

曲げを受ける鋼 I 形断面の塑性限界 幅厚比に関する研究

永 藤 壽 宮

A Analytic Study Of Plastic Limiting Width-Thickness Ratios Of Steel I-Sections In Bending

Toshimiya NAGATO

The definition and classification of cross-sectional strength concerning width-thickness ratio of plate element are required in the development of advanced limit state design code of steel structures.

In this paper the limiting width-thickness ratios for plastic strength of steel I-section in bending are investigated by the analysis of F.E.M. Comparison of the numerical results and current design codes are discussed.

1. はじめに

現在の道路橋示方書を力学条項の拠り所としている「鋼構造物設計指針」¹⁾は、鋼構造一般の設計に用いるので、道路橋以外の構造物には安全側に偏ってしまう傾向にあり以下に述べた規定については修正を必要としている。

- 1) 断面構造板要素の幅厚比に関しては塑性解析限界幅厚比、塑性限界幅厚比及び降伏限界幅厚比の規定
- 2) 部材座屈に関する細長比に対しては、塑性解析限界細長比と塑性限界細長比の規定ただし塑性限界細長比は、中厚肉断面部材に対しては降伏限界細長比とする。

そこで、本研究では3次元弾塑性有限変位プログラムを用いた数値解析により現行の許容応力度設計法において強度の基準となっている初期降伏強度から終局強度までの挙動特性を明らかにし、各種の部材が終局強度に対して、一様な安全性を確保できるように力学条項を整えるために必要な板要素の幅厚比の塑性限界について検討することにした。

2. 解析モデルの選定

(1) 構造区分⁵⁾

骨組構造物の構造区分は部材断面の局部座屈に関する幅厚比パラメータと部材の細長比パラメータに応じて分けられる。図-1では最も詳細な構造区分を模式的に表している。各区分に対して適用される構造解析法および強度照査法をまとめると以下の通りである。

