フーコー振子の簡単な説明法*

宮　坂　忠　昭**

（平成6年9月29日　受理）

Ways of Simple Explanations of Foucault Pendulum Motion*

Tadaaki MIYASAKA**

A Foucault pendulum used to explain the earth rotation is a teaching mateareials in many applied physics textbooks. Observers of the North and South Poles easily understand the changes of pendulum motion, but those who are between the poles and the equator have difficulty observing its changes.

When we explain some of the changes in the situation of the Foucault pendulum, this paper enables us to give on explanation of them by recognizing the fact that land surface exists on the surface of a circular cone.

As a result, a lot of students are satisfied with this explanation of Foucault pendulum motion itself in practical education of applied physics.

1. 緒　　言

フーコー振子[1,2]は，大きな質量の振り子と長いひもを用意すれば長時間にわたり振動[3]が持続するので，地球の自転現象を示す実験としてよく用いられている．

例えば，極点（北極）での振り子の運動について考えると，振り子の振動面は地球の回転軸（地軸）に対して一定に保たれるから，1日1回転する地上から観ると，振り子の振動面が逆向き（時計方向）に回転してゆくのは，容易に説明でき，かつ学生に理解される．

しかしながら，観測点が日本のように極点と赤道との間にある場合には，振動面の変化は極点のそれのように簡単でなく，その説明にはなかなかの困難があった．これを解決する方法として，緯度（θ）が90°（極点）$<\theta<$0°（赤道）の地点においては，観測者の立つ地面が頂角2θの円錐上にあるとみなし，この円錐面上にフーコー振子を置くことで思考を進めると，振動面が変化してゆく過程が容易に説明できることがわかった．また具体的には，紙とマッチ棒があれば更にわかり易いフーコー振子が教材として用うることが可能となる．これは2θを自由に変えられる円錐をつくることで，極点（θ=90°，平面）から赤道（θ=0°，円筒）までの全ての地点の振動面の変化する様子が，机上で簡単に直視できるものであり，広範囲の学生への物理，天文教育の一方法として報告する．

---

* 1994年3月春季・第41回応用物理学関係連合講演会にて発表

** 基礎専門　応用物理　教授

2. 理　　論

緯度Θの地球の全ての地点の接線のうち，南北方向のものを連ねてゆくと，地軸を中心軸とする頂角2Θの円錐形が得られる．これは球にさまざまな角で接するような円錐帽子である図1．この地点における観測者は，頂角2Θの円錐上と地球との接点を地表として，1日で1周する円で生活していると考えられる．これを図2で示すと，地球の自転の向きに①から④へと観測者はその位置を円錐上で移動し，かつフーコー振子を観ているのであると考える図3，B．Θ=90°においては，この円錐は平面となり，極点での接平面図3，A，Θ=0°においては，赤道を接線とする円筒になる図3，C．

さて，観測者と共に円錐上を移動するフーコー振子は観測者からどのように見えるのだろうか．振り子に作用する力のうちコリオリ力（チカラ）と空気による抵抗力を無視し，地球による重力のみを考えると，エネルギー，運動量が保存されるから，振り子の振動面は変わらない．従って，観測者は，①で南北に振らせた振動面を②～④と観てゆくと，次第に南北よりずれはじめるように見える．それは，北半球では時計回り（右回転）であり南半球では反時計回り（左回転）である．

観測者の観る振り子の振動面のみかけ上の変化を考えるために，円錐の側面図と平面図を図4に示す．振動面を南北方向にとると，振動面は側面図の三角形ABCで示される．平面図では，点Pでの振幅BCはt秒後，地球の自転角θとすると$\theta=\omega t$回転し，点PはQに移動し，振幅はB′C′となる．このとき振動面は平行移動しているからBC // B′C′であり，従ってB′C′は南北方向よりωtだけはじめとずれたことになる．これを観測者は点PからQに移ったとき，振り子の振動面が$\theta=\omega t$，右回転したように見るのである．

