

曲げ圧縮をうける鋼 I 形断面の塑性限界について

- 各国との比較から -

永 藤 壽 宮*

A Analytic Study Of Plastic Limiting Of Steel I-Sections In Compression Bending

NAGATO Toshimiya

The definition and classification of cross-sectional strength concerning width-thickness ratio of plate element are required in the development of advanced limit state design code of steel structures.

For regarding the limiting width-thickness ratios for plastic strength of steel I-section in compression & bending, Various cross-sectional Strength is calculated by the analysis of F.E.M. under same conditions ($b/h = \text{const}$, $A_w/A_f = \text{variable}$). In this report, those numerical results are shown in detail and current design codes are discussed.

キーワード: 弾塑性耐荷力, 有限変位, I 形断面ばり, 部材力学特性

1. 緒 言

現在の道路橋示方書を力学条項の拠り所としている『鋼構造物設計指針』¹⁾は、鋼構造一般の設計に用いるので、道路橋以外の構造物には安全側に偏ってしまう傾向にありいかに述べる規定については修正を必要としている。

1) 断面構造板要素の幅厚比に関しては、塑性設計限界幅厚比、塑性限界幅厚比及び、降伏限界幅厚比の規定。

2) 部材座屈に関する細長比に対しては、塑性設計限界細長比とそ制限かい細長比の規定ただし塑性限界細長比は、中厚肉断面部材にたいしては、降伏限界細長比とする。

そこで、本研究では、3次元弾性有限変位プログラムを用いた数値解析により現行の許容応力度設計法において強度の基準となっている初期降伏強度から終局強度までの挙動特性を明らかにし、各種の部材が終局強度にたいして、一様な安全性を確保できるように力学条項を整えるとともに必要な板要素の幅厚比の塑性限界について検討した前回に

続き、今回の報告は、より詳細に断面積比や板厚を一定としてその数値モデルを選択した。

2. 解析モデルの選定

2-1 構造区分⁵⁾

骨組構造物の構造区分は部材断面の局部座屈に関する幅厚比パラメータと部材の細長比パラメータに応じて分けられる。図1では最も詳細な構造区分を模式的に表している。

各区分に対して適用される構造解析法及び強度照査法をまとめると以下の通りである。

領域1：極厚肉断面のストックナ部材により構成された構造であり、塑性解析（塑性設計法）の適用が可能な領域である。

領域2：厚肉断面のストックナ部材により構成された構造で、構造解析は弾性解析によるが断面の塑性強度について照査する必要がある。

弾性解析塑性強度領域である。

領域3：厚肉断面のスレンダーな部材に構成された構造で、安定照査式と塑性断面

* 環境都市工学科教授
原稿受付 2009年5月20日

強度について照査する．構造解析は弾性解析による．非線形相関式となることがわかる．

領域 4：中厚肉断面のストックリーな部材で構成された構造物で，断面強度は降伏強度にとる．構造解析は弾性解析による．

領域 5：中厚肉断面のスレンダーな部材で構成された構造物で，部材の強度については安定照査式と降伏強度で照査する．構造解析は弾性解析による．

領域 6：薄肉断面のストックリーな部材で構成された構造物で，局部座屈強度を照査する．構造解析は弾性解析による．

領域 7：薄肉部材のスレンダーな部材で構成された構造物で，部材座屈と局部座屈の達成強度を照査する．構造解析は弾性強度による．

断面構成板要素の限界幅厚比として塑性設計限界幅厚比，塑性限界幅厚比及び降伏限界幅厚比の3種類を規定することになる．その際に本研究では板要素間の相互拘束効果を考慮して断面としての限界幅厚比を与えると考えた．曲げを受けるI形断面の限界幅厚比は代表的設計基準では，表1のように与えられている．その基準の塑性限界のフランジの幅厚比パラメータ λ_{pf} ウェブの幅厚比パラメータ λ_{pw} を平面上に描くと図2のようになる．

