

ニューラルネットワークによる Wigner 分布の干渉項の除去*

鈴木 宏**・小林 史典***

Interference Terms Elimination for Wigner Distribution using the Neural Network Technique

Hiroshi SUZUKI, Fuminori KOBAYASHI

Wigner Distribution (WD) has recently attracted attention as a tool for time-frequency signal analysis. However, WD generates interference terms between frequency components. This paper first considers about this interference terms from the viewpoint that WD can be calculated as the convolution of Fourier spectra (FS). Then we describe that these terms are eliminated by the neural network technique. Finally, this technique is verified with a simple simulation.

1. はじめに

近年、時変信号の有力な解析法の一つとして、Wigner 分布 (以下 WD) が注目されている^{(1),(2)}。これは、特殊な前処理を行った信号の、フーリエスペクトル (以下 FS) を求めるもので、この処理により周波数分解能が、フーリエ変換のそれに比べ優れている。反面この前処理により、複数の周波数成分を含む信号で、その成分間に干渉項が生じ、スペクトルを汚す原因となる。著者らは、WD が FS の畳み込みにより計算できることと、これより WD が、FS と干渉項との和に分解できることを示した⁽³⁾。しかし干渉項には、高分解能に作用するものと、スペクトルを汚すものがある。2～3 成分程度の単純な信号であれば、この計算式より判断できるが、一般の信号ではそれらの分離が難しい。

このようにある特定な場合の入出力関係は把握できるが、一般的にその関係 (特に非線形システム) を数式で表現することが困難な系に対して、最近ニューラルネットワーク (以下 NN) による解析法が、使われ始めている^{(4),(5)}。この NN を、WD の不要な干渉項成分の除去に適用することを考える。これは、まず入出力関係が解っている、単純な信号の判断機能を NN に学習させ、その系を一般の信号へ拡張させるものである。

本稿では、その基になる NN への単純信号の学習について述べる。まず離散 WD が、FS の畳み込みにより計算されることを利用し、WD において、分解能を上げる干渉項とスペクトルを汚す干渉項について考える。つぎに、単純な信号の判断機能を NN に学習させるための、学習データと系について述べる。最後に、簡単なシミュレーション結果を示す。

* 平成3年11月第6回デジタル信号処理シンポジウムにて一部発表

** 電子制御工学科 講師

*** 九州工業大学情報工学部 助教授

2. Fourier 変換の畳込みとしての Wigner 分布

2. 1 Wigner 分布

サンプル間隔 t_0 の時間離散信号 $f(nt_0)$ の離散 WD は,

$$\begin{aligned} W(nt_0, k\omega_0) &= \sum_{m=0}^{M/2} R(t_0, n, m) e^{-jmt_0k\omega_0} \\ &= \sum_{m=0}^{M/2} f(t_0(n+m)) f^*(t_0(n-m)) e^{-jmt_0k\omega_0} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, M : ウィンドウ点数, ω_0 : 基本周波数 ($=\frac{2\pi}{Mt_0}$), $*$: 複素共役で定義されている⁽¹⁾.

一般に WD は, 負周波数成分との干渉項およびエイリアシングの影響があるので, これらを無くすために, 解析信号を用いて計算する⁽¹⁾. 解析信号 $fa(nt_0)$ は,

$$fa(nt_0) = f(nt_0) + jfh(nt_0) \quad (2)$$

のように, 実部に観測信号 ($f(nt_0)$) を, 虚部に観測信号を Hilbert 変換 (位相を 90° シフトさせる効果をもつ変換) した信号 ($fh(nt_0)$) をそれぞれ持つものである.

2. 2 Wigner 分布の畳込み表現

nt_0 時を中心とするウィンドウ長 M の観測信号 $f(t_0(n+m))$ ($-\frac{M}{2} < m \leq \frac{M}{2}$) が, 直流成分を持たないとして,

$$f(t_0(n+m)) = \sum_{k=1}^{M/2} [A_k \cos(mt_0k\omega_0) + B_k \sin(mt_0k\omega_0)] \quad (3)$$

のような基本周波数成分 ω_0 の整数倍の和で表されるとする. すなわち A_k, B_k は, FS の実部と虚部となる.

