

# 曲げをうける鋼 I 形断面の塑性限界 幅厚比に関する研究 (第 2 報)

永藤壽宮\*・羽田政浩\*\*

## A Analytic Study Of Plastic Limiting Width-Thickness Ratios Of Steel I-Sections In Bending(Second Report)

Toshimiya NAGATO Masahiro HANEDA

The definition and classification of cross-sectional strength concerning width-thickness ratio of plate element are required in the development of advanced limit state design code of steel structures.

Second report regarding the limiting width-thickness ratios for plastic strength of steel I-section in bending by the analysis of F.E.M. Comparison of the numerical results are shown in detail and current design codes are discussed.

キーワード：弾塑性耐荷力，有限変位，I 形断面ばり，部材力学特性

### 1. 緒 言

現在の道路橋示方書を力学条項の拠り所としている『鋼構造物設計指針』<sup>1)</sup>は、鋼構造一般の設計に用いるので、道路橋以外の構造物には安全側に偏ってしまう傾向にありいかに述べる規定については修正を必要としている。

1) 断面構造板要素の幅厚比に関しては、塑性設計限界幅厚比、塑性限界幅厚比及び、降伏限界幅厚比の規定。

2) 部材座屈に関する細長比に対しては、塑性設計限界細長比と制限細長比の規定ただし塑性限界細長比は、中厚肉断面部材にたいしては、降伏限界細長比とする。

そこで、本研究では、3次元弾性有限変位プログラムを用いた数値解析により現行の許容応力度設計法において強度の基準となっている初期降伏強度から終局強度までの挙動特性を明らかにし、各種の部材が終局強度にたいして、一様な安全性を確保できるように力学条項を整えるとともに必

要な板要素の幅厚比の塑性限界について検討した前回に続き、今回の報告は、より詳細に断面積比や板厚を一定としてその数値モデルを選択した。

### 2. 解析モデルの選定

#### 2-1 構造区分<sup>5)</sup>

骨組構造物の構造区分は部材断面の局部座屈に関する幅厚比パラメーターと部材の細長比パラメーターに応じて分けられる。図-1では最も詳細な構造区分を模式的に表している。各区分に対して適用される構造解析法及び強度照査法をまとめると以下の通りである。

領域1：極厚肉断面のストックキーな部材により構成された構造で、塑性解析（塑性設計法）の適用が可能な領域。

領域2：厚肉断面のストックキーな部材により構成された構造で、構造解析は弾性解析によるが断面の塑性強度につい

\* 環境都市工学科助教授

\*\* 東日本鉄工株式会社

原稿受付 1997年10月31日

て照査する。

領域3：厚肉断面のスレンダーな部材に構成された構造で、安定照査式と塑性断面強度について照査する。構造解析は弾性解析による。

領域4：中厚肉断面のストックリーな部材で構成された構造物で、断面強度は降伏強度にとる。構造解析は弾性解析による。

領域5：中厚肉断面のスレンダーな部材で構成された構造物で、部材の強度については安定照査式と降伏強度で照査する。構造解析は弾性解析による。

領域6：薄肉断面のストックリーな部材で構成された構造物で、局部座屈強度を照査する。構造解析は弾性解析による。

領域7：薄肉部材のスレンダーな部材で構成された構造物で、部材座屈と局部座屈の達成強度を照査する。構造解析は弾性強度による。

断面構成板要素の限界幅厚比として塑性設計限界幅厚比、塑性限界幅厚比及び降伏限界幅厚比の3種類を規定することになる。その際に本研究では板要素間の相互拘束効果を考慮して断面としての限界幅厚比を与えると考えた。曲げを受けるI形断面の限界幅厚比は代表的設計基準では、表-1のように与えられている。その基準の塑性限界のフランジの幅厚比パラメータ  $\lambda_{pf}$  ウェブの幅厚比パラメータ  $\lambda_{pw}$  を平面上に描くと図-2のようになる。板要素の個々に限界幅厚比を与えると長方形の領域で断面強度の区分が表せる。

フランジ幅厚比パラメータ：

$$\lambda_{pf} = \frac{b'}{t_f} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma_y}{k_f \pi^2 E}}$$