板要素の個々に限界幅厚比を与えると長方形の領域で断面強度の区分が表せる．

フランジ幅厚比パラメータ：

$$\lambda_{pf} = \frac{b'}{t_f} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma_y}{k_f \pi^2 E}}$$

ウェブ幅厚比パラメータ：

$$\lambda_{pw} = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma_y}{k_w \pi^2 E}}$$

h ：ウェブ高， b ：フランジ高， b' ：フランジ突出幅， t_w ：ウェブ高， t_f ：フランジ高， σ_y ：降伏応力度， L ：1波長， A_w ：ウェブ断面積， A_f ：フランジ断面積， k ：形状係数， M_y ：降伏モーメント
日本建築学会の基準のみ楕円状の断面強度区分となっている．

計画したモデルの幅厚比パラメータの範囲は，ほぼ全ての設計基準塑性限界幅厚比の範囲を包含するように表2に示すように決定した．表中の記号におけるLは道路橋示方書で規定されている横倒

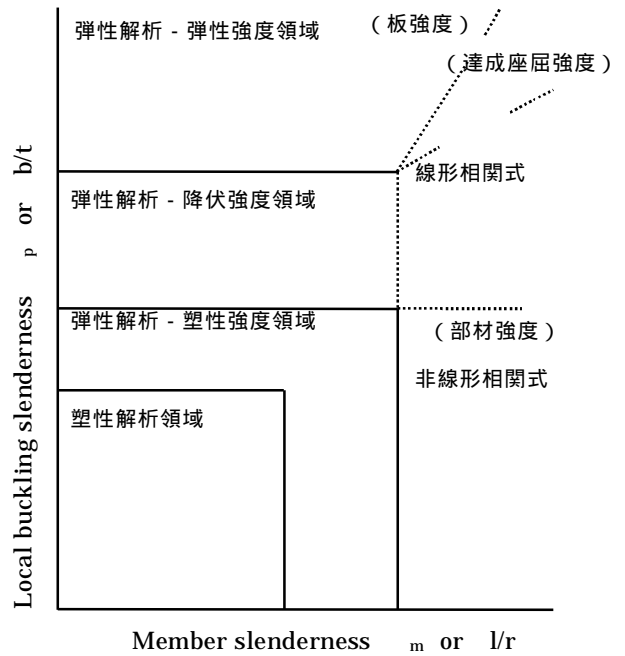


図1 構造区分

表1 各国スぺック限界幅厚比

設計基準	Limiting Slenderness Ratio	
	フランジ λ_{pf}	ウェブ λ_{pw}
AISC	0.613	0.809
LRFD	0.613	0.809
AIJ PR	*	*
AASHTO	0.476	0.531
CSA	0.603	0.657
BS5400	0.466	0.5
DIN18800	0.597	0.742
SIA161	0.722	0.645

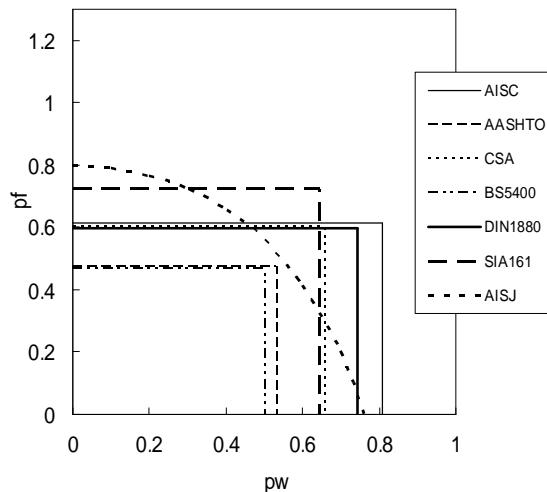


図2 代表的設計基準の塑性限界

れ座屈強度限界の 1/2 の長さ ($L = 2.25 b$) またはウェブ高 ($L = H$) とし強度の低い方を用いた .³⁾ 極限強度に大きな影響を与える要因のひとつである (フランジの断面積 : A_f とウェブの断面積 : A_w) フランジとウェブの断面積比およびフランジ幅 : b とウェブ高 : h のアスペクト比の 2 つがあげられる .

