

抵抗線ひずみゲージを用いた 単振り子運動の自動測定*

宮坂 忠 昭**

Automatic Measurement of Pendulum Motion by Wire Strain Gauges

Tadaaki MIYASAKA

Pendulum motion used the field of applied physics education should be measured from many items of physical viewpoints.

The problem is that it is difficult for us to measure both position and time precisely and simultaneously in this experiment on pendulum motion.

For that reason, we have presented the method to measure both vertical and horizontal motions of the pendulum by a "Digitaizer" which is offered for introducing figure information into computers.

This paper refers to a simple method by using wire strain gauges. A lot of people will be satisfied with this method in practical education of applied physics.

1. 緒 言

単振り子運動は、その単純性と内容の複雑性かつ応用性から物理教材として数多く用いられている。特に高等教育では、位置エネルギーと運動エネルギーの相互変換、円運動と糸の張力の関係、運動の微分方程式による解など基礎的内容から発展的なものへ移行していく。各段階での取扱い方は、ほとんど理論的にとどまり、実験的には周期 T の測定による重力加速度の確認など限られている現状である。

先にマイコンに図形情報を取り入れるための図形処理装置(商品名マイタブレット)の検出部を単振り子に取りつけ、この運動の二次元的軌跡を自動的に記録し¹⁾、更に3次元まで拡張しバネ振り子の運動を自動測定し²⁾、位置エネルギー、運動エネルギーを瞬時に計算し、XYプロッタで記録し、応用物理の教材とした。しかしながら、この方法は特殊な図形処理装置を用い、その検出コイルの自作調整が一般的でなく、また検出コイルのリード線の振動に与える影響が無視できなかった。

このため、単振り子の運動をできるだけ簡単に測定し、かつ実験教材とする目的で、抵抗線ひずみゲージを用いて、マイコンと接続し、その運動の自動測定を試みた。この方法は、吊り糸の上部支持部に微小変位検出のためのひずみ計を取り付けたもので、振動にはほとん

* 1992(平成4年)春季・第39回応用物理学関係連合講演会にて発表

** 基礎専門 応用物理 教授

原稿受付 平成4年9月30日

どその影響が無視できる。これによって、振り子には何ら細工せずに $l=2.7(m)$ の振り子の運動を簡単に測定可能となった。

2. 実験方法

2・1 理論

図1に示す抵抗線の抵抗 $R(\Omega)$ は、 $R = \rho \cdot l/S$ で示されるが、抵抗線ひずみゲージは³⁾、細い抵抗線を図1のような板ばねに張りつけて、矢印のひずみを与えると l が増加し S は減少し、結果として抵抗 $R(\Omega)$ は大きくなる。逆方向のひずみを加えると $R(\Omega)$ は小さくなる。この変化を電流あるいは電圧の変化としてとり出す一種の変位—電圧変換器である。

この変換器の特徴は、変位—電圧特性の直線性がよいこと、再現性のよいこと、バックラッシュのないことがあげられる。このゲージを板ばねの両面に貼りつけると、一面は圧縮、他面は引張りで相反する変化を生ずるが、ホイートストーンブリッジ回路として結合を工夫すると出力は倍増可能になる。

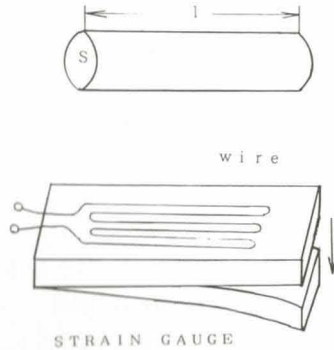


図1 抵抗線ひずみゲージ

2・2 実験装置

この抵抗線ひずみゲージを図2に示すような4本の円筒状に配置されたばね板のそれぞれに貼り微小変位検出器を構成し、ここでは籠型変換器と呼ぶ。この変換器は円筒の側面にXY方向4枚のゲージを貼ったものを、弾性係数を少なくするために肉ぬきを施したと考えることができる。