*土木工学科 助教授

原稿受付 平成5年9月30日

領域1：極厚肉断面のストックリーな部材により構成された構造で、塑性解析（塑性設計法）の適用が可能な領域

領域2：厚肉断面のストックリーな部材により構成された構造で、構造解析は弾性解析によるが断面の塑性強度について照査する。

領域3：厚肉断面のスレンダーな部材に構成された構造で、安定照査式と塑性断面強度について照査する。構造解析は弾性解析による。

領域4：中厚肉断面のストックリーな部材で構成された構造物で、断面強度は降伏強度にとる。構造解析は弾性解析による。

領域5：中厚肉断面のスレンダーな部材で構成された構造物で、部材の強度については安定照査式と降伏強度で照査する。構造解析は弾性解析による。

領域6：薄肉断面のストックリーな部材で構成された構造物で、局部座屈強度を照査する。構造解析は弾性解析による。

領域7：薄肉断面のスレンダーな部材で構成された構造物で、部材座屈と局部座屈の連成強度を照査する。構造解析は弾性解析による。

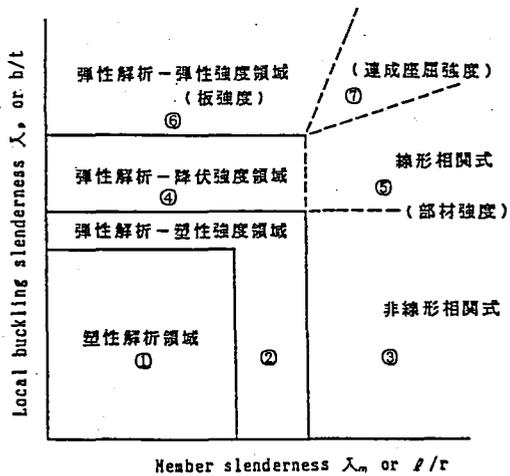


図-1 構造区分

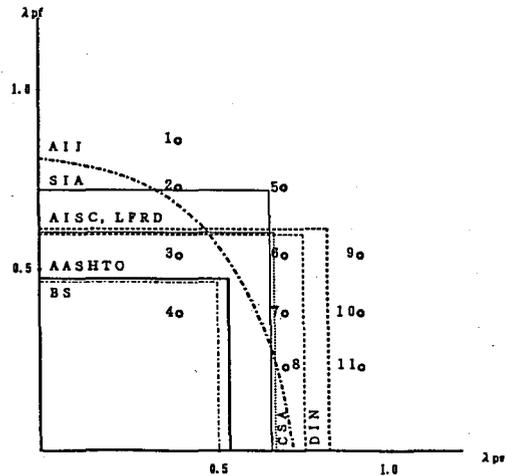


図-2 代表的設計基準の塑性限界

(2) 供試体

断面構成要素の限界幅厚比として塑性設計限界幅厚比、塑性限界幅厚比及び降伏限界幅厚比の3種類を規定することになる。その際に本研究では板要素間の相互拘束効果を考慮して断面としての限界幅厚比を与えると考えた。曲げを受けるI形断面の限界幅厚比は代表的設計基準では、表-1のように与えられている。その基準の塑性限界のフランジの幅厚比パラメータ λ_{pf} とウェブの幅厚比パラメータ λ_{pw} を平面上に描くと図-2のようになる。板要素の個々に限界幅厚比を与えるとき長方形の領域で断面強度の区分が表せる。日

表-1 各国スベックの限界幅厚比

Specification	Limiting Slenderness Ratio	
	フランジ λ_{op}	ウェブ λ_{ep}
AISC	0.613	0.809
LRFD	0.613	0.809
AIJ PR	*	*
AASHTO	0.476	0.531
CSA	0.603	0.657
BS5400	0.466	0.5
DIN18800	0.597	0.742
SIA161	0.722	0.645

* interaction formula of F.L.B. and W.L.B.

表-2 供試体寸法と力学パラメータ

Model	No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.6	No.7	No.8	No.9	No.10	No.11
λ_f	0.86	0.73	0.54	0.38	0.73	0.54	0.38	0.23	0.54	0.38	0.23
λ_w	0.39	0.39	0.39	0.39	0.69	0.69	0.69	0.69	0.91	0.91	0.91
h(cm)	28.130	28.130	28.130	28.130	49.769	49.769	49.769	49.769	65.637	65.637	65.637
tw(cm)	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
b(cm)	25.415	21.664	16.182	11.565	21.664	16.182	11.565	7.237	16.182	11.565	7.237
tf(cm)	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
L(cm)	28.1	28.1	28.1	26.0	48.7	36.4	26.0	16.3	36.4	26.1	16.3
Aw/Af	0.7379	0.8656	1.1589	1.6216	1.5315	2.0504	2.8690	4.5848	2.7041	3.7837	0.0467
s	0.9035	0.7701	0.5752	0.4111	0.4353	0.3251	0.2324	0.1454	0.2465	0.1762	0.1103
k	1.0892	1.0981	1.1174	1.1451	1.1237	1.1507	1.1870	1.2454	1.1743	1.2141	1.2747
MY	22.192	19.255	14.963	11.348	37.355	29.767	23.377	17.387	42.462	34.036	26.137
MP	24.169	21.142	16.718	12.992	41.971	34.249	27.746	21.650	49.858	41.318	33.313

$$\text{フランジ幅厚比パラメータ} : \bar{\lambda}_{pf} = \frac{b'}{t_f} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma_y}{k_f \cdot \pi^2 E}}$$

$$\text{ウェブ幅厚比パラメータ} : \bar{\lambda}_{pw} = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma_y}{k_w \cdot \pi^2 E}}$$

h: ウェブ高, b: フランジ幅, b': フランジ突出幅, tw: ウェブ厚, tf: フランジ厚
 σ_y : 降伏応力度, L: 垂直補剛材間隔, Aw: ウェブ断面積, Af: フランジ断面積,
 S: フランジ幅・ウェブ高比, k: 形状係数, My: 降伏モーメント, Mp: 全塑性モーメント

本建築学会の基準のみ楕円状の断面強度区分となっている。

計画したモデルの幅厚比パラメータの範囲は、ほぼ全ての設計基準の塑性限界幅厚比の範囲を包含するように決定した。表-2 に供試体の寸法及び力学パラメータを掲げる。表中の記号は以下に示された通りである。また、表中の記号における L は道路橋示方書で規定されている横倒れ屈曲強度限界の1/2の長さ (L=2.25b) またはウェブ高 (L=H) とし断面強度の低い方を用いた。

3. 解析における仮定

(1) 材料特性

材料特性は SS41 を使用し、表-3 に示すデータを用いる。このデータは、種々の材料試験結果をもとに実測値に近いデータを用いた。

(2) 応力-ひずみ関係

ひずみ硬化を考慮した 3 次元有限変位プログラムを用いる際、ひずみ硬化域での応力-ひずみ関係をどの様に与えるかが問題である。本研究では既存の研究²⁾を参考にして次式およ

表-3 入力材料データ

E	G	ν	σ_y	B	n	ϵ_h	ϵ_t	k_f	k_w
2.119E06	8.100E05	0.287	3.141E03	0.488	0.268	0.0211	0.211	0.425	23.9