フランジとウェブの断面積比を無作為に決め計算を行うと過去の論文から相関関係が得られず , b/h を一定として , $M_u/M_p = 1.0$ の塑性限界曲線を包含するように選定した .

それに加えてフランジとウェブの断面積比を 0.3, 0.5, 0.75, 1.0 とさらに拡充させて解析計算を行った . その提供した塑性限界曲線の妥当性をさぐる .

3 . 解析における仮定

3 - 1 材料特性

材料特性は S S 4 0 0 を使用し , 表 2 に示すデータを用いる . このデータは , 種々の材料試験結果をもとに実測値に近いデータを用いた .

3 - 2 応力 - ひずみ関係

ひずみ硬化を考慮した 3 次元有限変位プログラムを用いる際 , ひずみ硬化域での応力 - ひずみ関係をどの様を考えるかが問題である . 本研究では既存の研究を参考にして次式および図 3 に示すような指数関数をひずみ硬化域での応力 - ひずみ関係に用いた .

E : ヤング係数 n : ひずみ硬化指数
 G : せん断弾性係数 h : ひずみ硬化開始ひずみ
 : ポアソン比 t : 破断ひずみ

y : 降伏応力度 k_f : フランジ座屈係数
 B : ひずみ硬化係数 k_w : ウェブ座屈係数

弾性域 ($y < h$) / $y = y / y$

踊り場 ($y < h$) / $y = 1.0$

ひずみ硬化域 ($y > h$)
 / $y = B (y / h)^n$

ここに ,

- : 降伏応力 (kg f/cm²)
- : 降伏ひずみ
- : ひずみ硬化開始ひずみ
- B : ひずみ硬化係数 , n : ひずみ硬化指数

表 2 入力材料データ

E	G		y	B
2.10E06	8.10E05	0.3	2.85E03	0.4876
n	h	t	k _f	k _w
0.268	0.0211	0.211	0.425	23.9

表 3 数値モデル寸法と力学パラメータの例

No.	h	tf	tw	b	L	pw	pf
55	12.000	1.900	0.475	24.000	54.000	0.200	0.368
56	14.000	1.900	0.475	28.000	63.000	0.234	0.431
57	16.000	1.900	0.475	32.000	72.000	0.267	0.493
58	18.000	1.900	0.475	36.000	81.000	0.300	0.556
59	20.000	1.900	0.475	40.000	90.000	0.334	0.618
60	22.000	1.900	0.475	44.000	99.000	0.367	0.681