次に，この平面図における変化角$\theta=\omega t$が円錐面上でいくらの角に相当するかを求めればよい．このために図5(a)において，円弧PQと円錐の頂点Oを結ぶ扇形PQOとその投影扇形PQO′を考える．

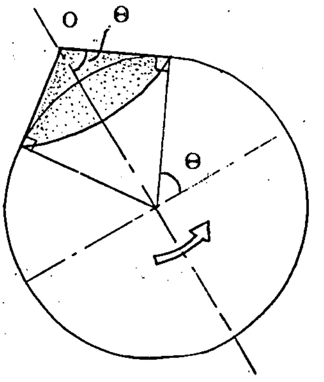


図1　緯度Θの地点と頂角2Θの円錐との関係

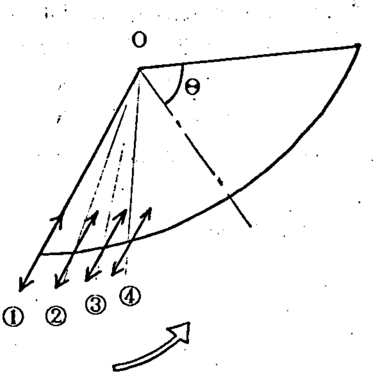


図2　観測者の移動と振動の変化

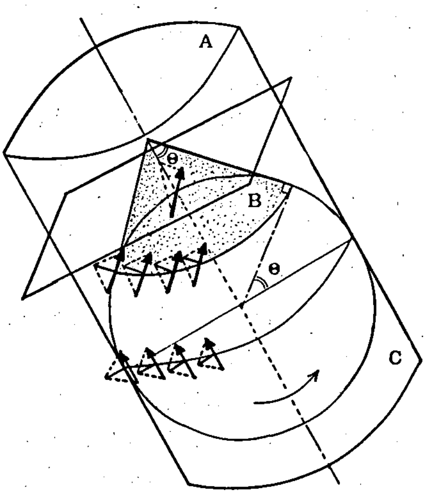


図3　極点，赤道上，およびその中間点での振り子の運動

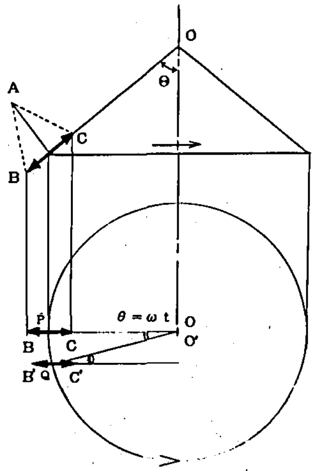


図4　円錐上の振り子の運動とその平面図

観測者の緯度Θに相当する，円錐頂角の半分をΘとし，$OP=OQ=l$，$QO'=r$ とすると，共通円弧PQについて扇形PQOの投影図が扇形PQO'となる，従って平面的に扱った，振り子の変化角 θ は円錐上では θ' に対応し，観測者は θ' を振り子の変化角とみなす。

この θ' を求めるために，図5(b)に振り子の振動方向を矢印で示し，観測者が点PからQに移動した場合を示す．地球の角速度を ω とすると，

△PQO'において

$$S=r\theta \tag{1}$$

△PQOにおいて

$$S=l\theta' \tag{2}$$

(1)(2)より

$$r\theta=l\theta' \qquad \therefore\ \theta'=\frac{r}{l}\theta \tag{3}$$

ここで図5より

$$\frac{r}{l}=\sin\Theta \tag{4}$$

(4)を(3)に代入して

$$\theta'=\theta\cdot\sin\Theta \tag{5}$$

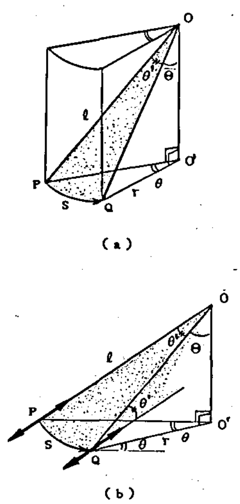


図5　地球の回転角 θ と円錐上の回転角 θ' の関係

つまり緯度Θにおける振り子のみかけの変化角 θ' は平面的変化角 θ の $\sin\Theta$ 倍である．地球の自転角速度を ω，振り子のみかけの角速度を ω' とすれば，