ひ図-3 に示すような指数関数をひずみ硬化域での応力-ひずみ関係に用いた。

弾性域 ($\epsilon < \epsilon_y$) $\sigma/\sigma_y = \epsilon/\epsilon_y$

踊り場 ($\epsilon_y \leq \epsilon < \epsilon_h$) $\sigma/\sigma_y = 1.0$

ひずみ硬化域 ($\epsilon \geq \epsilon_h$)

$$\sigma/\sigma_y = B (\epsilon/\epsilon_y)^n$$

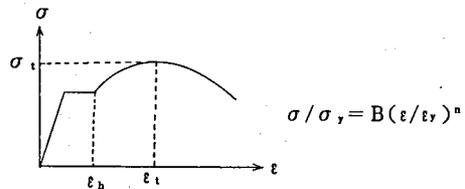


図-3 応力ひたずみ関係図

ここに、

σ_y : 降伏応力 (Kg/cm²)

ϵ_y : 降伏ひずみ

ϵ_h : ひずみ硬化開始ひずみ

B : ひずみ硬化係数, n : ひずみ硬化指数

(3) 初期不整

図-4, 図-5 に示すように、残留応力および初期たわみの最大値は溶接I形断面の実測データの平均値³⁾を用いた。また初期たわみの波形は、圧縮フランジは直線に、引張フラン

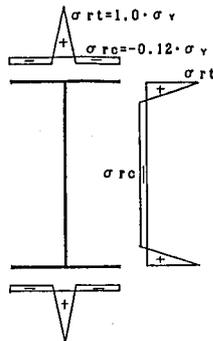


図-4 残留応力分布

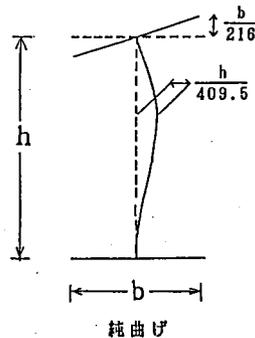


図-5 初期たわみ

ジは初期たわみを無しとし、ウェブは一端固定、他端単純支持のはりの座屈モードと同じ波形とした。

4. 解析法

(1) メッシュ分割

本研究では、解析モデルを弾塑性解析を行うためのデータ作成には、オートメッシュ (自動分割) プログラムを作成し、利用した。その分割の結果は図-6 に示す。その際サブ要素として、板厚方向に5分割してそれぞれの要素の断面の応力状態も明確にした。

(2) 弾塑性解析

オートメッシュプログラムで得られたデータを用いて、3次元弾塑性有限変位プログラム (NAPLAT) を使用し、それにおいて表の各モデルを計算した。3次元弾塑性有限変位プログラムのフローチャートは図-7 に示す。このプログラムは、非適合 (C⁰ 級適合) 一定ひずみ平面三角形要素による立体薄肉構造のための弾塑性有限変位解析プログラムであり、有限要素法の基本3原則である、

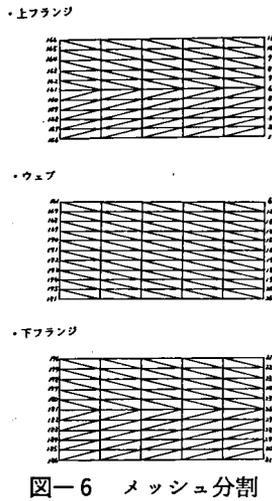


図-6 メッシュ分割

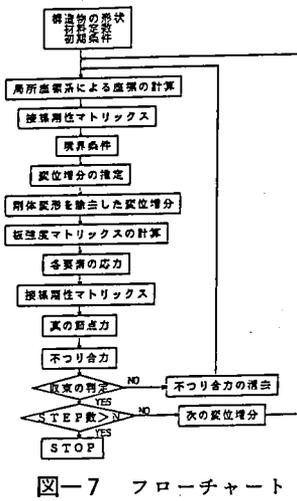


図-7 フローチャート

- ① 変位適合条件
- ② 材料構成則
- ③ 力のつり合い条件

を考慮し、このプログラムにおいて種々の仮定を行った。

① 変位適合条件

$$d = f(x, y) \quad \text{：変位関数}$$

$$= Fa \dots \dots \dots (1)$$

このプログラムでは、

$$u = a_1 + a_2x + a_3y$$

$$v = a_4 + a_5x + a_6y$$

$$w = a_{b1} + a_{b2}L_1 + a_{b3}L_2 + a_{b4}L_1L_2 + a_{b5}L_2L_3$$

$$+ a_{b6}L_3L_1 + a_{b7}(L_1L_2^2 - L_2L_1^2)$$

$$+ a_{b8}(L_2L_3^2 - L_3L_2^2) + a_{b9}(L_3L_1^2 - L_1L_3^2)$$

$$ds = Fa \dots \dots \dots (2)$$

(1) (2)式より

$$d = \int \int N ds \quad (3)$$

N：形状関数

一方ひずみと変位の関係より

$$\epsilon = Cd \quad \leftarrow \text{Kirchhoff-Love の仮定} \dots \dots \dots \text{平面保持} \quad (4)$$