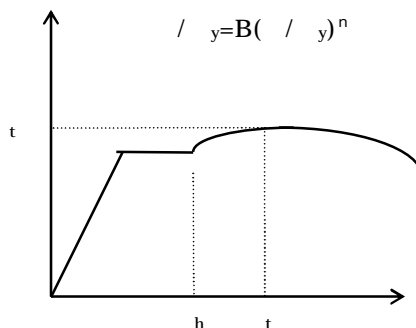


図 3 応力ひずみ関係図

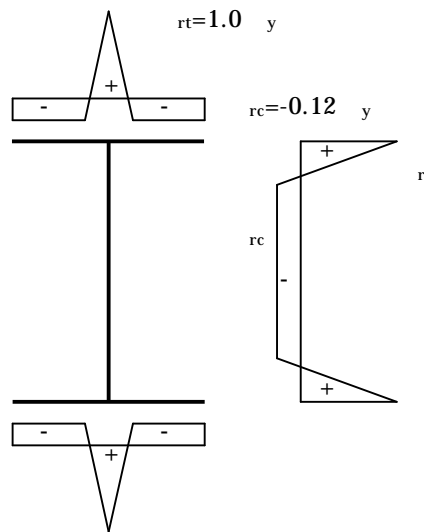


図 4 残留応力度分布図

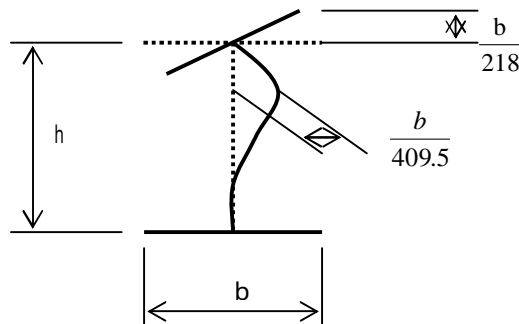


図 5 初期たわみ図

3 - 3 初期不整

図4, 図5に示すように, 残留応力および初期たわみの最大値は溶接 I 形断面の実測データの平均値³⁾を用いた. また初期たわみの波形は, 圧縮フランジは直線に, 引張りフランジは初期たわみを無しとし, ウェブは一端固定, 他端単純支持のはりの座屈モードと同じ波形とした.

4 . 解析法

4 - 1 メッシュ分割

本研究では, 解析モデルを弾塑性解析を行うためのデータ作成には, オートメッシュ(自動分割)プログラムを作成し, 利用した. その分割の結果は図-6に示す. その際サブ要素として, 板厚方向に5分割してそれぞれの要素の断面の応力状態も明確にした.

4 - 2 弾塑性解析

オートメッシュプログラムで得られたデータを用いて, 3次元弾塑性有限変位プログラム(NAPLAT)を使用し, それにおいて表の各モデルを計算した. 3次元弾塑性有限変位プログラムのフローチャートは図-7に示す. このプログラムは, 非適合(C⁰級適合)一定ひずみ平面三角形要素による立体薄肉構造のための弾塑性有限変位解析プログラムであり, 有限要素法の基本3原則である.

変位適合条件

材料構成則

力のつり合い条件

を考慮し, このプログラムにおいて種々の仮定を行った.

変位適合条件

$$d=f(x,y): \text{変位関数} \\ =Fa \quad (1)$$

このプログラムでは,

$$u=a_1+a_2x+a_3y \\ v=a_4+a_5x+a_6y \\ w=a_{b1}+a_{b2}L_1+a_{b3}L_2+a_{b4}L_1L_2+a_{b5}L_2L_3+a_{b6}L_3L_1+a_{b7}(L_1L_2^2-L_2L_1^2)+a_{b8}(L_2L_3^2-L_3L_2^2)+a_{b9}(L_3L_1^2-L_1L_3^2) \\ ds=Fa \quad (2)$$