この信号の解析信号の WD は,

$$W(nt_0, k\omega_0) = \sum_{p=1}^{M/2} \sum_{q=1}^{M/2} [(A_p A_q + B_p B_q) \delta[(k - (p+q))\omega_0]] \quad (4)$$

ここで, $\delta[\omega] = 1 (\omega = 0), 0 (\omega \neq 0)$

で計算することができる. すなわち, WD は FS の実部と虚部の各々の畳込みの和により求めることができる.

また, この式を2つに分けて,

$$\begin{aligned} W(nt_0, k\omega_0) &= \sum_{p=1}^{M/2} [(A_p^2 + B_p^2) \delta[(k - 2p)\omega_0]] \\ &\quad + 2 \sum_{p=1}^{M/2} \sum_{q=p+1}^{M/2} [(A_p A_q + B_p B_q) \delta[(k - (p+q))\omega_0]] \end{aligned} \quad (5)$$

と表わすと, 第1項が FS 成分 (主成分) で, 第2項が主成分間の干渉項となる.

3. 干渉項の特性

FS に現れない主成分間の干渉項 (式(5)第2項) が, どのように作用して WD の特性を作り出しているかを考える.

3. 1 干渉項の一般的性質

観測記号が $A\cos(\omega_1 nt_0) + B\cos(\omega_2 nt_0)$ のような 2 周波数成分の時, その WD は, 式(1)より,

$$W(nt_0, k\omega_0) = 2\pi A^2 \delta[k\omega_0 - \omega_1] + 2\pi B^2 \delta[k\omega_0 - \omega_2] + 4\pi AB \cos\{(\omega_1 - \omega_2)nt_0\} \delta[k\omega_0 - (\omega_1 + \omega_2)/2] \quad (6)$$

と計算される。第 3 項は, 2 つの主成分の中点に現れる干渉項で, 時間と共に 2 主成分の周波数の差の周波数で変動している。すなわち, 2 成分が近いとゆっくり, 離れていると早く変動し, その値は±(主成分の値×2)となる。

3. 2 除去すべき干渉項

2 つの主成分が $3\omega_0$ 以上離れている場合, 図 1 に示すような FS の WD が図 2 のようになり, 主成分 (黒塗りの a, b 部) 以外にも成分 (c 部) が表れる。これは本来存在しない成分なので, 取り除く必要がある。

3. 3 高分解能に作用する干渉項

主成分が近い場合, 図 3 に示すような FS の WD は図 4 のようになる。主成分 (黒塗り部分) が自乗されることにより中心のピークが強調されている上に, 干渉項 (白い部分) によりさらにそのピークが高められているのが分かる。これによりチャープ信号 (時間と共にその局所周波数が変動する信号) のような, FS では裾野が広がってしまう分布が, WD では干渉項により, 中心部のピークが高くなり分解能が増すことが理解できる。

また, FS で図 5 のように, 隣接成分が同じ強さで含まれるものは, WD では図 6 のように, その成分間に干渉項により成分が生じる。このような FS では値が存在しない所に生じる主成分を, 疑似主成分 (干渉項により生じる主成分) と呼ぶ。このため WD は, FS よりさらに分解能が高くなる。