(3) (4)式より

$$\epsilon = Bd_s \quad \rightarrow \text{有限要素内でひずみは一定分布, 即ち一定ひずみ要素} \quad (5)$$

② 材料構成則

$$\sigma = D\epsilon \quad (6)$$

- ・平面応力状態における弾性の剛度マトリックス

$$D_e = E/(1 - \nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix}$$

← 平面応力問題

板厚が平板の広がりに対して十分小さい場合には、板厚方向の応力が面内応力に対して無視できる。そこで、面内応力についてのみ考察する。

← 等質等方で Hooke の法則を適用

- ・降伏条件式

Von Mises の降伏条件式

$$F(\sigma) = \sigma_y \quad (8)$$

$$F(\sigma) = \sigma_{eq} = (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{0.5} \quad (9)$$

- ・塑性化要素の応力・ひずみ関係

$$d\epsilon = d\epsilon_0 + d\epsilon_p \quad (10)$$

【完全弾塑性体】

図-8 のとおり

【Prandtl-Reuse の仮定に従う】

$$dE = d\lambda \cdot \partial F / \partial \sigma$$

【Associated flowrule (関連流れ則) に従う】

マトリックス D_{ep} を求める。 ($\sigma = D_{ep}\epsilon$)

$$F = G$$

F: 負荷関数

G: 塑性ポテンシャル関数

以上の仮定から塑性要素の剛度

- ・ひずみの反転の判定

$d\lambda$ にて判定

③ 力のつり合い条件

- ・直接力のつり合い条件を用いて定式化するもの……直接剛性法
- ・接点力を有限要素に作用する外力とみなして、仮想変位の原理等を用い、変分原理により定式化するもの

面外変形がない場合の定式化例

(5)式より

$$\delta\epsilon = B \cdot \delta ds \quad (13)$$

仮想変位の原理より

$$\delta ds (fs + \Delta fs) = \int_V \delta\epsilon (\sigma + \Delta\sigma) dV \quad (14)$$

(5)(6)式から

$$\Delta\sigma = B \cdot \sigma ds \quad (15)$$

(13)(15)式を(14)式に代入し、これが任意の δds で

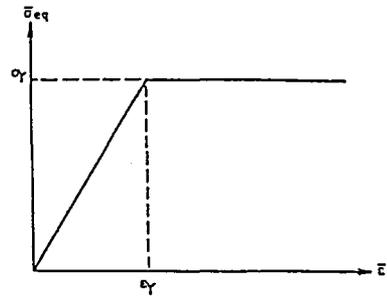


図-8 理想化された相当
応力度・ひずみ曲線

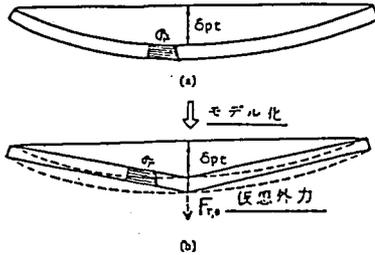


図-9 残留応力の取り扱い

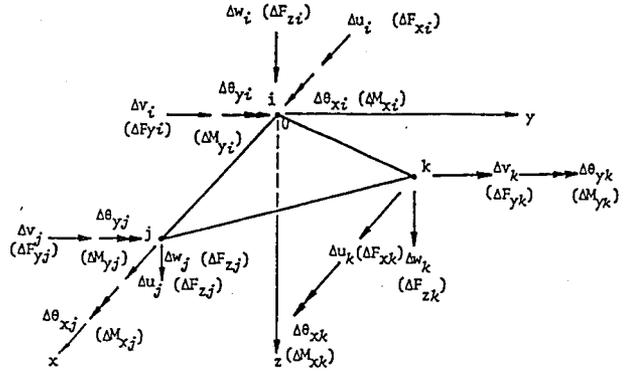


図-10 要素座標系, 節点変位増分及び節点力増分

$$f_s + \Delta f_s = K_{ss} \Delta ds + \int_A B^T \sigma dA \quad (16)$$

$$\text{ここに, } K_{ss} = t \int_A B^T D B dA \quad (17)$$

変位増分ベクトル Δds が生じる以前においては, いま考えている要素がつり合い状態似あるとすると, 式(16)において, Δds および Δf_s を 0 とおくと, 次式が成立する.

