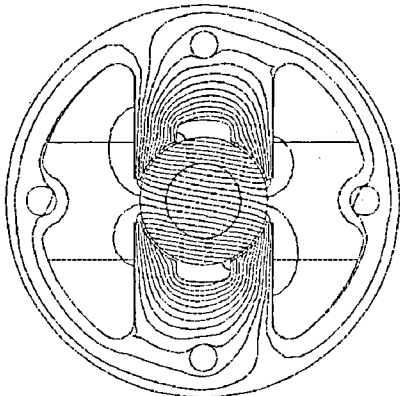


図 5 ポテンシャル分布 (10°)

図 6 に回転子永久磁石表面の磁束密度分布を示した。ピーク付近での高調波分の相違が見られるが、実測値と良好な一致が得られている。本結果より、永久磁石のモデリングは妥当なものと考えられる。

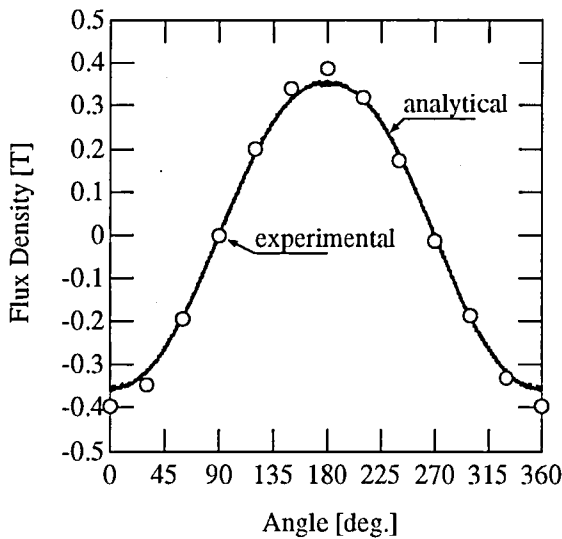


図 6 回転子永久磁石表面磁束密度

3-4 誘導起電力の計算

無励磁時の磁界解析を、着磁角度 $-90^\circ \sim 90^\circ$ の範囲で 5° 毎に行ない、コイルの磁束鎖交数から誘導起電力を算出した。磁束鎖交数は、コイル領域に対して次式を適用して求めている¹²⁾。

$$\Phi = \int_{\Omega} A \cdot J d\Omega / I \quad (1)$$

ここに、 Φ : 磁束鎖交数、 A : 磁気ベクトルポテンシャル、 J : 電流密度、 I : 一次電流、 Ω : 体積。

ここでは、無励磁時の磁束鎖交数を求めるため、一次電流は単位電流が流れたとして求めている。

磁束鎖交数と誘導起電力の計算結果を以下に示す。データ間の内挿は、3 次の応力スプラインを用いている。解析からの誘導起電力振幅最大値は 5.69 V であった。図中には表されていないが、実測値と $\pm 5\%$ の範囲で一致している。

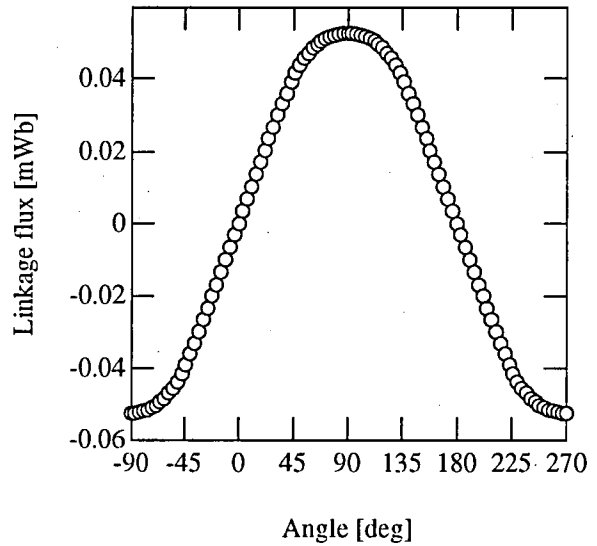


図 7 磁束鎖交数 (無励磁)

