

# エア・ビーム構造物の簡易数値解析法の提案

遠藤 典男\*・三井 康司\*\*・笹川 明\*\*

## Simplified Numerical Procedure for Air Beam Structures

Norio ENDOH, Yasushi MITSUI, and Akira SASAGAWA

Air beam structures are generally low-weighted ones for their own characters and their constructions and removals are relatively easily anywhere. In these situations, these structures seem to be increasingly constructed in future.

For these air beam structures, numerical calculations must be carried out promptly considering loads and wind etc.. Furthermore these structures are often obliged to be carried out at place where these structures are constructed, maintained and removed. From these reason, large straged computers used in calculations, are not so suitable, and handable computers are the most adequate.

From the point view, this research presents more effective and simpler numerical procedure for these air beam structures, using only usual mini computers.

### 1. はじめに

近年、注目を集めている空気膜構造物は面外の剛性を有さず、このため内圧を与えることにより剛性が得られる。本文は空気膜構造物の中でも特にエア・ビーム（細長い袋状の膜材に内圧を加え、はりとしての剛性を与えたもの）を対象を絞り、力学的挙動を評価しようとするものである。これら構造物を有限要素法等により解析する場合、通常はシェル要素が適用されており、大記憶容量を要する演算が必要とされる。しかしながら、本構造物の特性を考えてみると、これらは架設・撤去が実に容易であり、また保守における荷重状態、自然状況等を勘案した安全性の照査に対しても、リアルタイムで小型計算機での解析可能な簡易計算法が必要とされる。

エア・ビームの有限要素解析を行うにあたり、通常シェル要素を適用した場合、1節点当りの自由度は6であり、このため計算機容量は膨大なものとなる。また、膜材本来の剛性と、ビームとしての剛性は相異なるものであり、ビーム実験により骨組構造としての見掛けの剛性を算定する手法も提案されている<sup>1)</sup>。本文では骨組構造としてのエア・ビームの見掛けの剛性を数値シミュレーションより算定する目的で、エア・ビームを連続体とみなし、膜材本来の材料定数を数値計算に導入したうえで、微細な変位量を無視し自由度を低減し、卓越した鉛直変位に対しては高精度な解が得られる解析手法を提案する。これによりエア・ビ

\* 土木工学科 助手

\*\* 信州大学 工学部

原稿受付 平成3年8月31日

ームへの載荷試験の数値シミュレーションを行いビームの剛性を評価し、併せて実験結果との比較検討を行う。

## 2. 解析手順

本解析は、膜材本来の剛性を用い、エア・ビームの挙動を評価しようとするものである。内圧がある一定値以上であるとき、エア・ビームへの載荷実験により得られたP- $\delta$ 曲線は線形挙動を示す。また、エア・ビームに剛性を与えるための内圧に相当するものが、膜材本来の剛性（引張剛性）を測定する際の張力であると考えられる。このため、エア・ビームを2次元弾性体として離散化しうえて、膜材本来の材料定数を適用することを試みる。

図-1に示すように、エア・ビーム上の曲率を有する膜材の一部を、傾斜した平坦な要素とみなす。さらに傾斜した膜材を、鉛直成分、水平成分に分解し、鉛直成分に対しては平面応力問題として離散化し、水平成分に対しては板の曲げ問題として離散化する。しかるのち、要素の分割位置により、膜材傾斜角  $\theta$  を重みとし、両者の鉛直成分に関して重ね合わせを行う。以下に、平面応力、板曲げ、各々の問題に対する定式化を述べる。

### 2.1 平面応力問題に対する定式化

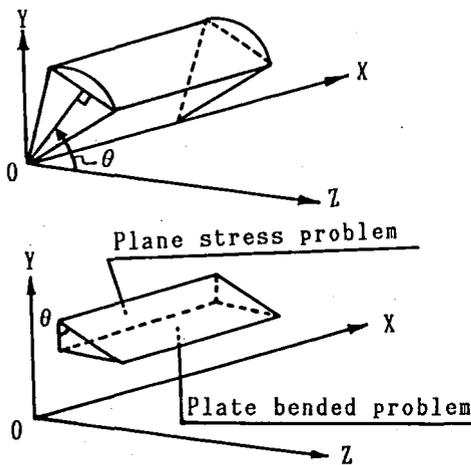


図-1 離散化概要

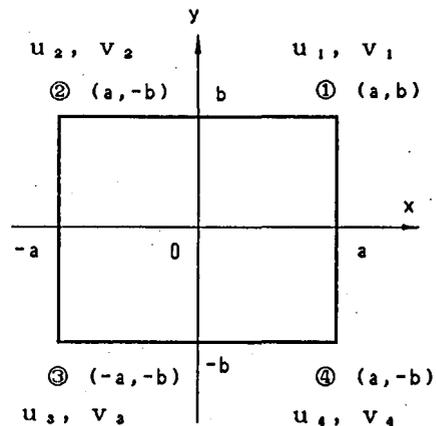


図-2 2次元連続体要素

2次元連続体として、少ない要素で数値計算精度の向上を計るために、ここでは平面応力問題に対する次数低減積分を適用した四辺形要素を使用する。図-2に示すような、長方形双一次要素（面積： $A=2a \times 2b$ ）を考え、要素内の変位を式(1)のように仮定する。

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy + \frac{\beta_1}{2}(b^2 - y^2) \quad (1)$$

$$v = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy + \frac{\alpha_1}{2}(a^2 - x^2) \quad (2)$$