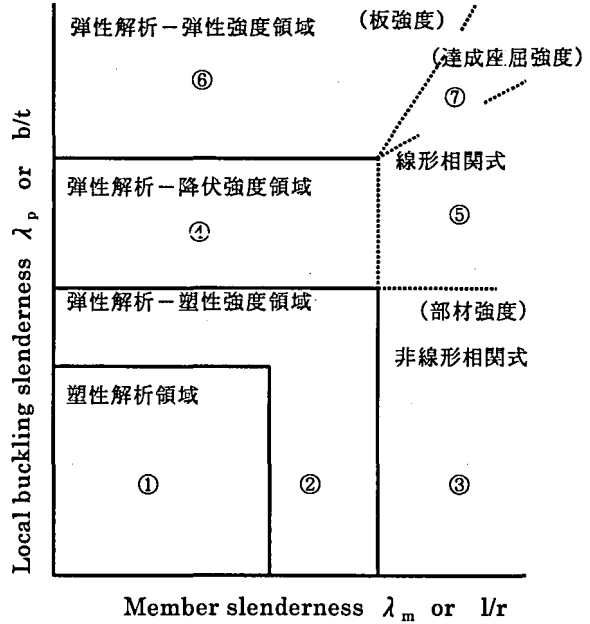
ウェブ幅厚比パラメータ：

$$\lambda_{pw} = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma_y}{k_w \pi^2 E}}$$

h：ウェブ高，b：フランジ高，b'：フランジ突出幅，t<sub>w</sub>：ウェブ高，t<sub>f</sub>：フランジ高，σ<sub>y</sub>：降伏応力度，L：1波長，A<sub>w</sub>：ウェブ断面積，A<sub>f</sub>：フランジ断面積，k：形状係数，M<sub>y</sub>：降伏モーメント

本建築学会の基準のみ楕円状の断面強度区分となっている。

計画したモデルの幅厚比パラメータの範囲は、



Member slenderness  $\lambda_m$  or  $l/r$

図-1 構造区分

表-1 各国スベック限界幅厚比

設計基準	Limiting Slenderness Ratio	
	フランジ $\lambda_{pf}$	ウェブ $\lambda_{pw}$
AISC	0.613	0.809
LRFD	0.613	0.809
AIJ PR	*	*
AASHTO	0.476	0.531
CSA	0.603	0.657
BS5400	0.466	0.5
DIN18800	0.597	0.742
SIA161	0.722	0.645

\*Interaction formula of F.L.B. and W.L.B.

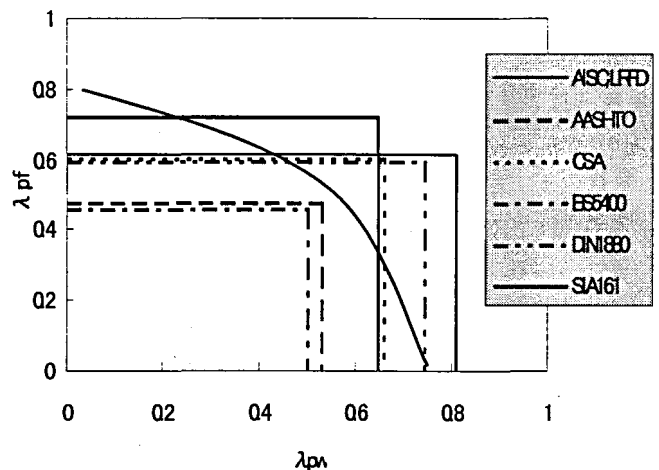


図-2 代表的設計基準の塑性限界

表-2 数値モデル寸法と力学パラメータ

No.	h	tw	b	tf	$\lambda_{pw}$	$\lambda_{pf}$
2	9.000	1.000	18.000	0.500	0.071	1.011
3	10.000	1.000	20.000	0.500	0.079	1.129
4	11.000	1.000	22.000	0.500	0.087	1.248
5	12.000	1.000	24.000	0.500	0.095	1.367
6	13.000	1.000	26.000	0.500	0.103	1.486
7	9.000	1.000	15.000	0.600	0.071	0.694
8	11.000	1.000	18.333	0.600	0.087	0.859
9	13.000	1.000	21.667	0.600	0.103	1.024
10	15.000	1.000	25.000	0.600	0.119	1.189
11	17.000	1.000	28.333	0.600	0.135	1.354
12	19.000	1.000	31.667	0.600	0.151	1.519
13	15.000	1.000	21.429	0.700	0.119	0.867
14	17.500	1.000	25.000	0.700	0.139	1.019
15	20.000	1.000	28.571	0.700	0.159	1.171
16	22.500	1.000	32.143	0.700	0.178	1.322
17	25.000	1.000	35.714	0.700	0.198	1.474
18	27.500	1.000	39.286	0.700	0.218	1.626
19	20.000	1.000	25.000	0.800	0.159	0.892
20	22.500	1.000	28.125	0.800	0.178	1.008
21	25.000	1.000	31.250	0.800	0.198	1.124
22	27.500	1.000	34.375	0.800	0.218	1.240
23	30.000	1.000	37.500	0.800	0.238	1.356
24	32.500	1.000	40.625	0.800	0.258	1.472
25	20.000	1.000	22.222	0.900	0.159	0.701
26	25.000	1.000	27.778	0.900	0.198	0.884
27	30.000	1.000	33.333	0.900	0.238	1.068
28	35.000	1.000	38.889	0.900	0.277	1.251
29	40.000	1.000	44.444	0.900	0.317	1.435
30	45.000	1.000	50.000	0.900	0.357	1.618
31	25.000	1.000	25.000	1.000	0.198	0.713
32	30.000	1.000	30.000	1.000	0.238	0.862
33	35.000	1.000	35.000	1.000	0.277	1.011
34	40.000	1.000	40.000	1.000	0.317	1.159
35	45.000	1.000	45.000	1.000	0.357	1.308
36	50.000	1.000	50.000	1.000	0.396	1.456
101	30.000	1.000	27.273	1.100	0.238	0.710
37	35.000	1.000	31.818	1.100	0.277	0.833
38	40.000	1.000	36.364	1.100	0.317	0.956
39	45.000	1.000	40.909	1.100	0.357	1.078
40	50.000	1.000	45.455	1.100	0.396	1.201
41	55.000	1.000	50.000	1.100	0.436	1.324
42	60.000	1.000	54.545	1.100	0.476	1.447
102	35.000	1.000	29.167	1.200	0.277	0.698
43	40.000	1.000	33.333	1.200	0.317	0.801
44	45.000	1.000	37.500	1.200	0.357	0.904
45	50.000	1.000	41.667	1.200	0.396	1.007
46	55.000	1.000	45.833	1.200	0.436	1.110