(1)(2)式より

$$d=Nds \quad (3)$$

N:形状係数

ひずみと変位の関係より平面保持の仮定から

$$=Cd \quad \text{Kirchhoff-Love の仮定} \quad (4)$$

(3)(4)式より

$$=Bd_s \quad \text{有限要素内でひずみは一定分布, 即ち一定ひずみ要素} \quad (5)$$

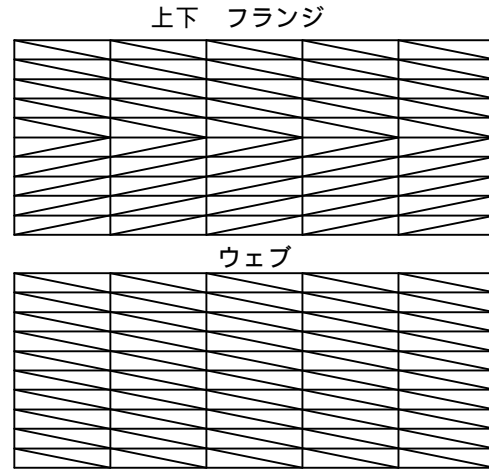


図6 メッシュ分割

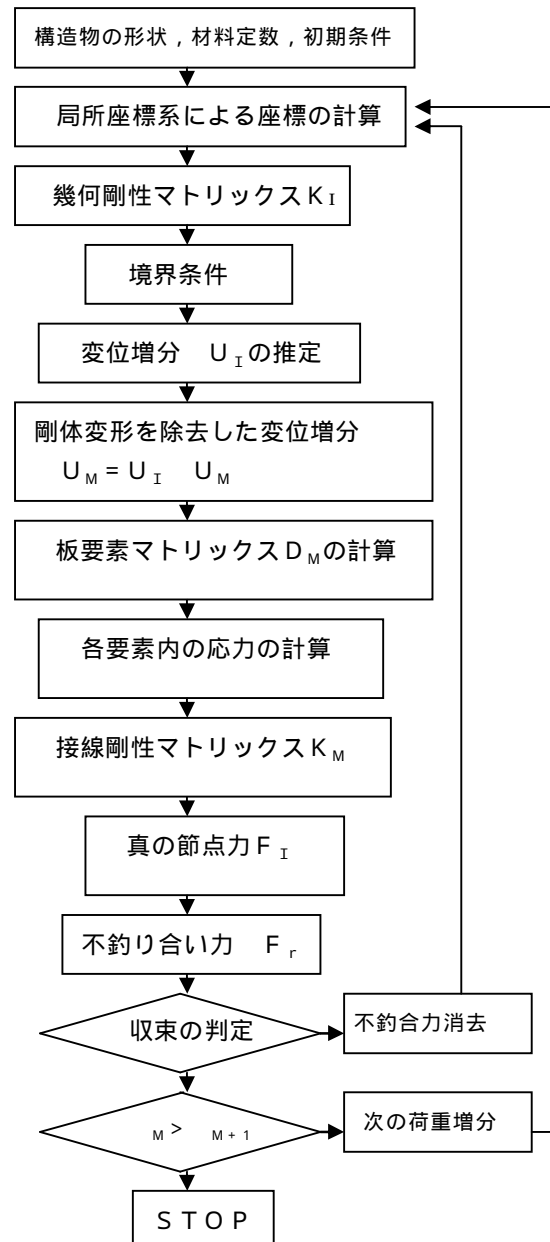


図7 フローチャート

材料構成則

$$=D \quad (6)$$

平面応力状態における弾性の剛度マトリックス

$$D_e = E / (1 - \nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu) / 2 \end{bmatrix}$$

平面応力問題

板厚が平面の広がり に比して十分小さい場合には、板厚方向の応力ガ面内応力に対して無視できる。そこで、面内応力についてのみ考察する。

等質当方で Hooke の法則を適用

・降伏条件式

Von Mises の降伏条件式

$$F(\sigma) = \sigma_y \quad (8)$$

$$F(\sigma) = \sigma_{eq} = (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{0.5} \quad (9)$$

・塑性化要素の応力 - ひずみ関係

$$d\sigma = d\sigma_0 + d\sigma_p \quad (10)$$

完全弾塑性体

図 - 8 のとおりとなる

Prandtl-Reuse の仮定に従う

$$dE = d\sigma \cdot F / \quad (11)$$

Associated formula (関数流れ則) に従う

マトリックス D_{ep} を求める。($\sigma = D_{ep} \epsilon$)

$$F = G \quad (12)$$

F: 負荷関数

G: 塑性ポテンシャル関数

以上の仮定から塑性要素の剛度を求める

ひずみ反転の判定 d にて判定

力のつり合い条件

直接力のつり合い条件で定式化するもの

..... 直接剛性法

接点力を有限要素に作用する外力とみなして、仮想変位の原理等を用い、変分原理により定式化する物

面外変形が無い場合の定式化例

(5) 式より

$$=B \cdot ds \quad (13)$$

仮想変位の原理より

$$ds(fs + fs) = \nu \quad (+) dV \quad (14)$$

(5) (6) 式から

$$=B \cdot ds \quad (15)$$

(13) (15) 式を (14) 式に代入し、これが

任意の ds で

$$fs = K_{ss} ds + {}_A B^T dA \quad (16)$$

$$\text{ここに } K_{ss} = t {}_A B^T D B dA \quad (17)$$

変位増分ベクトル ds が生じる以前においては、今考えている要素がつりあい状態にあるとすると式 (16) において、 ds および fs を 0 とおくと、次式が成立する。