$$f_s = t \int_A B^T \sigma dA \quad (18)$$

(18)式を(16)式に代入すると, 次の関係式が成立する.

$$\Delta f_s = K_{ss} \Delta ds$$

ここに,

$$\Delta f_s = \{\Delta F_{x1}; \Delta F_{y1}; \Delta F_{xj}; \Delta F_{yj}; \Delta F_{xk}; \Delta F_{yk}\}$$

$$\Delta ds = \{\Delta u_1; \Delta v_1; \Delta u_j; \Delta v_j; \Delta u_k; \Delta v_k\}$$

面外変形を含む場合の定式化も同様にして

$$\Delta f_1 = k_1 \Delta d_1$$

ここに,

$$\Delta f_1 = \{\Delta f_{s1}; \Delta f_{b1}\}$$

$$\Delta d_1 = \{\Delta d_{s1}; d_{b2}\}$$

$$\Delta f_{s1} = \{\Delta F_{x1}; \Delta F_{y1}; \Delta F_{xj}; \Delta F_{yj}; \Delta F_{xk}; \Delta F_{yk}\}$$

$$\Delta d_{s1} = \{\Delta u_1; \Delta v_1; \Delta u_j; \Delta v_j; \Delta u_k; \Delta v_k\}$$

$$\Delta f_{b1} = \{\Delta F_{z1}; \Delta M_{x1}; \Delta M_{yj}; \Delta F_{zj}; \Delta M_{xj}; \Delta M_{yj}; \Delta F_{zk}; \Delta M_{xk}; \Delta M_{yk}\}$$

$$\Delta d_{b1} = \{\Delta W_1; \Delta \theta_{x1}; \Delta \theta_{yj}; \Delta W_j; \Delta \theta_{xj}; \Delta \theta_{yj}; \Delta W_k; \Delta \theta_{xk}; \Delta \theta_{yk}\}$$

④ その他

- ・ 残留応力及び初期たわみを同時に有する板の場合には, 図-9 に示すように仮想外力を節点に加えることによって, 初期たわみに変化を与えないようにする.
- ・ 板厚方向への塑性化の広がりやを考慮できるように, 図-11 に示すように板厚方向に層割し, 各層内では応力分布および剛度マトリックスは直線分布であると仮定する.
- ・ 各板要素は初期状態において, xy, yz, あるいは zx 平面上のいずれかにある必要がある. その他の平面上に要素がある場合には, 少々の改良が必要である.
- ・ 非線形方程式の解法においては, 本研究では, 修正ニュートン・ラフソン法を用いた. また, このプログラムにおいての剛性マトリックスと不釣り合い力の計算過程を抜き出し

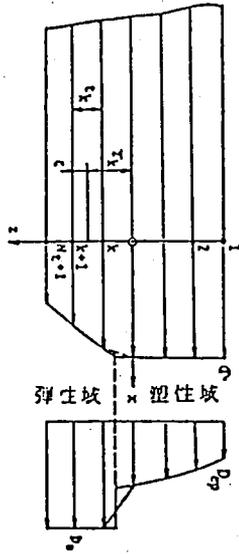
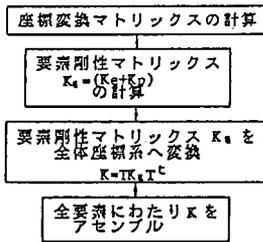


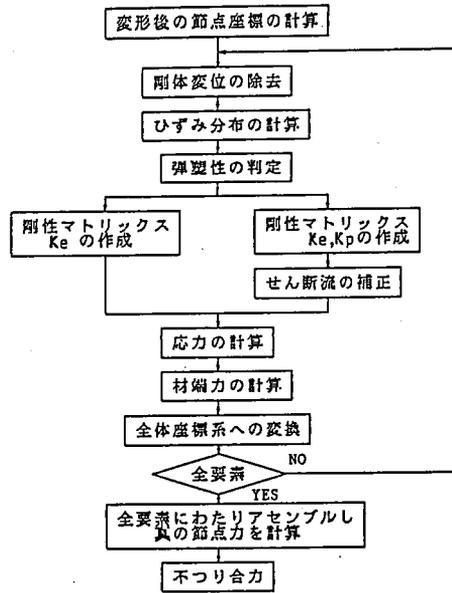
図-11 層 割 り

剛性マトリックスの計算過程



(a)