No.	h	tw	b	tf	$\lambda_{pw}$	$\lambda_{pf}$
47	60.000	1.000	50.000	1.200	0.476	1.214
48	65.000	1.000	54.167	1.200	0.515	1.317
103	30.000	1.000	23.077	1.300	0.238	0.505
201	40.000	1.000	30.769	1.300	0.317	0.681
104	45.000	1.000	34.615	1.300	0.357	0.769
49	55.000	1.000	42.308	1.300	0.436	0.944
50	60.000	1.000	46.154	1.300	0.476	1.032
51	65.000	1.000	50.000	1.300	0.515	1.120
52	70.000	1.000	53.846	1.300	0.555	1.208
53	75.000	1.000	57.692	1.300	0.595	1.296
54	80.000	1.000	61.538	1.300	0.634	1.384
105	30.000	1.000	21.429	1.400	0.238	0.434
202	40.000	1.000	28.571	1.400	0.317	0.585
106	50.000	1.000	35.714	1.400	0.396	0.737
55	60.000	1.000	42.857	1.400	0.476	0.889
56	65.000	1.000	46.429	1.400	0.515	0.964
57	70.000	1.000	50.000	1.400	0.555	1.040
58	75.000	1.000	53.571	1.400	0.595	1.116
59	80.000	1.000	57.143	1.400	0.634	1.192
60	85.000	1.000	60.714	1.400	0.674	1.268
107	30.000	1.000	20.000	1.500	0.238	0.377
203	40.000	1.000	26.667	1.500	0.317	0.509
108	55.000	1.000	36.667	1.500	0.436	0.707
61	60.000	1.000	40.000	1.500	0.476	0.773
62	65.000	1.000	43.333	1.500	0.515	0.839
63	70.000	1.000	46.667	1.500	0.555	0.905
64	75.000	1.000	50.000	1.500	0.595	0.971
65	80.000	1.000	53.333	1.500	0.634	1.037
66	85.000	1.000	56.667	1.500	0.674	1.103
109	30.000	1.000	18.750	1.600	0.238	0.330
204	40.000	1.000	25.000	1.600	0.317	0.446
67	60.000	1.000	37.500	1.600	0.476	0.678
68	65.000	1.000	40.625	1.600	0.515	0.736
69	70.000	1.000	43.750	1.600	0.555	0.794
70	75.000	1.000	46.875	1.600	0.595	0.852
71	80.000	1.000	50.000	1.600	0.634	0.910
72	85.000	1.000	53.125	1.600	0.674	0.968
110	25.000	1.000	13.889	1.800	0.238	0.330
111	35.000	1.000	19.444	1.800	0.476	0.678
73	60.000	1.000	33.333	1.800	0.476	0.534
74	65.000	1.000	36.111	1.800	0.515	0.580
75	70.000	1.000	38.889	1.800	0.555	0.626
76	75.000	1.000	41.667	1.800	0.595	0.672
77	80.000	1.000	44.444	1.800	0.634	0.717
78	85.000	1.000	47.222	1.800	0.674	0.763

ほぼ全ての設計基準塑性限界幅厚比の範囲を包含するように決定した。表-2に供試体の寸法及び力学パラメータを掲げる。表中の記号は以下に示された通りである。また、表中の記号におけるLは道路橋示方書で規定されている横倒れ座屈強度限界の1/2の長さ ( $L=2.25b$ ) またはウェブ高 ( $L=H$ ) とし断面強度の低いほうを用いた。