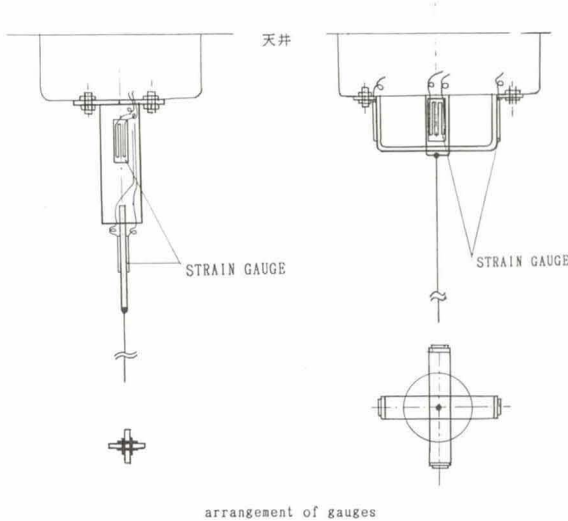


図2 ひずみゲージの配列 (直交型, 籠型)

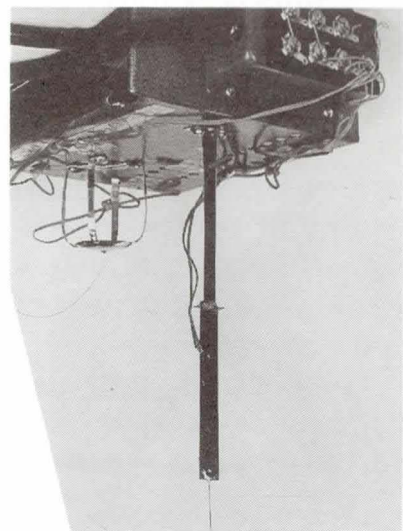


図3 2 検出器

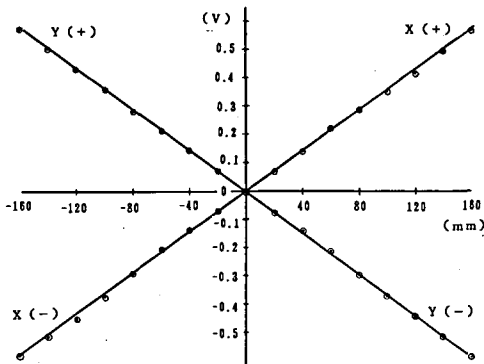


図4 倍率校正の結果（籠型）

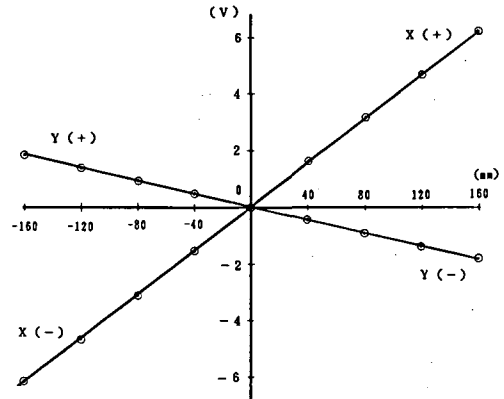


図5 倍率校正の結果（直交型）

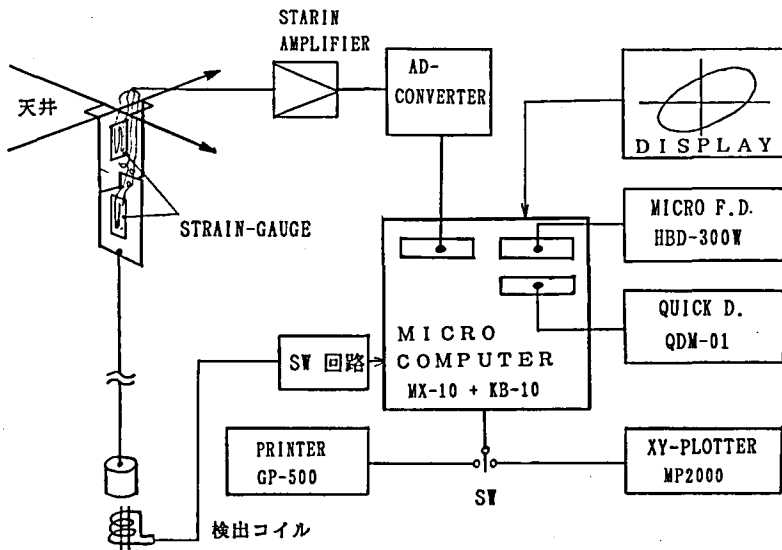


図6 測定ブロック図

他方図面に示すように、直交結合させた板ばねそれぞれに2枚ずつ計4枚の抵抗線ひずみゲージを貼りつける。これを直交型変換器と呼ぶ。前者の複雑な形状から単純になり、作成が容易となる。欠点は上(X)と下(Y)の振れ幅の相違による出力が異なる点であるが、増幅器の利得を調整し、等しくすれば問題はない。X方向、Y方向それぞれ独立の変位をとり出すために、それぞれ1系統の増幅器を充て、2系統を用いた。図3は2つの検出器を示す。

籠型変換器の倍率校正の結果を図4に、直交型変換器のそれを図5に示す。これは $m = 0.338(\text{kg})$ の振子を用い、 $l = 2.76(\text{m})$ の条件で、振子の変位を遊動顕微鏡のスケールを基準として与え、その各変位における増幅器の出力を記録したものである。いずれも、変位と出力電圧の関係は良好な直線性をもち、本実験の目的に適している。測定範囲は $l =$



図7 装置の全体

2.7(m) で ± 200 (mm) が可能で、分解能は籠型で3.6(mv/mm)、直交型で11.2(mv/mm) を得る。後者は前者の約3倍あるのは、直交型変換器の構造は、ひずみを生じ易く作ってあるためである。