不釣り合力の計算過程



(b)

図-12 フローチャート

て図-12(a)(b)に示す。このプログラムの解析結果の信頼性については、中沢・山口の実験データを実際に計算しており、実測値に近いデータが得られている。

(3) 強制変位置量

3次元有限変位プログラムを用いる際に、断面が曲げ圧縮を受ける場合の荷重方法を図-13に示す。このとき、計算結果がより正確に出力されるように、回転変位を各々の供試体で変化させて行った。

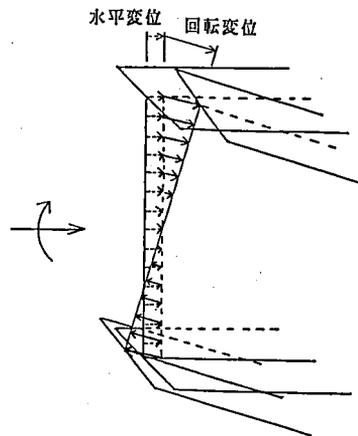


図-13 荷 重 方 法

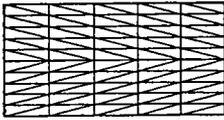
5. 作用モーメントの増大に伴う各分割要素の塑性域の拡大

作用モーメントが増大するにつれて、オートメッシュプログラムによって得られた分割要素が、どのように塑性化するかを、供試体 No.1 を例にとって図示した。(図-14, 15, 16)

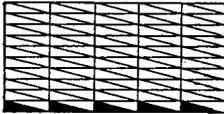
供試体 No. 1

メッシュ分割

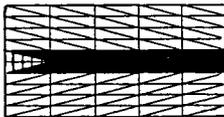
・上フランジ $M/N_p = 0.5094$



・ウェブ



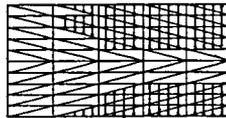
・下フランジ



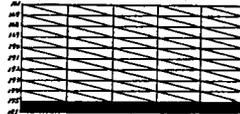
(a)

メッシュ分割

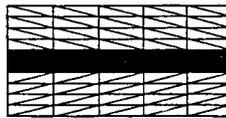
・上フランジ $M/N_p = 0.7073$



・ウェブ



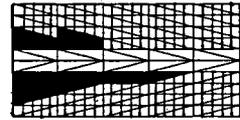
・下フランジ



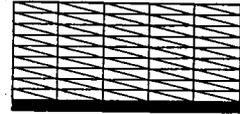
(b)

メッシュ分割

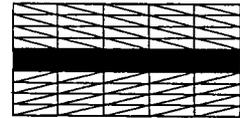
・上フランジ $M/N_p = 0.8189$



・ウェブ



・下フランジ

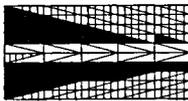


(c)

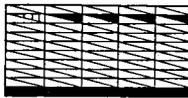
図-14

メッシュ分割

・上フランジ $M/N_p = 0.8791$



・ウェブ



・下フランジ



(a)

メッシュ分割

・上フランジ $M/N_p = 0.9168$



・ウェブ



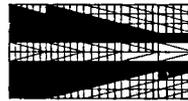
・下フランジ



(b)

メッシュ分割

・上フランジ $M/N_p = 0.9272$



・ウェブ



・下フランジ



(c)

図-15

前に述べた通り、各要素は板厚方向に5分割されているので、1つの要素において全てが塑性域に達すれば■、1つでも弾性域があれば田で示す。

図-14(a)においてウェブと下フランジの溶接部から、まず塑性域に達している。これは、残留応力の影響で荷重以前に上記の溶接部がすでに降伏応力に達しているからである。

また、図-14(b)において上フランジの突出部がハーフラインから塑性域に達しつつある。これは、このほりに荷重されたモーメントの影響で中央断面から塑性域に達しかけるが、図-14(c)をみてわかるように強制変位を与えた端断面から塑性域に達することとなる。