### 3. 解析における仮定

#### 3-1 材料特性

材料特性はSS41を使用し、表-3に示すデータを用いる。このデータは、種々の材料試験結果をもとに実測値に近いデータを用いた。

#### 3-2 応力-ひずみ関係

ひずみ硬化を考慮した3次元有限変位プログラムを用いる際、ひずみ硬化域での応力-ひずみ関係をどの様に考えるかが問題である。本研究では既存の研究を参考にして次式および

表-3 入力材料データ

E	G	$\nu$	$\sigma_y$	B
2.10E06	8.10E05	0.3	2.85E03	0.4876
n	$\epsilon_h$	$\epsilon_t$	$k_f$	$k_w$
0.268	0.0211	0.211	0.425	23.9

E: ヤング係数      n: ひずみ硬化指数  
 G: せん断弾性係数     $\epsilon_h$ : ひずみ硬化開始ひずみ  
 $\nu$ : ポアソン比       $\epsilon_t$ : 破断ひずみ  
 $\sigma_y$ : 降伏応力度       $k_f$ : フランジ座屈係数  
 B: ひずみ硬化係数     $k_w$ : ウェブ座屈係数

図-3に示すような指数関数をひずみ硬化域での応力-ひずみ関係に用いた。

弾性域 ( $\epsilon < \epsilon_y$ ) .....  $\sigma/\sigma_y = \epsilon/\epsilon_y$

踊り場 ( $\epsilon_y \leq \epsilon < \epsilon_h$ ) .....  $\sigma/\sigma_y = 1.0$

ひずみ硬化域 ( $\epsilon \geq \epsilon_h$ )

$$\sigma/\sigma_y = B (\epsilon/\epsilon_y)^n$$

ここに、

- $\sigma$ : 降伏応力 (kg f/cm<sup>2</sup>)
- $\epsilon$ : 降伏ひずみ
- $\epsilon_h$ : ひずみ硬化開始ひずみ
- B: ひずみ硬化係数, n: ひずみ硬化指数

#### 3-3 初期不整

図-4、図-5に示すように、残留応力および初期たわみの最大値は溶接I形断面の実測データの平均値<sup>3)</sup>を用いた。また初期たわみの波形は、圧縮フランジは直線に、引張りフランジは初期たわみを無しとし、ウェブは一端固定、他端単純支

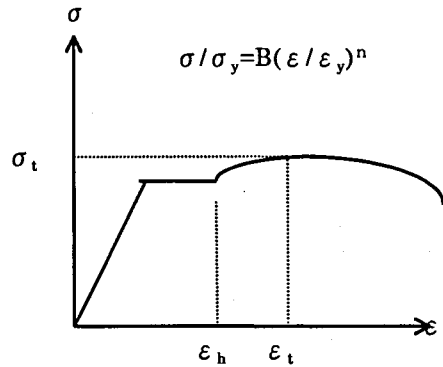


図-3 応力ひずみ関係図

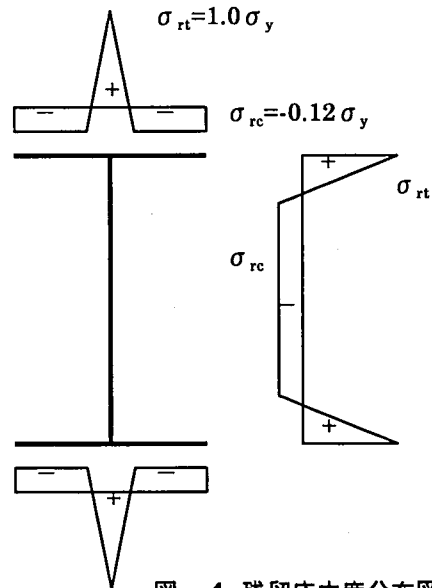


図-4 残留応力度分布図

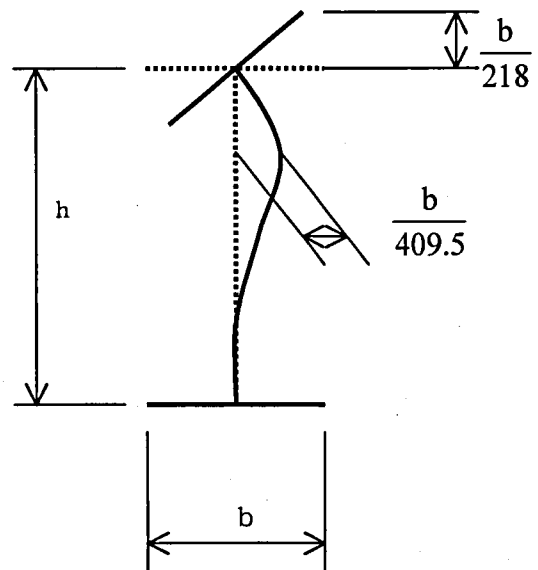


図-5 初期たわみ図

持のはりの座屈モードと同じ波形とした。

#### 4. 解析法

##### 4-1 メッシュ分割

本研究では、解析モデルを弾塑性解析を行うためのデータ作成には、オートメッシュ (自動分割) プログラムを作成し、利用した。その分割の結果は図-6に示す。その際サブ要素として、板厚方向に5分割してそれぞれの要素の断面の応力状態も明確にした。