測定装置のブロック図を図6に示す。詳細は先の報告^{1),4)}にゆずるが、現場での応用を考慮し、できるだけ簡単かつ安価な構造にしてある。ひずみ増幅器は、市販のものを利用しているが、高性能のICが入手できるので自作可能である。ADコンバータはADC0809を使った自作とし、8CHの直流電圧が測定可能であるが、そのうち2CHをX, Y方向の出力測定に用いている。振り子運動の軌跡を表示するのにTV、描画にXYプロッタ、測定値の収納にフロッピーディスクがマイコンに接続される。マイコン及び周辺装置を図7に示す。

2・3 測定方法

マイコンを用いて、自動測定するには倍率の較正からはじまり、測定、測定結果の記録、図示、保存までプログラムに委ねられる。汎用性からプログラムはBASICとし、AD変換を含む測定値の取込みと記憶は高速性が要求されるのでマシン語を用いた。プログラムの流れ図は図8に示すが、次の手順による。

- (1) 振り子をX, Y方向それぞれ中心より遊動顕微鏡のスケールを基準として100(mm) 変位させた時、ひずみ増幅器の出力値をマイコンに記憶させ倍率較正值とする。この場合、X, Y方向の運動は互に影響を及ぼさないのが理想であるが、変換器の作製精度等で多少はまぬがれない。したがって、測定精度要求される時は、この影響を及ぼしている量を測定し補正量として数値計算させる。
- (2) 実験の振り子運動を与えた後、出力電圧を逐次出力電圧を逐次 $V(X, N)$, $V(Y, N)$ として取り込んでゆく。Nは測定番号を示し、プログラムの走る速度に依存するが $l=2.7$ (m) 程度では、1周期が約3.3(s) であり、BASICで $N=100$ の測定が可能である。よって30(ms) ごとの測定が限界であり、 l が小さい場合は周期が短くなるので、測定ブ