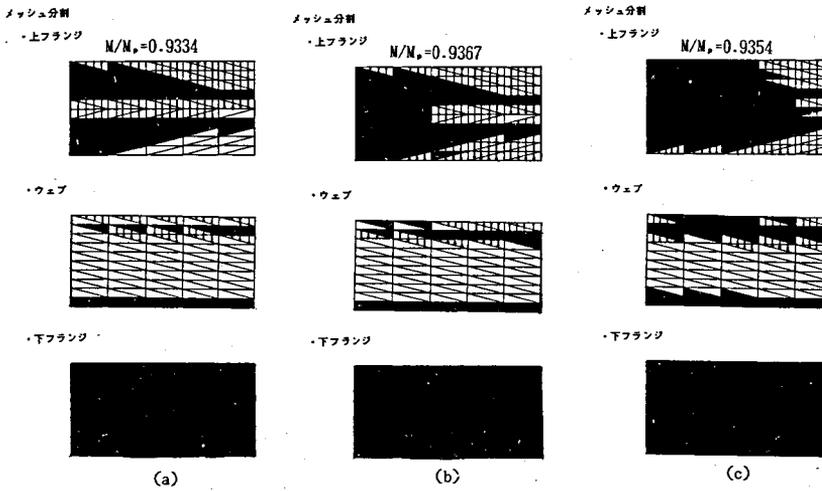


図-16

また図-15(a)において、ウェブ上部が塑性域に達している。これは、用いた座屈モードの影響と考えられる。

以降、下フランジが全断面塑性となり、図-16へと移行していく。

6. 作用モーメントの増大に伴う、各供試体のたわみ量の変化

図-17に、作用モーメントとたわみ量の関係図を示す。なお横軸には供試体の最大たわみを用いた。No. 4, 7, 10の3つの M/M_p -たわみ図を比較して、No. 4 だけが $M/M_p = 1.0079$ 塑性限界を越えており、No.4 の中央断面には塑性ヒンジが生じていると考えられる。

そこでNo. 4, 7, 10のメッシュ割りの図に、各供試体の中央断面のみ色分けをすると、No. 4 のみが中央断面すべて（ウェブの中心以外）塑性域に達しており、No. 7, 10はまだ

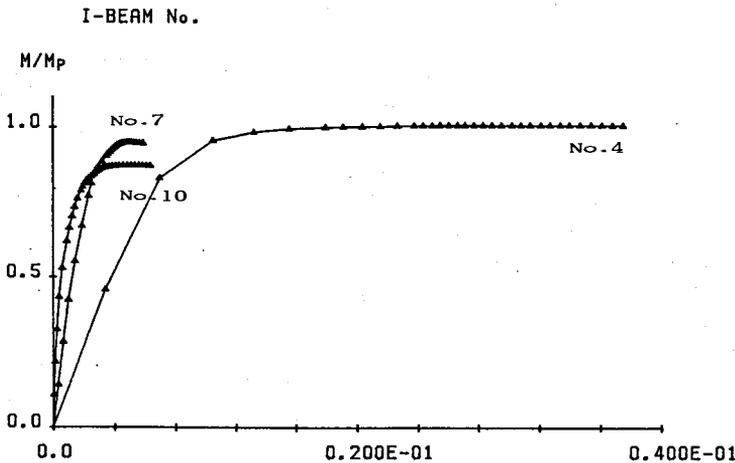


図-17 作用モーメントとたわみ量関係図

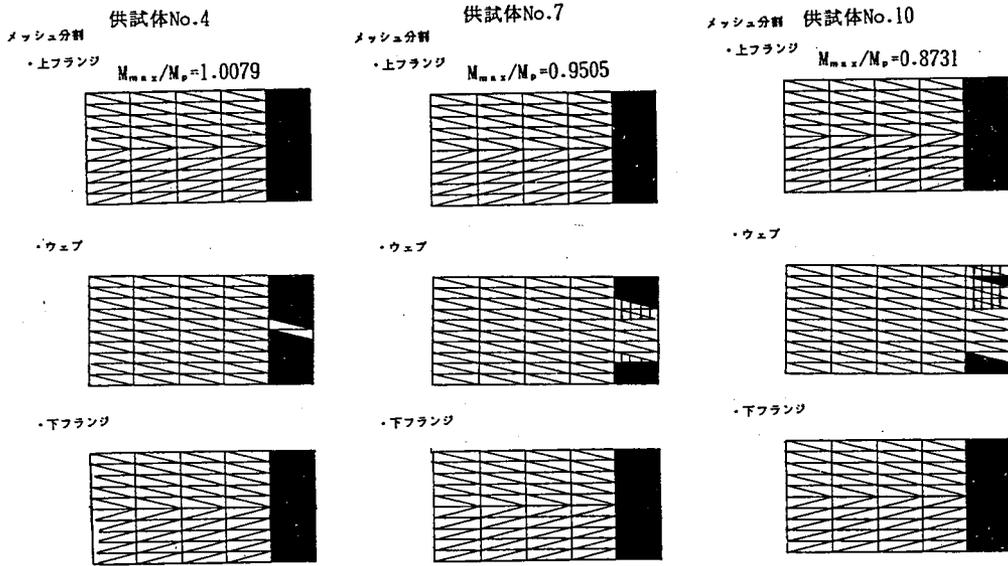


図-18 極限状態での塑性化状況

弾性域が残っている。すなわち、極限状態に達してもウェブに剛性を残して崩壊している。また、ウェブ中央断面付近では円弧状に塑性化している。このことから、No. 4 は塑性限界をこえたという解析結果は正しいと思われる。