##### 4-2 弾塑性解析

オートメッシュプログラムで得られたデータを用いて、3次元弾塑性有限変位プログラム (NAPLAT) を使用し、それにおいて表の各モデルを計算した。3次元弾塑性有限変位プログラムのフローチャートは図-7に示す。このプログラムは、非適合 (C<sup>0</sup>級適合) 一定ひずみ平面三角形要素による立体薄肉構造のための弾塑性有限変位解析プログラムであり、有限要素法の基本3原則である。

- ①変位適合条件
- ②材料構成則
- ③力のつり合い条件

を考慮し、このプログラムにおいて種々の仮定を行った。

##### ①変位適合条件

$$d=f(x, y) : \text{変位関数}$$

$$=Fa \quad (1)$$

このプログラムでは、

$$u=a_1+a_2x+a_3y$$

$$v=a_4+a_5x+a_6y$$

$$w=a_{b1}+a_{b2}L_1+a_{b3}L_2+a_{b4}L_1L_2+a_{b5}L_2L_3+a_{b6}L_3L_1+a_{b7}(L_1L_2^2-L_2L_1^2)+a_{b8}(L_2L_3^2-L_3L_2^2)+a_{b9}(L_3L_1^2-L_1L_3^2)$$

$$ds=Fa \quad (2)$$

(1) (2) 式より

$$d=Nds \quad (3)$$

N:形状係数

一方ひずみと変位の関係より平面保持の仮定から

$$\epsilon=Cd \quad \leftarrow \text{Kirchhoff-Love の仮定} \quad (4)$$

(3) (4) 式より

$$\epsilon=Bd_s \rightarrow \text{有限要素内でひずみは一定分布、即ち一定ひずみ要素} \quad (5)$$

##### ②材料構成則

$$\sigma=D\epsilon \quad (6)$$

平面応力状態における弾性の剛度マトリックス

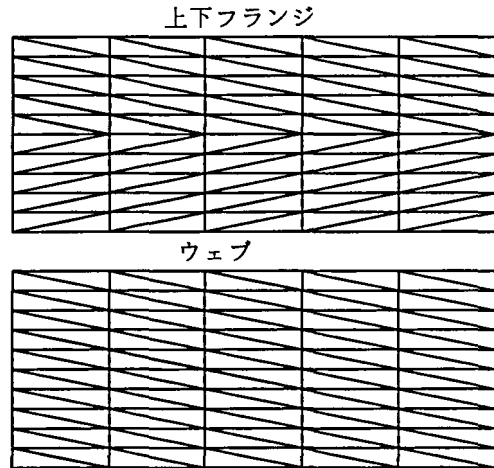


図-6 メッシュ分割

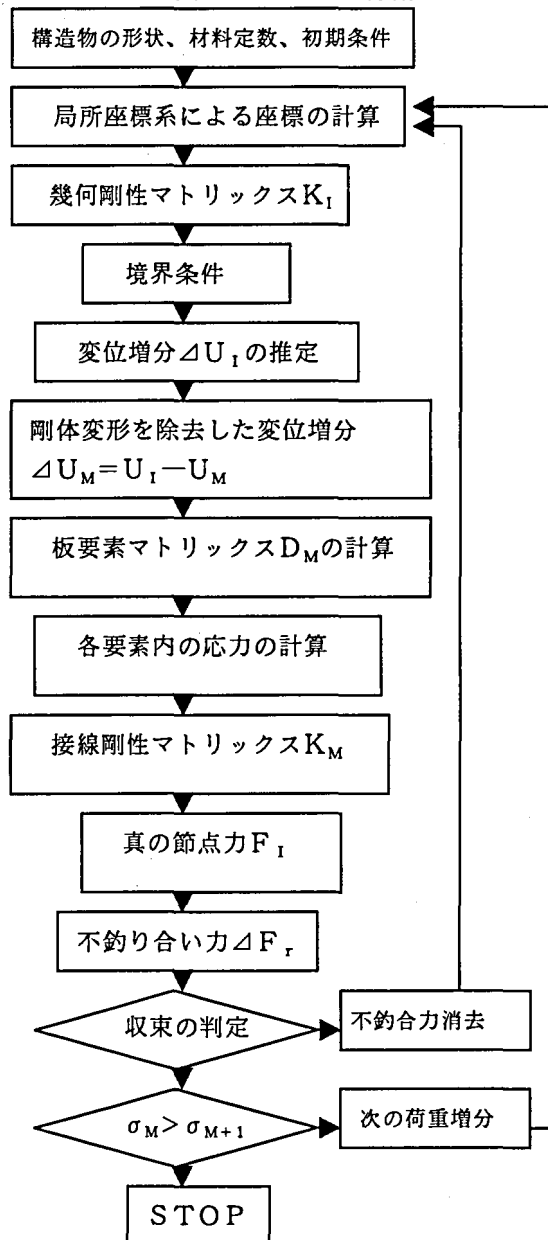


図-7 フローチャート

$$D_e = E / (1 - \nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu) / 2 \end{bmatrix}$$

←平面応力問題

板厚が平面の広がりに対して十分小さい場合には、板厚方向の応力ガ面内応力に対して無視できる。そこで、面内応力についてのみ考察する。

←等質当方で Hooke の法則を適用

・降伏条件式

Von Mises の降伏条件式

$$F(\sigma) = \sigma_y \quad (8)$$

$$F(\sigma) = \sigma_{eq} = (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{0.5} \quad (9)$$

・塑性化要素の応力-ひずみ関係