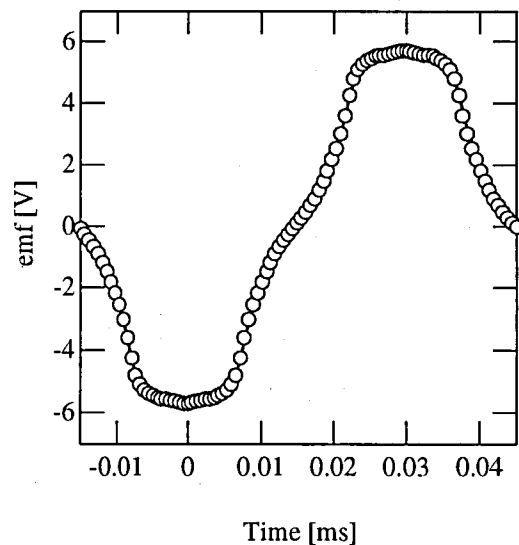


図 8 誘導起電力 (無励磁)

4. トルク解析

トルク計算は、次式で示される節点力法¹³⁾を用いた。

$$F_{ni} = - \int_{\Omega} T_{ik} \partial_k W_n d\Omega \quad (2)$$

ここに、 T_{ik} ：マクスウエル応力テンソル、 W_n ：形状関数。

(2) 式を一次三角要素に適用する場合、形状関数を次式で与える。

$$W_n = \frac{1}{2\Delta^{(e)}}(a_n + b_n x + c_n y) \quad (3)$$

$$\begin{cases} a_i = x_i y_k - x_k y_i \\ b_i = y_j - y_i \\ c_i = x_k - x_j \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 $\Delta^{(e)}$ ：要素 e の面積、 x, y ：節点の x, y 座標、 i, j, k ：循環する添字。

以上から、節点 n に作用する節点力の x, y 方向成分、 f_{nx}, f_{ny} は、以下のように与えられる。

$$f_{nx} = -\frac{T_{xx}b_n}{2} - \frac{T_{xy}c_n}{2} \quad (5)$$

$$f_{ny} = -\frac{T_{yx}b_n}{2} - \frac{T_{yy}c_n}{2} \quad (6)$$

ここに、 T ：マクスウエル応力テンソル。

図9にトルクの実測値および計算結果を示した。回転角は、S極が x 軸方向を指す位置を 0° とした。この時ヨーク側磁極は、 y 軸方向である。計算結果より注目される点はコギングトルクの分布である。 $\pm 90^\circ$ 付近で変動しており、この結果、 $+90^\circ$ でトルクが負に見積もられている。この原因は、永久磁石回転子表面磁束密度のピーク付近の差異が現れたものと考えられる。一方、LSAの動作範囲を考慮すれば、安定点付近の解析結果は、実測値と良く一致している考えられる。この結果から、LSAの動作範囲である安定点付近の解析に限定すれば、本手法を形状検討に適用することは妥当であると考えられる。

5. トルク分布の最適設計法

5-1 設計変数の相関解析

最適設計を目的に設計変数を選択する時、有意なパラメータと有意でないパラメータを判定することが必要となる。ここでは、有意なパラメータを決定するために、多変量統計解析手法を導入している。

まず、選択可能な設計変数について任意に設定し、励磁電流一定の条件で、数モデルについてトルク解析を行なった。得られた結果について、トルクと各変数の相関関係を求め、有意なパラメータを選択する。相関係数は、次式で表される線形重回帰式について求めている。