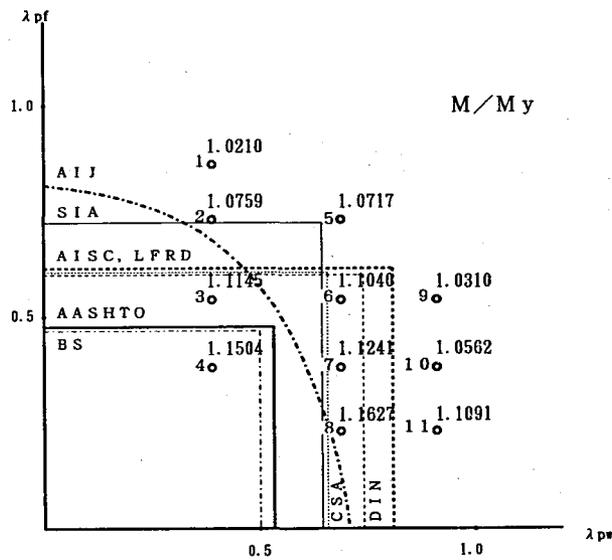


図-19 各国スベックにおける塑性限界幅厚比と各供試体の M/M_y

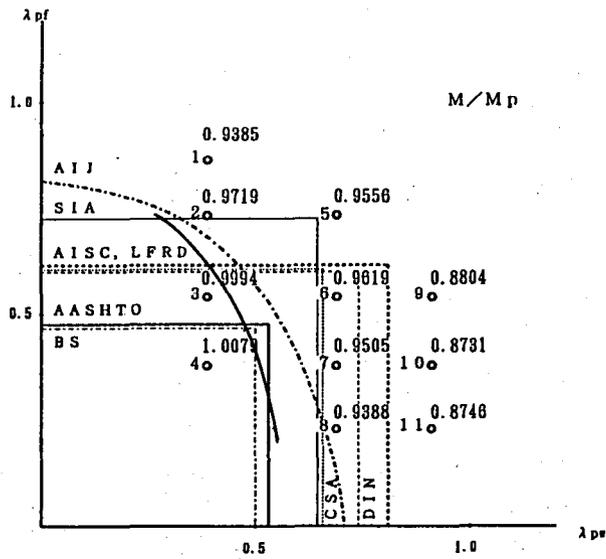


図-20 各国スベックにおける塑性限界幅厚比とM/M_p

7. 考 察

得られた各供試体のM/M_yとM/M_pの値を図-19, 20に示す。M/M_yについては、λ_{pw}とλ_{pw}が大きくなるにつれて、M/M_yの値が小さくなることが明らかである。これは、西村らの研究⁵⁾においても立証されている。しかし、M/M_pの値を見て分かるように、λ_{pw}が大きくなるにつれてM/M_pが小さくなっているが、λ_{pw}については、そのような関連性は見られず、塑性限界幅厚比が複雑に分布していることが観察できる。

本研究の数値解析によって得られた塑性限界を、公称応力より14%大きい降伏応力度を用いたことを考慮して、図-20に実線で示す。各国スベックと比較して、BSやAASHTO、またAIJは実線にほぼ対応し、AIJは形状も似ている事が分かる。しかし、AISCやDINについては大きなウェブの幅厚比の使用を認めており、SIAについては大きなフランジ幅厚比の使用を認めている。

塑性設計限界については、まだ2~3の各国スベックしか規定しておらず、日本道路橋示界幅厚比と各供試体のM/M_p示方書においても規定がないので、早急に規定する必要がある。

参 考 文 献

- 1) 土木学会：鋼構造物設計指針，1987.
- 2) 奈良 敬：面内力を受ける鋼板および補鋼板の極限強度に関する研究，P.69~78，1986.
- 3) 土木学会：座屈設計ガイドライン，1987. 10
- 4) 中沢俊彦，山口 哲：曲げを受ける鋼I形断面の降伏限界幅比に関する研究，1993. 3
- 5) 西村宣男，奈良 敬：鋼構造部材および要素の塑性強度の有効利用に関する研究，1991. 3