$$fs = t {}_A B^T dA \quad (18)$$

(18) 式を (16) 式に代入すると、次の関係式が成立する。

$$fs = K_{ss} d_1$$

$$fs = \{ F_{xi}; F_{yi}; F_{xj}; F_{yj}; F_{xk}; F_{yk} \}$$

$$ds = \{ u_i; v_i; u_j; v_j; u_k; v_k \}$$

面外変形を含む場合の定式化も同様にして

$$f_1 = k_1 d_1$$

$$f_1 = \{ f_{si}; f_{bi} \}$$

$$d_1 = \{ d_{si}; d \}$$

$$f_{s1} = \{ F_{xi}; F_{yi}; F_{xj}; F_{yj}; F_{xk}; F_{yk} \}$$

$$d_{s1} = \{ u_i; v_i; u_j; v_j; u_k; v_k \}$$

$$f_{b1} = \{ F_{zi}; M_{xi}; M_{yi}; F_{zj}; M_{xj}; M_{yj}; F_{zk}; M_{xk}; M_{yk} \}$$

$$d_{b1} = \{ M_i; \quad x_i; \quad y_i; W_j; \quad x_j; \quad y_j; \quad W_k; \quad x_k; \quad y_k \}$$

その他

残留応力及び初期たわみを同時に有する板の場合には、仮想外力を節点に加えることによって、初期たわみに変化を与えないようにする。板厚方向への塑性化の広がりを考慮できるように、層割し、各層内では応力分布および剛度マトリックスは直線分布であると仮定する。

曲げ圧縮の仮定

座屈係数パラメータ補完式

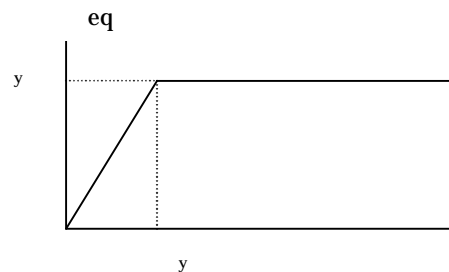


図8 理想化された相当応力度ひずみ

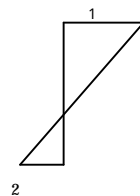


図9 曲げ圧縮

フランジ $k_f=0.45$
ウェブ

$$-1 \leq \sigma_1 / \sigma_2 \leq 0$$

$$k_w = 10(\sigma_1 / \sigma_2)^2 - 6.27(\sigma_1 / \sigma_2) + 7.63$$

$$0 \leq \sigma_1 / \sigma_2 \leq 1$$

$$k_w = \frac{8.4}{(\sigma_1 / \sigma_2) + 1.1}$$

曲げ圧縮についての座屈ガイドライン

$$c = (N/N_y) / (M/M_p)$$

ここで $c=0$ (純曲げ) $c=$ (純圧縮)

$$0 \leq N/N_y \leq 1/(1+2bt_f/h/t_w)$$

$$\frac{(1+2bt_f/h/t_w)^2}{1+4bt_f(h+t_f)/h^2/t_w} (N/N_y)^2 + M/M_p = 1.0$$

$$1/(1+2bt_f/h/t_w) \leq N/N_y \leq 1.0$$

$$N/N_y + \frac{1+(h+2t_f)/h \times 2bt_f/h/t_w}{2((h+2t_f)/h)(1+2bt_f/h/t_w)} (M/M_p) = 1.0$$

非線型方程式の解法においては、本研究では、修正ニュートン・ラフソン法を用いた。

このプログラムの解析結果の信頼性について永藤・小林の過去における実験データを実際に計算しており、実測値に近いデータが得られている。

5. 解析結果と考察

5 - 1 解析結果^{4), 5), 6)}

得られた各数値モデルにおける M/M_p の値を図 10 に示す。これらの値より M/M_p の点を推定し、結ぶことによって図中の $\langle M/M_p=1.0 \rangle$ の線(塑性限界曲線)の近似線が得られる。各国スペックと比較できるように重ねて表示した図とした。