$$d\varepsilon = d\varepsilon_o + d\varepsilon_p \quad (10)$$

完全弾塑性体

図-8 のとおりとなる

Prandtl-Reuse の仮定に従う

$$dE = d\lambda \cdot \partial F / \partial \sigma \quad (11)$$

Associated formula (関数流れ則) に従う

マトリックス  $D_{ep}$  を求める。 ( $\sigma = D_{ep} \varepsilon$ )

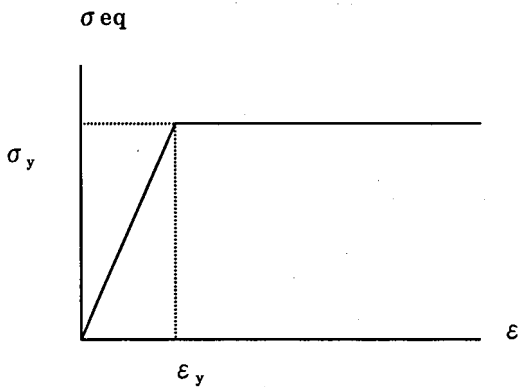


図-8 理想化された相当応力度ひずみ

$$F = G \quad (12)$$

F: 負荷関数

G: 塑性ポテンシャル関数

以上の仮定から塑性要素の剛度を求める

ひずみ反転の判定

$d\lambda$  にて判定

③力のつり合い条件

・直接力のつり合い条件を用いて定式化するもの……直接剛性法

・接点力を有限要素に作用する外力とみなして、仮想変位の原理等を用い、変分原理により定式化するもの

面外変形が無い場合の定式化例

(5) 式より

$$\delta \varepsilon = B \cdot \delta ds \quad (13)$$

仮想変位の原理より

$$\delta ds (fs + \Delta fs) = \int_V \delta \varepsilon (\sigma + \Delta \sigma) dV \quad (14)$$

(5) (6) 式から

$$\Delta \sigma = B \cdot \sigma ds \quad (15)$$

(13) (15) 式を (14) 式に代入し、これが

任意の  $\delta ds$  で

$$fs = K_{ss} \Delta ds + \int_A B^T \sigma dA \quad (16)$$

$$\text{ここに } K_{ss} = t \int_A B^T D B dA \quad (17)$$

変位増分ベクトル  $\Delta ds$  が生じる以前においては、

今考えている要素がつりあい状態にあるとすると

式 (16) において、 $\Delta ds$  および  $\Delta fs$  を 0 とおくと、

次式が成立する。

$$fs = t \int_A B^T \sigma dA \quad (18)$$

(18) 式を (16) 式に代入すると、次の関係式が

成立する。

$$\Delta fs = K_{ss} \Delta d_1$$

$$\Delta fs = \{ \Delta F_{x1}; \Delta F_{y1}; \Delta F_{x2}; \Delta F_{y2}; \Delta F_{xk}; \Delta F_{yk} \}$$

$$\Delta ds = \{ \Delta u_1; \Delta v_1; \Delta u_2; \Delta v_2; \Delta u_k; \Delta v_k \}$$