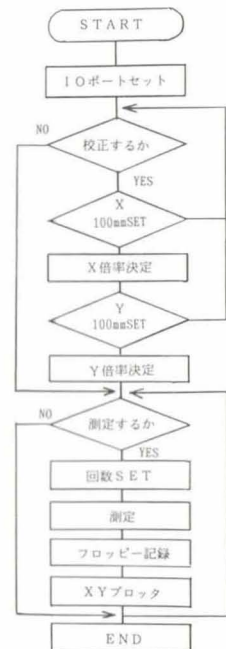


図8 プログラムの流れ

プログラムのうち特にAD変換と記憶の部分は高速化しなくてはならない。

- (3) 測定値の処理, 最大値, 最小値の決定, 振動中心座標の決定をする。
- (4) 振り子の運動軌跡をTV画面上に示し, XYプロッタで記録をする。
- (5) 数値結果をプリンタで記憶させる。
- (6) 測定結果をフロッピーディスクに保存する。終了しファイルを閉じる。

以上のプログラムにより, 全ての自動測定をするのに要する時間は, $l=2.7(m)$ $T=3.3(s)$ の場合, 約3分40秒である。多くは, XYプロッタの描画とプリンタの印字に要するものである。

3. 測定結果

振り子の質量 $m=0.338(kg)$, 吊り糸の長さ $l=2.76(m)$ で太さ $d=0.3(mm)$ のピアノ線を用いた場合の測定結果を図9に示す。

これは, 籠型変換器を用い, プログラムのAD変換はBASICであり, $V(X, N)$ と $V(Y, N)$ の変換とフロッピーへの記憶との間に時間遅れが生じている例で, 測定誤差は $\pm 2(mm)$ 程度あり, 誤差率は $\pm 2\%$ である。周期 T は $T=2\pi\sqrt{l/g}$ で示されるから, 測定結果 $T=3.36(s)$ と理論値を比較するため長野市松代の重力の加速度の値 $g=9.7976(m/s^2)$ を代入した値を求めてみた結果 $T=3.33(s)$ が得られ, 約1%程度の測定精度をもつと考えられる。測定関数は $N=72$ で測定間隔時間は46(ms)である。

直交型変換器を用いた場合の測定例を図10に示す。変位に対する抵抗線ひずみゲージの出力が大きいためと変換時間短縮のためプログラムに工夫を加えたことで, 前者に比較して軌跡が滑らかに記録でき改善された。

The Plot of Pendulum Mbtion

NAGANO NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY
Department of Applied Physics

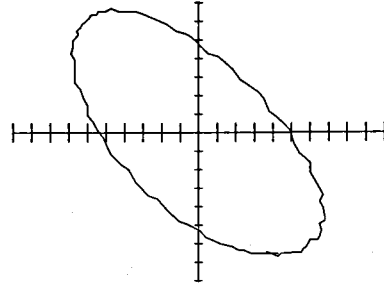


図9 測定結果例, 1

The Plot of Pendulum Mbtion

NAGANO NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY
Department of Applied Physics

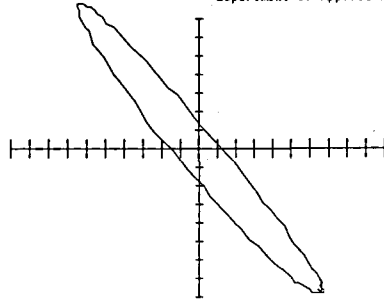


図10 測定結果例, 2

The Plot of Pendulum Mbtion

NAGANO NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY
Department of Applied Physics

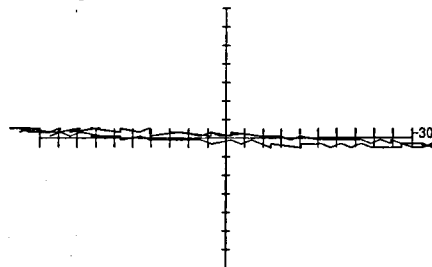


図11 測定結果例, 3

The Plot of Pendulum Motion

NAGANO NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY
Department of Applied Physics