$$\theta=\omega t, \qquad \theta'=\omega' t \tag{6}$$

(6)を(5)に代入して

$$\omega' t=\omega t\sin\Theta \qquad \therefore\ \omega'=\omega\cdot\sin\Theta \tag{7}$$

地球の自転周期を T，振り子の振動面の周期を T' とすると，

$$\omega'=\frac{2\pi}{T'}, \qquad \omega=\frac{2\pi}{T} \tag{8}$$

(7)に代入すると

$$\frac{2\pi}{T'}=\frac{2\pi}{T}\sin\Theta \tag{9}$$

$$\therefore\ T'=\frac{T}{\sin\Theta} \tag{10}$$

が得られる．Θ＝0つまり赤道上では $T'=\infty$，振り子の振動面は変化しない．緯度が増すにつれ，みかけ上の周期T'は，地球の自転周期24時間，（1時間で15°北半球では振動面が時計回りに変化）に近ずき，Θ＝90°つまり極点においては，$T'=T$ で，これに一致する．

因みに長野高専（応物研究室）では北緯36度40分28秒，（東経138度14分14秒）をΘに代

入すると，角速度△ θ'は1時間で8.95度，周期40.2hで実験値と一致する．

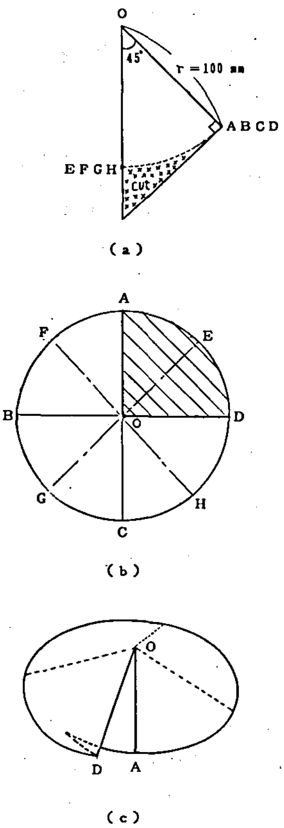


図6　円錐の作成法

3. 教材利用

1. 目的．紙とマッチ棒を用い簡単な工作をすることにより，フーコー振り子の振動面の変化を理解する．また自分の住む地点の緯度を地球視野から把握する．
2. 材料．学生40人分．ケント紙程度の厚紙（使用済のカレンダ），1辺20cmの正方形に切ったもの，マッチ棒，（先端が赤がよい）400本，探せば大箱（約1000本入り）が入手可能，虫ピンが代用できるが，教官の教卓実験以外は避ける，セロテープ10本，あらかじめ学生に渡し，机のコーナーに，$l=20$mm位に切ったものを10枚軽く貼りつけ用意しておく，ハサミ，紙をあらかじめ $r=10$cmの円につくっておけば不要．教示用として，なるべく大きな地球儀とOHPがあると更によい．
3. 工作．紙を3つ折りにすると図6(a)のように45度の直角三角形ができる．折り中心の反対側を切り $r=10$cmの扇形をつくる．開くと同図(b)になる．

次にAOにODを重ねると円錐ができる．この場合 $\partial=90°$であり円周の3/4を円錐の底面円周としているから

$$\Theta=sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\qquad \therefore\ \Theta=48.6°\quad(2\Theta=97.2°)$$

の頂角をもつ円錐が得られたことになる図8(c)．この緯度は北半球のパリに相当する．本校（長野）は $\Theta=36.6°$であるから $sin36.6°\fallingdotseq0.6$として円周の4/10を折り込めば，長野の緯度に相当する円錐が得られる．