このように WD では, よい方向に作用する干渉項と先に述べた取除くべきものがある。

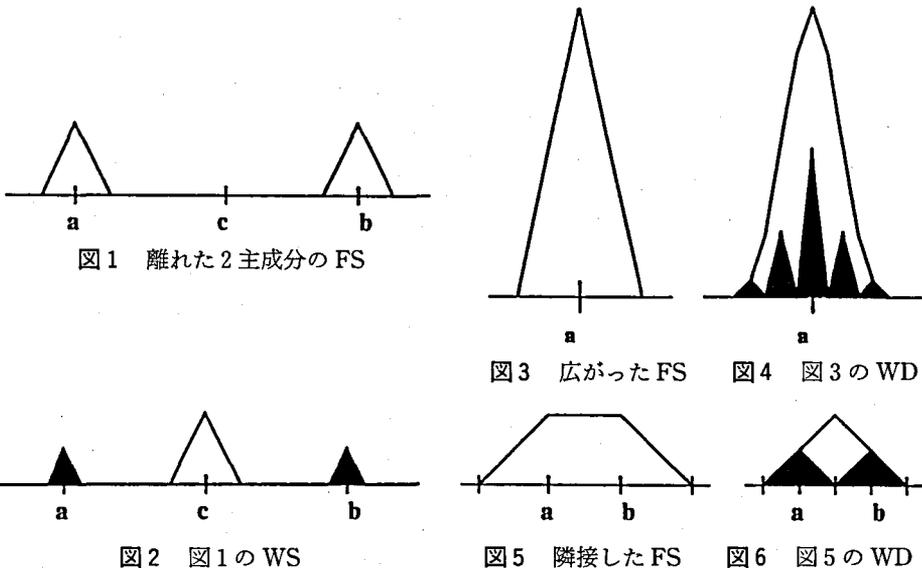


図 1 離れた 2 主成分の FS

図 3 広がった FS

図 4 図 3 の WD

図 2 図 1 の WS

図 5 隣接した FS

図 6 図 5 の WD

4. ニューラルネットワークによる干渉項の除去

干渉項のうち除去すべきものは取除けばよい。しかし、2~3成分程度の単純な信号は、式(5)を利用すればよいが、一般の信号では、主成分（または疑似主成分）と除去すべき干渉項との判断が困難で、除去アルゴリズムが構築できない。

そこで、アルゴリズムで表現することが難しいもの、もしくは非線形でアルゴリズムを構築できないものに有効である NN による除去法を考える。まず、入出力関係が解っている単純な信号を学習させ、その系により一般的な信号の干渉項除去を行う。

4. 1 ニューラルネットワークについて

本除去法の場合、ある入力に対して望ましい出力をネットワークに学習させていくため、階層型ネットワークとなり、入力がN点のWDで、出力が前述の考えを基にして不必要な干渉項を取除いたN点のスペクトルとする。すなわち、不要な成分を取除いた教師データを示し学習されていく、教師あり3層ニューラルネットワークとする。学習には、この系でよく使用されているバックプロパゲーションを使用する。

以下に学習データの考え方と中間層数について述べる。

4. 2 学習データ

WD は、式(5)に示すように、2つの主成分とその間の干渉項の和により構成され、干渉項同士の干渉は起こらない。そのため、3成分以上のものはそこから2つを取出すすべての組み合わせの和により求めることができる。そこで学習データは、主成分が2つ以下として、前述の特性より下記のようにする。

1. 除去すべき干渉項

- (a) $3\omega_0$ 以上離れた2主成分と、その中点に変動する干渉項とを入力し、2主成分の位置に1を出力させる（図7）。

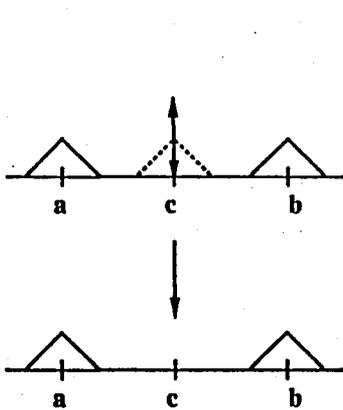


図7 $3\omega_0$ 以上離れた2主成分の学習データ

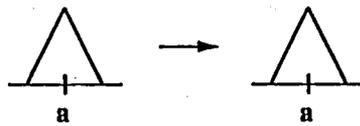


図8 単一主成分の学習データ

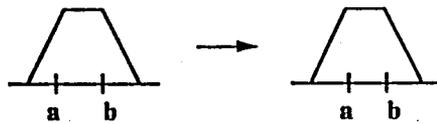


図9 隣接した2主成分の学習データ

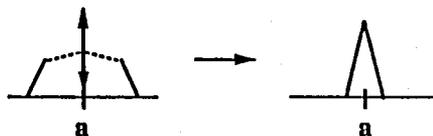


図10 $2\omega_0$ 離れた2主成分の学習データ

2. 除去しない干渉項

- 単一主成分を入力し、その成分位置に 1 を出力させる (図 8)。
- 隣接した 2 主成分を入力し、その 2 成分位置に 1 を出力させる (図 9)。
- $2\omega_0$ 離れた 2 主成分と、その中点に変動する干渉項とを入力し、その干渉項位置 (疑似主成分) に 1 を出力させる (図 10)。

さらに学習データは、

- 干渉項は時間とともに変動し、その大きさは 0 から主成分の値の 2 倍になるため、学習データは主成分値を 0.5 とし、干渉項値を (0, 0.26, 0.5, 0.71, 0.87, 0.97, 1) の 7 値に変化させる。
- 主成分の位置は、疑似主成分も含めて、すべての位置より 2 つを取り出す組合せとする。
- 主成分、干渉項ともに、その前後にその半分の値を持ちスペクトルに幅を持たせる。の条件も加えた。