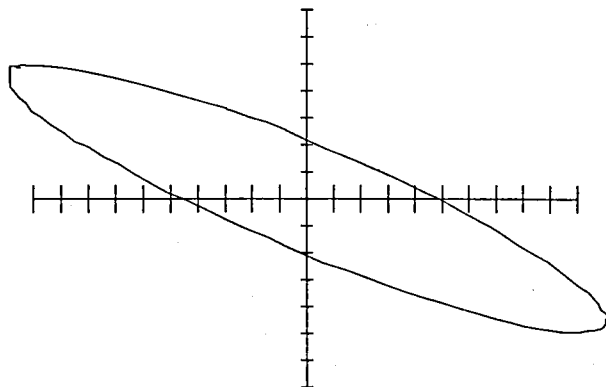


図12 測定結果例, 4

図11に振り子をほぼX軸上で振動させた場合の測定結果を示す。いずれの測定も再現性にすぐれ、抵抗線ひずみゲージの特徴を生かすことができた。また測定結果の1目盛は10(mm)であり、全て軌跡結果と記録結果とは等倍率で得るようになっている。

図12は直交型変換器を用いて、AD変換のプログラムを高速化させて得た記録である。最大振幅で多少の乱れはあるものの、ほぼ満足できる結果が得られた。

表1 単振り子運動の測定値例

X-CAL= 56.353584933305 mm/CENTRE OF X= 156.3535849333
Y-CAL= 93.578152495892 mm/CENTRE OF Y= 134.86244713419

V(0)= 2.22 X= -31.58	V(0)= 1.66 Y= 39.62	V(50)= 3.63 X= 44.21	V(50)= 1.14 Y= -36.19
V(1)= 2.09 X= -38.93	V(1)= 1.84 Y= 37.74	V(51)= 3.75 X= 50.53	V(51)= 1.18 Y= -26.42
V(2)= 2.02 X= -42.11	V(2)= 1.82 Y= 35.83	V(52)= 3.82 X= 54.74	V(52)= 1.26 Y= -24.53
V(3)= 1.92 X= -47.37	V(3)= 1.78 Y= 32.97	V(53)= 3.90 X= 58.95	V(53)= 1.24 Y= -20.76
V(4)= 1.99 X= -48.42	V(4)= 1.73 Y= 26.41	V(54)= 3.94 X= 61.95	V(54)= 1.27 Y= -16.98
V(5)= 1.76 X= -53.79	V(5)= 1.71 Y= 24.53	V(55)= 4.02 X= 65.26	V(55)= 1.31 Y= -13.21
V(6)= 1.73 X= -57.89	V(6)= 1.69 Y= 22.64	V(56)= 4.06 X= 67.37	V(56)= 1.35 Y= -9.43
V(7)= 1.63 X= -63.16	V(7)= 1.65 Y= 18.87	V(57)= 4.14 X= 71.58	V(57)= 1.37 Y= -7.55
V(8)= 1.63 X= -63.16	V(8)= 1.53 Y= 13.21	V(58)= 4.14 X= 71.58	V(58)= 1.43 Y= -1.89
V(9)= 1.55 X= -67.37	V(9)= 1.55 Y= 9.43	V(59)= 4.18 X= 73.68	V(59)= 1.47 Y= 1.89
V(10)= 1.51 X= -69.47	V(10)= 1.53 Y= 7.55	V(60)= 4.22 X= 75.79	V(60)= 1.51 Y= 5.66
V(11)= 1.43 X= -73.68	V(11)= 1.49 Y= 3.77	V(61)= 4.27 X= 78.95	V(61)= 1.53 Y= 7.55
V(12)= 1.43 X= -73.68	V(12)= 1.45 Y= -0.66	V(62)= 4.25 Y= 77.89	V(62)= 1.53 Y= 13.21
V(13)= 1.39 X= -75.79	V(13)= 1.41 Y= -3.77	V(63)= 4.23 X= 77.89	V(63)= 1.63 Y= 16.98
V(14)= 1.37 X= -75.84	V(14)= 1.35 Y= -9.43	V(64)= 4.25 Y= 77.89	V(64)= 1.67 Y= 20.75
V(15)= 1.33 X= -78.95	V(15)= 1.33 Y= -11.92	V(65)= 4.29 X= 80.99	V(65)= 1.69 Y= 26.44
V(16)= 1.33 X= -78.95	V(16)= 1.29 Y= -15.09	V(66)= 4.23 X= 77.89	V(66)= 1.73 Y= 28.61
V(17)= 1.33 X= -78.95	V(17)= 1.25 Y= -18.87	V(67)= 4.22 X= 73.79	V(67)= 1.76 Y= 30.19
V(18)= 1.33 X= -78.95	V(18)= 1.20 Y= -24.53	V(68)= 4.20 X= 74.74	V(68)= 1.80 Y= 33.56
V(19)= 1.31 X= -80.99	V(19)= 1.18 Y= -26.42	V(69)= 4.20 X= 74.74	V(69)= 1.82 Y= 35.85
V(20)= 1.33 X= -78.95	V(20)= 1.14 Y= -30.19	V(70)= 4.16 X= 72.63	V(70)= 1.86 Y= 39.62
V(21)= 1.37 X= -75.84	V(21)= 1.12 Y= -32.80	V(71)= 4.08 X= 68.42	V(71)= 1.88 Y= 41.51
V(22)= 1.39 X= -75.79	V(22)= 1.08 Y= -35.85	V(72)= 4.04 X= 66.32	V(72)= 1.90 Y= 43.40