円錐ができたなら，円錐面内側に接する球を意識しながら，地軸は円錐頂点と球中心を通っていることを理解する．そして球と円錐の接線こそ，緯度 Θ の地点を示し，観測者はこの接線上を東方に移動してゆくことを理解するだろう．

本論よりはずれるが，我々の住む地点の緯度 Θ は，図7(a)に示すように作った円錐の斜面を水平に持つと，円錐の軸と水平面とのなす角 Θ がそれを示すことを教える．そして，その方向に北極星が輝やいていることも．他に Θ を示すには，同図(b)のように円錐軸を水平にして持つと，円錐斜面の方向がそれを表わしている．この方法の方が極点に近ずく程円錐角が大きくなり，北極星の位置が次第に高くなってゆき，極点では天頂に位置するのが理解し易い．

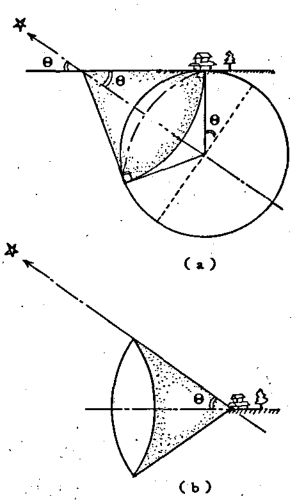
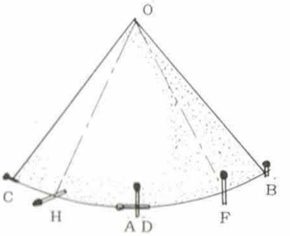


図7　緯度と北極星の位置

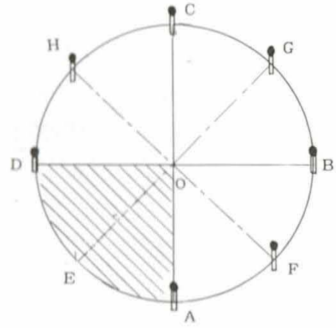
さて，折り目を重ねたAD点をセロテープで固定した後，マッチの頭が円錐の頂点を向くようにこの重ね合わせ線上にマッチをセロテープで貼りつける図8(a)．これでフーコー振り子の運動方向を示し，この場合は南北方向に振らせ，これが実験観測の出発である．勿論重ね合わせ線に直角にマッチを貼ってもよく，その場合は東西方向に振動の出発を定めたのである．

2本目のマッチは，地球は東に回転しているから，観測者はその位置はF,Bと移動すると考え，Fの位置に，AD点のマッチの向きとできるだけ同じ向きに貼りつける．曲面上に，向きを変えないで貼ることに多少むつかしく感ずる学生があるかもしれないが，平行移動するよう指導すれば問題はない．マッチの本数があれば，ADとFの間にも貼るとよい．

Fにおける南北方向を確認すれば，マッチの方向はかなりずれていることが判明するであろう．観測者は，これを「振り子の振動面が時計方向に回った」とみなすことを強調する．



(a)



(b)

図8　円錐とマッチ棒

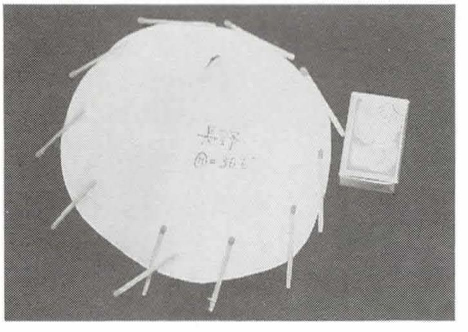


図9　フーコー振り子説明用円錐

残りのマッチを次々とセロテープで，方向を変えないように貼りつけてゆき最終の7本目はAD点にもどる．そしてマッチの頭は出発点の向きと1直角だけ西にずれていれば正解である．つまりマッチの頭は地球の自転と共に時計方向に回りはじめ，1日で3/4回転（$3\pi/2$rad）したことになる．これは，はじめの円から残した折り重ねのしない円周の割り合いに一致する．例えば図6(b)においてACを重ねれば1/2の円周をマッチ棒が移ってゆくわけで1/2回転することになる．これは$\Theta=30°$の場合に相当する．