面外変形を含む場合の定式化も同様にして

$$\Delta f_1 = k_1 \Delta d_1$$

$$\Delta f_1 = \{ \Delta f_{s1}; \Delta f_{b1} \}$$

$$\Delta d_1 = \{ \Delta d_{s1}; \Delta d \}$$

$$\Delta f_{s1} = \{ \Delta F_{x1}; \Delta F_{y1}; \Delta F_{x2}; \Delta F_{y2}; \Delta F_{xk}; \Delta F_{yk} \}$$

$$\Delta d_{s1} = \{ \Delta u_1; \Delta v_1; \Delta u_2; \Delta v_2; \Delta u_k; \Delta v_k \}$$

$$\Delta f_{b1} = \{ \Delta F_{z1}; \Delta M_{x1}; \Delta M_{y1}; \Delta F_{z2}; \Delta M_{x2}; \Delta M_{y2}; \Delta F_{zk}; \Delta M_{xk}; \Delta M_{yk} \}$$

$$\Delta d_{b1} = \{ \Delta M_1; \Delta \theta_{x1}; \Delta \theta_{y1}; \Delta W_2; \Delta \theta_{x2}; \Delta \theta_{y2}; \Delta W_k; \Delta \theta_{xk}; \Delta \theta_{yk} \}$$