V(23)= 1.43 X= -73.68	V(23)= 1.06 Y= -37.74	V(73)= 4.00 X= 64.21	V(73)= 1.92 Y= 45.28
V(24)= 1.45 X= -72.63	V(24)= 1.02 Y= -41.51	V(74)= 3.98 X= 63.16	V(74)= 1.94 Y= 47.17
V(25)= 1.51 X= -69.47	V(25)= 1.00 Y= -43.40	V(75)= 3.86 X= 56.84	V(75)= 1.96 Y= 49.06
V(26)= 1.55 X= -67.37	V(26)= 0.98 Y= -45.28	V(76)= 3.60 X= 53.68	V(76)= 1.98 Y= 50.94
V(27)= 1.63 X= -63.16	V(27)= 0.95 Y= -47.17	V(77)= 3.71 X= 48.42	V(77)= 2.00 Y= 52.83
V(28)= 1.67 X= -61.05	V(28)= 0.92 Y= -50.94	V(78)= 3.63 X= 47.37	V(78)= 2.00 Y= 52.83
V(29)= 1.75 X= -56.84	V(29)= 0.92 Y= -59.34	V(79)= 3.57 X= 41.95	V(79)= 2.00 Y= 52.83
V(30)= 1.78 X= -54.74	V(30)= 0.90 Y= -52.83	V(80)= 3.49 X= 36.84	V(80)= 2.02 Y= 54.72
V(31)= 1.99 X= -48.42	V(31)= 0.88 Y= -54.72	V(81)= 3.37 X= 30.53	V(81)= 2.00 Y= 52.83
V(32)= 1.96 X= -45.26	V(32)= 0.88 Y= -54.72	V(82)= 3.23 X= 28.42	V(82)= 2.02 Y= 54.72
V(33)= 2.06 X= -40.99	V(33)= 0.88 Y= -54.72	V(83)= 3.20 X= 21.03	V(83)= 2.02 Y= 54.72
V(34)= 2.10 X= -37.89	V(34)= 0.86 Y= -56.60	V(84)= 3.12 X= 16.84	V(84)= 2.02 Y= 54.72
V(35)= 2.24 X= -30.53	V(35)= 0.86 Y= -56.60	V(85)= 2.98 X= 9.47	V(85)= 2.00 Y= 52.83
V(36)= 2.31 X= -26.32	V(36)= 0.84 Y= -56.60	V(86)= 2.92 X= 6.32	V(86)= 2.00 Y= 52.83
V(37)= 2.43 X= -20.00	V(37)= 0.88 Y= -54.72	V(87)= 2.80 X= -0.00	V(87)= 2.00 Y= 52.83
V(38)= 2.47 X= -17.89	V(38)= 0.88 Y= -54.72	V(88)= 2.75 X= -3.16	V(88)= 1.98 Y= 50.94
V(39)= 2.63 X= -9.47	V(39)= 0.88 Y= -54.72	V(89)= 2.59 X= -11.59	V(89)= 1.96 Y= 49.06
V(40)= 2.71 X= -3.25	V(40)= 0.88 Y= -54.72	V(90)= 2.31 X= -13.79	V(90)= 1.94 Y= 47.17
V(41)= 2.82 X= 1.93	V(41)= 0.92 Y= -50.94	V(91)= 2.39 X= -22.11	V(91)= 1.92 Y= 45.28
V(42)= 2.88 X= 4.21	V(42)= 0.94 Y= -49.06	V(92)= 2.33 X= -24.21	V(92)= 1.96 Y= 43.40
V(43)= 3.02 X= 11.58	V(43)= 0.94 Y= -49.06	V(93)= 2.22 X= -31.50	V(93)= 1.88 Y= 41.51
V(44)= 3.12 X= 16.84	V(44)= 0.96 Y= -47.17	V(94)= 2.14 X= -35.79	V(94)= 1.84 Y= 37.74
V(45)= 3.22 X= 22.11	V(45)= 1.00 Y= -43.40	V(95)= 2.04 X= -41.95	V(95)= 1.82 Y= 35.85
V(46)= 3.27 X= 25.26	V(46)= 1.02 Y= -41.51	V(96)= 1.90 X= -44.21	V(96)= 1.80 Y= 33.56
V(47)= 3.29 X= 31.53	V(47)= 1.04 Y= -39.62	V(97)= 1.90 X= -48.42	V(97)= 1.76 Y= 30.19
V(48)= 3.49 X= 36.84	V(48)= 1.06 Y= -37.74	V(98)= 1.82 X= -52.63	V(98)= 1.73 Y= 26.41
V(49)= 3.61 X= 43.16	V(49)= 1.10 Y= -33.56	V(99)= 1.73 X= -56.84	V(99)= 1.69 Y= 22.64
		V(100)= 1.69 X= -60.99	V(100)= 1.67 Y= 20.75