さて最後に，重ね合わせたAD点のセロテープをはがしてみよう．図8(b)に示すようにマッチの頭はすべてはじめと同じ方向にそろい，かつ平行のはずである．このように重力のみが作用する振り子の運動は実に単純な動きをしているが，地球という回転する座標系では，振り子の振動面が変化していくように見えるだけであることを強調したい．また現実には回転する系では，向心力にともなうコリオリ力が存在する訳でこの運動の取扱いは厳密な運動方程式にゆだねるべきであろう．しかしフーコー振り子の一番の魅力は，我々の地球が動いていることを知的に感じとれること，更に緯度を通して地球は丸い球なのだとフーコー振り子自身が教えてくれることだろう．これらを少しでも学生に感じてもらえることは，世界各地で活躍する将来を考えても意義がある．

4. 具　体　例

図9は長野に相当する緯度36.6度における振り子の振動面の変化を示す円錐である．使用済みのカレンダ用紙を半径150㎜の円に切り，マッチの間隔は約2.4時間ごとで振動面の変化を示し，1日で約215°時計方向に回るように観測される．この工作は約15分で終了するので50分授業内にゆっくり収まる教材である．

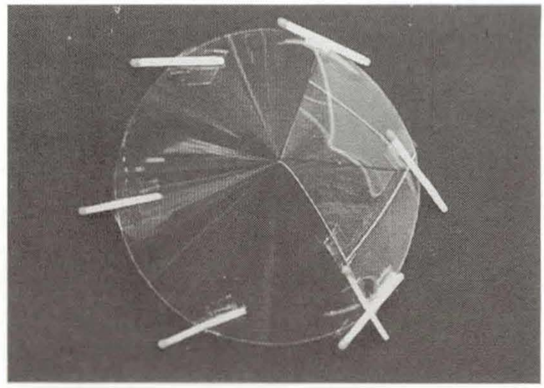


図10　OHP用フーコー振り子説明器

図10はOHP用に作った「フーコー振子説明用円錐」である．透明の簿手のアクリル板（ワイシャツ等化粧内箱も流用可能）を半径100㎜の円に切り，半径分だけ切れ目を入れることで，自由な頂角の円錐が得られる．図の場合，先に述べた1/4円周分重ね合わせたもので，頂角2Θ＝97.2度周期30時間を示すためである．直接OHPに置いて，マッチの貼りつけ手順や，終了した後に，重ね合わせを解き平面状でマッチのならび方など教示するのに都合よい．

5. 結　　言

フーコー振り子の振動面の変化が，緯度によって異なるのはなぜか，観測者が極点におる場合はわかり易いが，赤道と極点の間でこの疑問に簡単に答える方法を述べた．これは緯度Θならば頂角2Θの円錐をつくり，観測者がこの円錐表面を地表とみなして移動してゆくと考えれば，振り子の動きをマッチで示すことにより簡単に観測者が観る振動面の変化を示しうる方法であり，この方法は地球自転を示すフーコー振子が応用物理教育の有効な教材として利用可能なことを意味する．

また円から円錐をつくる際，重ね合わせた分を除いた弧長（円錐底面円周）の，重ね合わせ前の全円周に対する割合と，地球の自転周期角 2π との積が振動面の1日に変化する角を示すことも明かにした．

現在この方法を利用する授業を低学生（高専2年生）から4年生まで実施中で，学生の反応，理解度等も調査中である．また3年生の応用物理実験の1課題としても採用を検討中で，これらの結果は機会があれば報告したい．

参 考 文 献

1）原島　鮮，基礎物理学Ⅰ，学術図書出版．
2）戸田盛和，力学，岩波書店．
3）宮坂忠昭：応用物理教育分科会会誌，Vol. 13，No. 1，1988．