各国の規定と比較してみると、 $A_w/A_f=0.5$ の塑性限界曲線は CSA の規定とほぼ一致しているのがわかる。 $A_w/A_f=0.75, 1.0$ の曲線は日本建築学会の規定とほぼ一致している。

AASHTO や BS5400 は、全体的に低く見積もっており、安全であることがわかり、塑性設計が適用できる。その他のものについては、上回っている部分と下回っている部分とがある。上回っている部分、特に DIN1880, AISC は、全塑性モーメント以前に崩壊する恐れがあり、改良の余地があると言える。

図 11 から図 13 までで過去の西村らの研究と比較すると同様の極限強度では、 pw が高い方では、若干低めの pw に、低い方では若干高めの pw を有しているが、ほとんど同様な結果となった。

次にそれらから $c=1.0$ と 2.0 の場合について極限強度曲線を別なスペックで描いてみると図 14 お

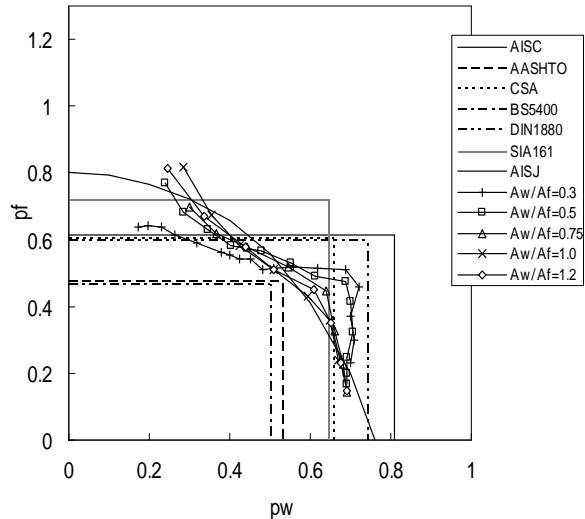


図 10 純曲げにおける各国との塑性限界曲線の比較

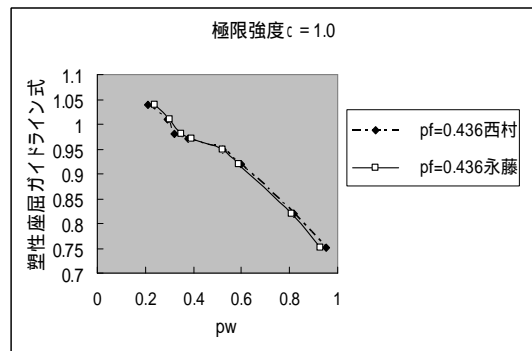


図 11 pf=0.436 の西村との比較

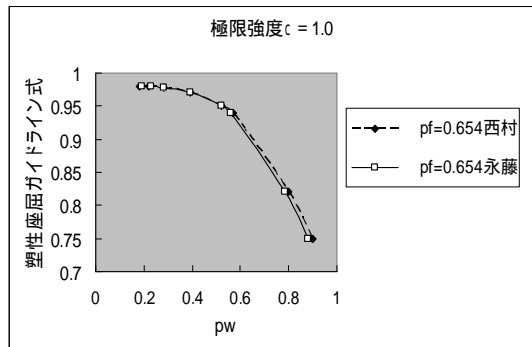


図 12 pf=0.654 の西村との比較

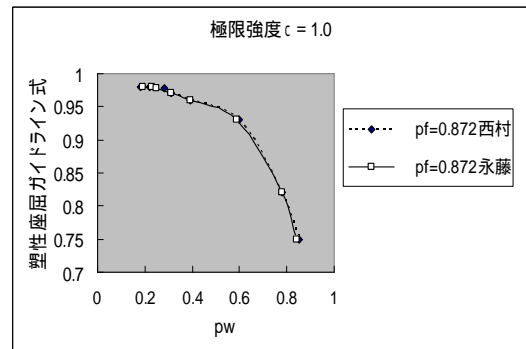


図 13 pf=0.872 の西村との比較

よび図 15 のような結果が得られた．曲げ圧縮での限界幅厚比曲線を図 16 に示す．

5 - 2 結論

- (1) λ_{pf} , λ_{pw} とともに 0.2 以上の純曲げおよび曲げ圧縮の塑性限界曲線を明らかにした．
- (2) 圧縮曲げはフランジ幅厚比 pf が小さい断面ほど大きく全塑性強度を超えており軸力の影響が大きく塑性強度にかかわっている．
- (3) 各国の塑性限界曲線の短所・長所を明確にでき、基本データを土木学会に提供できた．