4. 3 中間層数について

入出力が 32 点の、3 層の NN の中間層数を考える。中間層数を選ぶに当たり、まず取出す 2 主成分の組合せを偶数に限り考え、干渉項の変動値数を 1, 3, 5, 7 値の 4 段階に変化させ、各段階 2000 回づつの学習を行わせた。各中間層数に対する平均誤差を表 1 に、最大誤差を表 2 にそれぞれ示す。32 以外は最大誤差が 1 以上のものがあり、すべての学習パターンを学習できていない。そこでこの結果より、中間層数は 32 とした。

表 1 平均誤差 ($\times 10^{-3}$)

	1 値	3 値	5 値	7 値
18	18.06	7.63	30.83	33.23
24	14.65	5.98	21.71	22.62
30	13.10	4.78	19.23	22.38
32	12.63	4.35	6.44	2.55

表 2 最大誤差

	1 値	3 値	5 値	7 値
18	0.0588	0.0530	1.0421	1.0344
24	0.0463	0.0404	1.0338	1.0255
30	0.0471	0.0320	1.0062	1.0106
32	0.0390	0.0350	1.0044	0.0363

5. シミュレーションの結果

シミュレーション用の信号として、

$$f(nt_0) = \sin(2\pi n t_0 + 90\pi(n t_0 - \frac{\sin(\pi n t_0)}{\pi})) + \sin(2\pi n t_0 + 120\pi(n t_0 - \frac{\sin(\pi n t_0)}{\pi})) \quad (7)$$

で表される時間と共に局所周波数が大きくなる 2 つのチャープ信号が足合わされた信号を考える。この信号の WD を図 11 に、その NN の出力を図 12 にそれぞれ示す。

2 成分の中点に現れている干渉項は、ほぼ取除かれているのがわかるが、疑似主成分位置と 2 成分の割合が異なる位置の干渉項が取除かれていない。これは、2 成分の割合を同じとして学習データを作ったことによるもので、これらを考慮すれば、この問題は解決できると

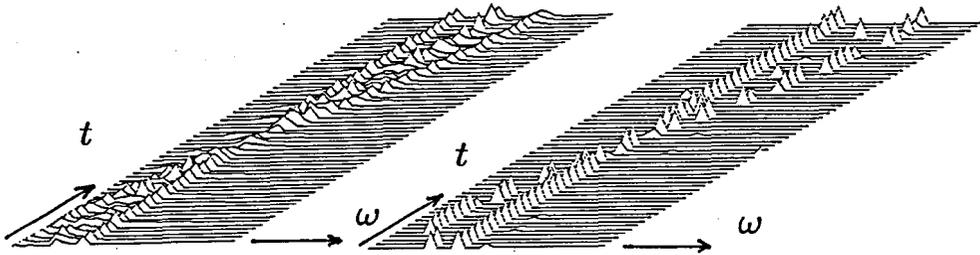


図11 式(7)の Wigner 分布

図12 図11のニューラルネットワーク出力

考えられる。以上より NN により、単純な信号の干渉項が除去できると考えられ、一般的な信号の除去への可能性が確認できた。

6. おわりに

時間離散 WD を FS の畳込みにより計算できることを利用し、それより WD の干渉項の特性について考察した。そして本来存在しない干渉項を、NN により除去するための試みとして、まず単純な信号の判断機能の学習について示した。今回は時間的な変化までは学習させていないので、入力数を多くし時間変動を加味した干渉項の除去が、今後の課題である。

7. 参考文献

- (1) Claasen T. A. C. M. and Mechlenbrucker W. F. G.: "Wigner Distribution-Tool for Time-Frequency Signal Analysis-PART 1. 2. 3", Philips J. Rec., 35, pp. 217-250, pp. 276-300, pp. 372-389 (1980).
- (2) Boashash B.: "Note on the Use of the Wigner Distribution for Time-Frequency Signal Analysis", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., ASSP-36, 9, pp. 1518-1521 (1988).
- (3) 鈴木 宏, 小林史典: "畳込みによる Wigner 分布の計算", 第10回計測自動制御学会九州支部学術講演会, 140, pp. 93-94 (1991).
- (4) 合原一幸: "ニューラルコンピューター脳と神経に学ぶ", 東京電気大学出版局 (1988).
- (5) 中野監修: "入門と実習ニューロコンピューター", 技術評論社 (1989).