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_p x_p \quad (7)$$

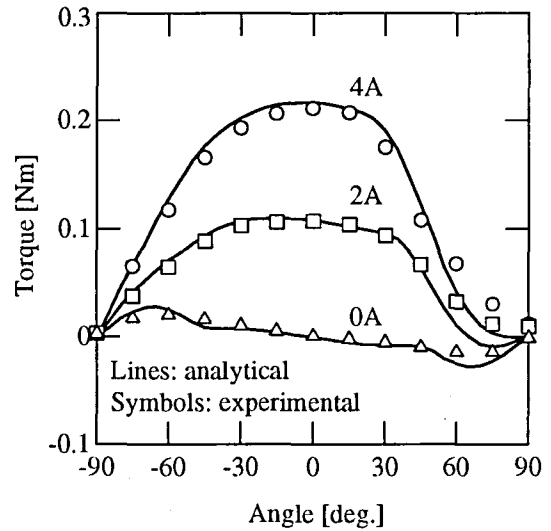


図9 トルク-電流特性

ここに、 y ：目的変数、 $x_i (i = 1, 2, \dots, p)$

：説明変数、 $a_i (i = 1, 2, \dots, p)$ ：説明変数

x_1, x_2, \dots, x_p に対する回帰係数、 a_0 ：定数項

また回帰係数の選択と検定は後退消去法とし、分散比について危険率1%で検定した。

相関係数の検討から、有意な設計変数は溝の幅、溝の内径、磁極端部の角度であった。LSAの設計変数を図10に示す。

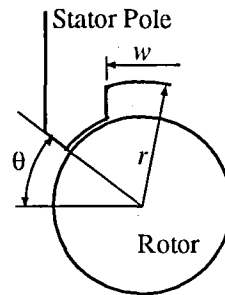


図10 設計変数

選択された設計変数を変化させ、目的とするトルクが得られる数値を探索する。この時、変数の探索領域は設計可能な領域であり、全ての条件を計算することは膨大な計算時間を必要とする。ここでは、実験計画法を導入し効率良く探索することとした。

選択された設計変数を直交配列表に配分し、これに従ってトルク計算を行なった。形状パラメータは、溝内径、溝幅、磁極端部角度とし、それぞれの数値の配分は、3水準で与えた。計算は $\pm 45^\circ$ の範囲について行なっている。設計変数変動に伴うコギングトルクの変化を図11に、トルクの変化を図12に示した。図

中の番号はモデル番号を示している。

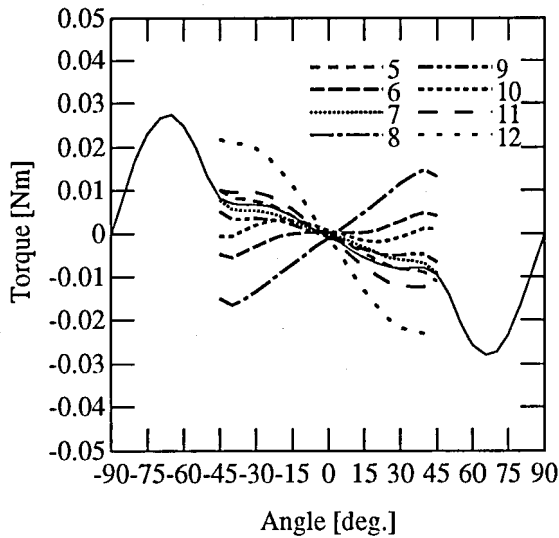


図 11 コギングトルクの変化

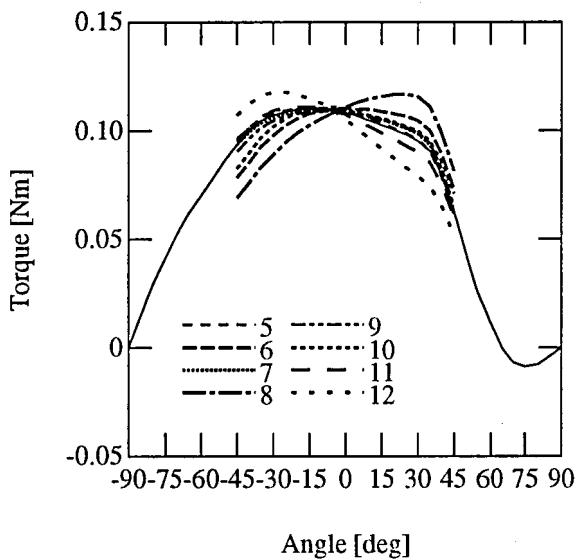


図 12 トルクの変化

計算結果より、コギングトルクの勾配を小さくすることによって、LSA の駆動範囲のトルク分布を平坦にすることが期待される。ここでは、コギングトルクを低減することを最適化の目的に (7) 式の重回帰分析を適用する。