参 考 文 献

- 1) 土木学会：鋼構造物設計指針（1987）
- 2) 奈良 敬：面内力を受ける鋼板及び補鋼板の極限強度に関する研究，pp.69-78（1986）
- 3) 土木学会；座屈設計ガイドライン，（1987.10）
- 4) 中沢俊彦，山口 哲：曲げを受ける鋼型断面の降伏限界幅厚比に関する研究（1993.3）
- 5) 西村宣男，奈良 敬：鋼構造部材および要素の塑性強度の有効利用に関する研究（1991.3）
- 6) 永藤壽宮：曲げをうける鋼 I 形断面の降伏限界幅厚比に関する実験的研究，土木学会全国大会第 60 回年次学術講演会講演概要集，pp. 756-757(2005.9)
- 7) 永藤壽宮，西村宣男，岩崎正二，宮本裕：曲げを受ける鋼 I 形断面の塑性限界幅厚比に関する研究，鋼構造年次論文報告集，第 13 巻，pp.297-302(2005.11)
- 8) 永藤壽宮：純曲げをうける鋼 I 形断面の塑性限界曲線について，平成 20 年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp. 63-64（2009.3）

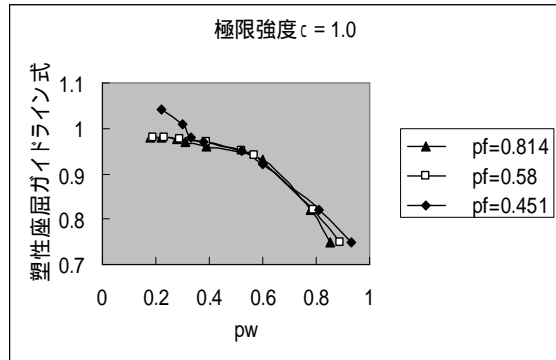


図 14 極限強度曲線 $c=1.0$

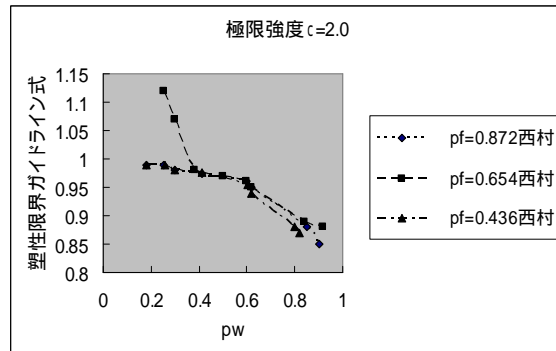


図 15 極限強度曲線 $c=1.0$

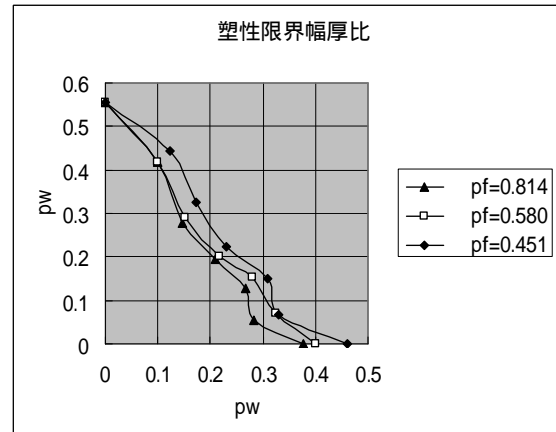


図 16 曲げ圧縮での限界幅厚比