これらXYプロッタで描いた記録は、例えば表1に示すような測定値から成り立つ。この $V(X, N)$, $V(Y, N)$ それぞれの値には、コンピュータ内蔵のクロックによる正確な時刻が付加されているから、単振り子の正確な速度測定が可能となる。また一定時刻ごとの位置がわかるなら数処理により面積速度一定の実験も可能である。この結果を視覚で確認するようTV画面に表示するなど、今後の研究課題として検討している。

4. 結 言

抵抗線ひずみゲージを用いて、単振り子の運動を正確かつ迅速に自動測定する方法を述べ、応用物理教育への利用を探った。この方法は、吊り糸のつけ根部分にはばね定数が入るという欠点はあるが、ばね定数および吊り糸の長さ l の選択でほとんど測定結果に与える影響を無視できる。更に変換器部の構造に工夫を加えると糸の張力測定をも同時に行え、応用物理教育で単振り子の張力及びエネルギーの変化の説明が実験的に可能になる。これらの点について今後の研究として現在検討中である。

参 考 文 献

- (1) 宮坂忠昭：応用物理教育，Vol. 13, No. 1, 24 (1988)
- (2) 宮坂忠昭・春原真一：長野工業高専紀要，第21号，35 (1990)
- (3) 市川 誠・宮坂忠昭：信州大学工学部紀要，第67号，13 (1990)
- (4) 宮坂忠昭：応用物理学会 応用物理教育研究会会報，Vol. 11, No. 1, 19 (1986)