コギングトルクの勾配は、 $\pm 20^\circ$ の範囲で一次の最小二乗法を適用し、その勾配をコギングトルクの勾配とした。計算結果より、コギングトルクの分布は高次の曲線であるため、一次での近似では十分に表現することは困難である。この変動を補償するため、図 13 に示すように、 $\pm 30^\circ$ の位置において最小二乗近似との差分を求め、その平均値に関する回帰式を求めた。

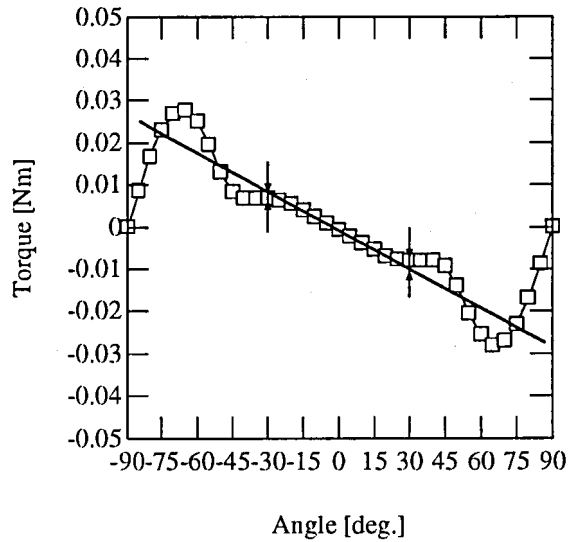


図 13 従属変数の定義

コギングトルクおよびトルクの勾配についての回帰係数を重回帰分析により求めた。分散比について危険率 1% である。変数の選択は後退消去法によった。同様に、差分についての回帰係数も算出した。差分の回帰式は、危険率 1% では有意にならず、危険率 5% で有意であった。

以上の結果から得られるコギングトルクの傾きの回帰式 (8)、差分の回帰式 (9) によって、コギングトルクを $\pm 30^\circ$ の範囲で低減し、平坦にする最適寸法が求められる。

$$y_1 = -4.463E-1 x_1 - 5.353E-1 x_2 + 6.564E-5 x_3 + 4.864E-3 \quad (8)$$

$$y_2 = 1.578 x_1 + 1.911 x_2 + 6.434E-5 x_3 - 2.755E-2 \quad (9)$$

ここに、 y_1 : コギングトルクの勾配、 y_2 : $\pm 30^\circ$ における最小二乗近似との差分、 x_1 : 溝内径、 x_2 : 溝幅、 x_3 : 磁極端部角度。

上記の関係から求められる最適寸法の例を表 1 に示す。

No.	溝内径	溝幅	磁極端部角度
1	9.3E-3	5.57E-3	34.57
2	9.5E-3	5.41E-3	34.58

図 14 に 溝内径、溝幅、磁極端部角度を、それぞれ 9.5mm, 5.4mm, 34.6° とした時の解析結果を示す。解析の結果から、コギングトルクは初期値より平坦かつ低減化がなされ、トルクについても LSA の動