④その他

残留応力及び初期たわみを同時に有する板の場合には、仮想外力を節点に加えることによって、初期たわみに変化を与えないようにする。

板厚方向への塑性化の広がりを考慮できるように、層割し、各層内では応力分布および剛度マトリックスは直線分布であると仮定する。

各板要素は初期状態において、xy、yz、あるいはzx平面上のいずれかにある必要がある。その他の平面上に要素がある場合には、少々の改良が必要である。

非線型方程式の解法においては、本研究では、修正ニュートン・ラプソン法を用いた。

このプログラムの解析結果の信頼性については永藤・小林の過去における実験データを実際に計算しており、実測値に近いデータが得られている。

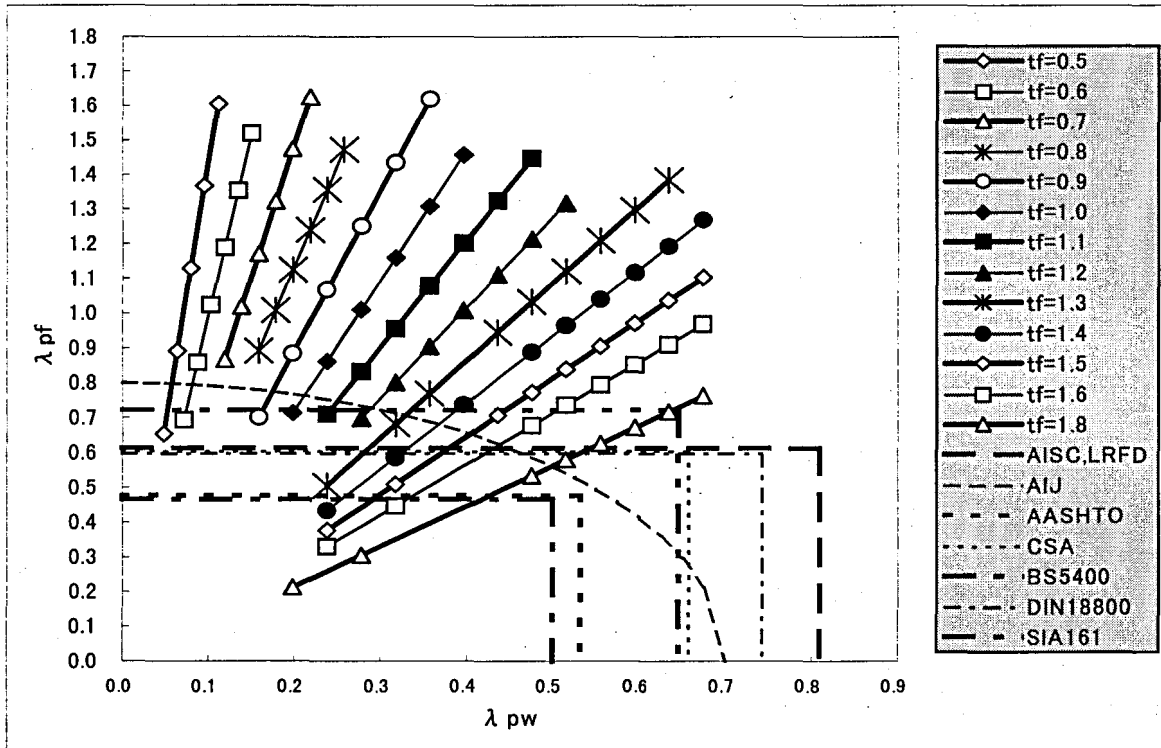


図-9 各国スペックと数値モデル

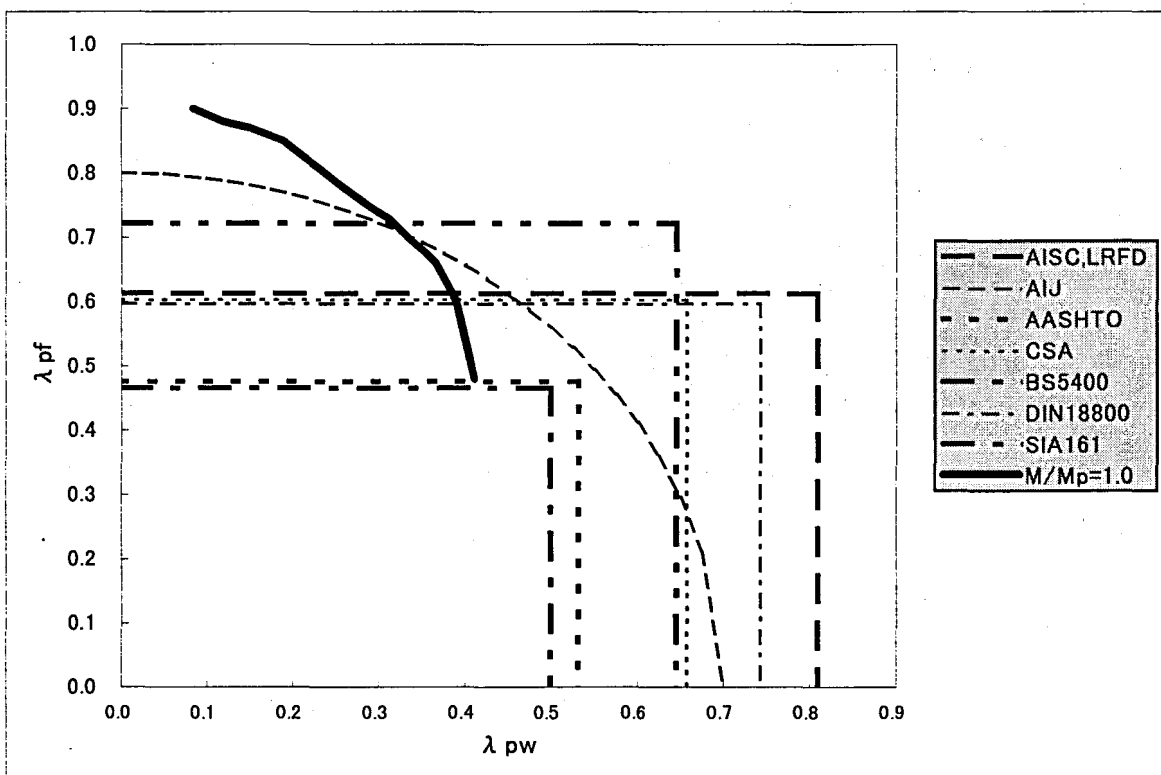


図-10  $M/M_p=1.0$ と各国スペックとの比較

## 5. 解析結果と考察

$M/M_p=1.0$  の値を求めるため数値モデルを図-9に示すように13系列あわせて90点について計算を行った。すべての系列について断面積比を一定とした。

1系列ごとに前記の条件の他にフランジ厚を一定として選択された。したがって13種の板厚で計算が行われた。

その計算結果  $M/M_p$  は、図-10に示す。図中の太線が  $M/M_p=1.0$  を示している。しかしながら、 $t_f=1.8$  以上の板厚の数値モデルについては誤差が大きく計算が不可能であったため、推定ラインを点線で表わす。

$\lambda_{pf}>0.5$  の範囲では、日本建築学会 AIJ に近似しているが、各国スペックともフランジの幅厚比の制限が強い。

$\lambda_{pw}<0.5$  の範囲では、予測であるが BS5400 や AASHTO に近いが、若干より大きなウェブ幅厚比の使用を認めている。

塑性設計限界幅厚比及び塑性限界幅厚比についてはまだ幾つかの各国スペックしか規定しておらず、日本道路橋示方書においても規定がないので、早急に規定する必要がある。そこでこの本研究により得られた塑性限界幅厚比を更に検証して土木学会に提案する。

## 参考文献

- 1) 土木学会：鋼構造物設計指針，1987.
- 2) 奈良 敬：内面力を受ける鋼板及び補鋼板の極限強度に関する研究，P. 69～78, 1986.
- 3) 土木学会：座屈設計ガイドライン，1987.10
- 4) 中沢俊彦，山口 哲：曲げを受ける鋼型断面の降伏限界幅厚比に関する研究，1993. 3
- 5) 西村宜男，奈良 敬：鋼構造部材および要素の塑性強度の有効利用に関する研究，1991.3
- 6) 永藤壽宮，羽田政治：曲げを受ける鋼 I 形断面の塑性限界幅厚比に関する研究、長野高専紀要第 30 号