作範囲において平坦な特性が得られており、要求されるトルク分布に設定できる最適な設計値が得られていることが明らかとなった。

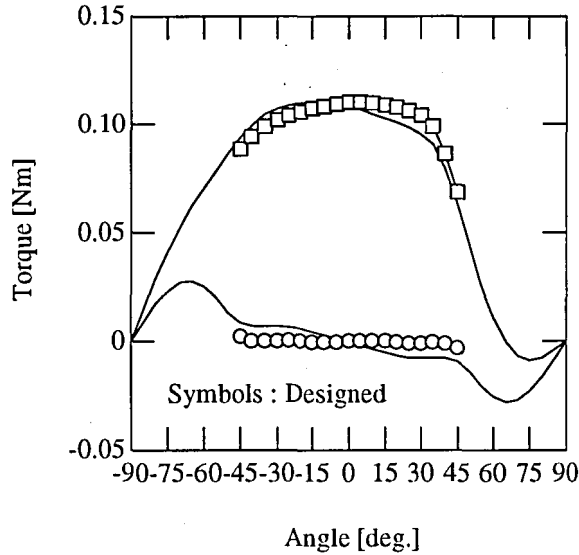


図 14 最適設計時のトルク特性

6. 渦電流解析

6-1 二次元有限要素法の定式化

磁気ベクトルポテンシャル A を用いて渦電流を考慮したデカルト系における磁界の基礎方程式は次式のように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\nu \frac{\partial A}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\nu \frac{\partial A}{\partial y}) = -J_0 - J_e \quad (10)$$

$$J_e = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \text{grad} \phi \quad (11)$$

ここに、 ν : 磁気抵抗率、 σ : 導電率、 ϕ : 電位、 J_0 : コイルになされる強制電流密度、 J_e : 渦電流密度。

渦電流密度の第 2 項は、ステップ時間を Δt として、後退差分法を用いれば次のように表される。

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A^{t+\Delta t} - A^t}{\Delta t} \quad (12)$$

以上の式にガラーキソ法を適用すれば、一次三角要素を用いた二次元有限要素法の式は G_i で与えられる。

$$\begin{aligned} G_i = & \nu \sum_{k=1}^3 S_{ik} A_k^{t+\Delta t} - J_0 \frac{\Delta(\epsilon)}{3} \\ & + \sigma \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta(\epsilon)}{12\Delta t} (1 + \delta_{ik})(A_k^{t+\Delta t} - A_k^t) \\ & - \frac{\sigma \Delta(\epsilon)}{3S_t \Delta t} \sum_{e=1}^{N_{st}} \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta(\epsilon)}{3} (A_k^{t+\Delta t} - A_k^t) \\ = & 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$S_{ik} = \frac{b_i b_k + c_i c_k}{4\Delta(\epsilon)} \quad (14)$$

ここに、 δ_{ik} : クロネッカーのデルタ、 S_i : 渦電流の流れる導体の面積、 N_{st} : 導体領域にある要素数。

渦電流を考慮した解析を行なう場合、駆動源となる電気回路を考慮する必要がある。ここでは、“電圧が与えられた有限要素法”¹⁴⁾を適用して解析を行なう。

回路方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} K_m = & V - Ri - \frac{N}{S_t \Delta t} \sum_{e=1}^{N_{st}} \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta(\epsilon)}{3} (A_k^{t+\Delta t} - A_k^t) \\ = & 0 \end{aligned} \quad (15)$$

ここに、 V : 電源電圧、 R : コイル抵抗、 N : コイル巻数。

(13) 式、(15) 式を連成して、ニュートンラフソン法のマトリクスを構成すれば、磁気ベクトルポテンシャルと電流密度を同時に求めることができる。

しかしこのままでは非対象マトリクスとなり、ICCG 法が適用できない。マトリクスの対象性を保つために、(15) 式に Δt を掛けることにより、ICCG 法の適用が可能となる。

6-2 渦電流損失

渦電流による効果の一つに渦電流損失があげられる。1 要素当たりの渦電流損失は次式で与えられる。

$$w_e = \int_{\Omega} \frac{J_e^2}{\sigma} d\Omega \quad (16)$$

渦電流密度を形状関数を用いて表現すると、(16) 式は次のように表される。

$$w_e = \frac{\Delta(\epsilon)}{6\sigma} (J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + J_1 J_2 + J_2 J_3 + J_3 J_1) \quad (17)$$

また、磁性材料の非線形性を考慮した渦電流解析では、渦電流の時間変化はひずみ波形となるため、渦電流損失 W_e を 1 周期の平均で与える。

$$W_e = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \sum_{e=1}^{N_{st}} w_e dt \quad (18)$$

ここに、 τ : 1 周期。

励磁周波数 100[Hz]、電源電圧 3[V]、定電圧駆動の条件の下で、5 周期経過後の電圧 0[V] における等ポテンシャル線図を、図 15 に示す。 Δt は、1 周期を 40 分割して与えた。この時、渦電流損失は、4.8[W] であった。

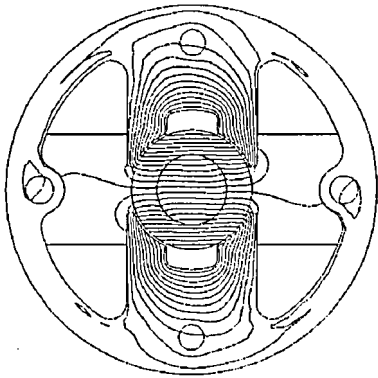


図 15 渦電流解析時のポテンシャル線図

7. まとめ

二次元有限要素法を用いて、実験計画に基づく最適設計法および渦電流解析法について検討を行なった。本稿で述べたことをまとめると以下のものである。

- (1) 重回帰分析を適用してコギングトルクに着目した最適寸法を求めた。求められた数値によってトルク解析を行なった結果、重回帰分析を適用した $\pm 30^\circ$ の範囲において平坦なコギングトルクが得られた。これにより、非線形性を含むトルク分布の設計に本手法が十分な精度で適用できることが確認できた。
- (2) “電圧が与えられた有限要素法”を適用し、定電圧駆動時における非定常渦電流解析を行なった結果、渦電流損失の推定をも含めた解析が可能となった。

参考文献

- 1) 高橋則雄, 中田高義, 大橋健, 宮田浩二: 「有限要素法と数理計画法を用いた非線形最適設計法の応用」, 電気学会研究会資料, SA-94-17, RM-94-81, pp. 21-27 (1994)

- 2) 河本正, 詫間薫: 「導体形状最適化問題の検討」, 電気学会研究会資料, SA-96-2, RM-96-52, pp. 9-17 (1996)
- 3) 房安浩嗣, 岡田幸人, 井ノ上裕人: 「光ピックアップアクチュエータの最適設計法に関する検討」, 電気学会研究会資料, SA-96-4, RM-96-54, pp. 29-35 (1996)
- 4) 楡井雅巳, 村田雅彦, 山本行雄, 山田一: 「リニアパルスモータにおける磁気抵抗分布の形状依存性の解析」, 電気学会論文誌, Vol. 115-D, No. 3, pp. 217-222 (1995)
- 5) Masami Nirei, Masahiko Murata, Yukio Yamamoto, and Hajime Yamada: “A Study on the Gap Reluctance Distribution by the Slot Shape in LPM”, *Proceedings of The First International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA) '95*, pp. 397-400, 1995.
- 6) 矢島久志, 脇若弘之, 日下部宏樹, 林真臣, 楡井雅巳, 平間豊: 「磁気ハンドレールセンサの解析」, 表面探傷分科会, No. 30114, pp. 23-29 (1996)
- 7) 田口玄一: 「実験計画法」, 丸善(1991)
- 8) 中田高義, 高橋則雄: 「電気工学の有限要素法」, 森北出版(1992)
- 9) I. Guttman and S. Willks: 「統計概論」, 培風館(1989)
- 10) 谷口健男: 「FEMのための要素自動分割」, 森北出版(1992)
- 11) 小国力編著: 「行列計算ソフトウェア」, 丸善(1995)
- 12) 電気学会編: 「電気磁気学」, 電気学会(1992)
- 13) A.Kameari: “Local force calculation in 3D FEM with edge elements”, *International Journal of Applied Electromagnetics in Materials* 3, pp. 231-240, 1993.
- 14) T.Nakata and N.Takahashi: “DIRECT FINITE ELEMENT ANALYSIS OF FLUX AND CURRENT DISTRIBUTIONS”, *IEEE Transactions on Magnetics*. Vol. MAG-18, No. 2, pp. 325-330, 1982.