ただし、式(1)、(2)の  $\alpha_4(a^2 - x^2)/2$ 、 $\beta_1(b^2 - y^2)/2$  は曲げに対する変位増分を考慮している。式(1)、(2)に節点座標を代入し、マトリクス表示すると式(3)、(4)となる。

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab \\ 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} = [C] \{\alpha\} \quad (3)$$

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab \\ 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{Bmatrix} = [C] \{\beta\} \quad (4)$$

よって、未定係数  $\{\alpha\}$ ,  $\{\beta\}$  を節点変位  $\{u\}$ ,  $\{v\}$  を用いて表すと式(5), (6)となる。

$$\{\alpha\} = [C]^{-1} \{u\} \quad (5)$$

$$\{\beta\} = [C]^{-1} \{v\} \quad (6)$$

さらに、ひずみ  $\{\epsilon\}$  は、式(7)で与えられ、

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (7)$$

最終的に、面内変形に対する部分剛性マトリクスは次のようになる。

$$[K_s] = \int_{-a}^a \int_{-b}^b [B]^T [D] [B] dy dx \quad (8)$$

ただし、 $[D]$  は応力マトリクスであり、式(9)で与えられる。

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

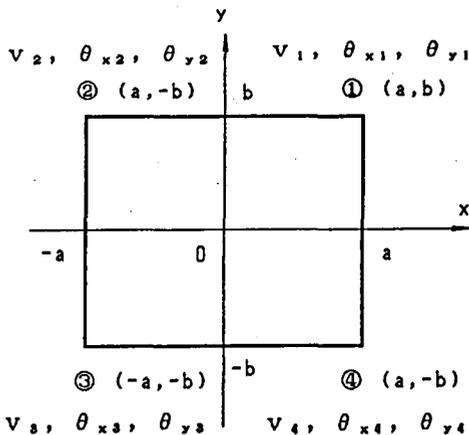


図-3 板曲げ要素

### 2.2 板曲げ問題に対する定式化

板の曲げ問題に対して、ACM要素による離散化の概要を記す。図-3に示すように要素(面積:  $A=2a \times 2b$ )の面外変位を式(10)のように仮定する。

$$v = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \quad (10)$$

また、回転角  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  は

$$\theta_x = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad \theta_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

であるので、

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \alpha_2 + 2\alpha_4 x + \alpha_5 y + 3\alpha_7 x^2 + 2\alpha_8 xy + \alpha_9 y^2 + 3\alpha_{11} x^2 y + \alpha_{12} y^3 \\ \theta_y &= \alpha_3 + \alpha_5 x + 2\alpha_6 y + \alpha_8 x^2 + 2\alpha_9 xy + 3\alpha_{10} y^2 + \alpha_{11} x^3 + 3\alpha_{12} xy^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

が得られる。

式(10), (11)に節点座標を代入し、マトリクス表示すると式(12)となり、

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \\ \theta_{x3} \\ \theta_{x4} \\ \theta_{y1} \\ \theta_{y2} \\ \theta_{y3} \\ \theta_{y4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2 b & ab^2 & b^3 & a^3 b & ab^3 \\ 1 & -a & b & a^2 & -ab & b^2 & -a^3 & a^2 b & -ab^2 & b^3 & -a^3 b & -ab^3 \\ 1 & -a & -b & a^2 & ab & b^2 & -a^3 & -a^2 b & -ab^2 & -b^3 & a^3 b & ab^3 \\ 1 & a & -b & a^2 & -ab & b^2 & a^3 & -a^2 b & ab^2 & -b^3 & -a^3 b & -ab^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2 b & b^3 \\ 0 & 1 & 0 & -2a & b & 0 & 3a^2 & -2ab & b^2 & 0 & 3a^2 b & b^3 \\ 0 & 1 & 0 & -2a & -b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & -3a^2 b & -b^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & -b & 0 & 3a^2 & -2ab & b^2 & 0 & -3a^2 b & -b^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & a & 2b & 0 & a^2 & 2ab & 3b^2 & a^3 & 3ab^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a & 2b & 0 & a^2 & -2ab & 3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & a & -2b & 0 & a^2 & 2ab & 3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a & -2b & 0 & a^2 & -2ab & 3b^2 & a^3 & 3ab^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$= [C] \{ \alpha \}$$

ここで、未定係数  $\{ \alpha \}$  を節点変位  $\{ v \}$  を用いて表すと式(13)となる。

$$\{ \alpha \} = [C]^{-1} \{ v \} \quad (13)$$

さらに、ひずみ  $\{ \epsilon \}$  は式(14)で与えられ、また曲率  $\{ \kappa \}$  は式(15)のように定義されている。

$$\{ \epsilon \} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2\alpha_4 + 6\alpha_7 x + 2\alpha_8 y + 6\alpha_{11} xy \\ 2\alpha_6 + 6\alpha_{10} y + 2\alpha_9 x + 6\alpha_{12} xy \\ \alpha_5 + 2\alpha_8 x + 2\alpha_9 y + 3\alpha_{11} x^2 + 3\alpha_{12} y^2 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\{ \kappa \} = \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = [B] \{ v \} \quad (15)$$

最終的な板曲げ問題に対する部分剛性マトリクスは次のようになる。

$$[K_b] = \int_{-a}^a \int_{-b}^b [B]^T [D] [B] dy dx \quad (16)$$

ただし、 $[D]$  は応力マトリクスであり、式(17)で与えられる。

$$[D] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

2.3 部分剛性マトリクスの重ね合せ

図-1において、膜材の鉛直方向成分には平面応力の、水平方向には板曲げの部分剛性マトリクスを用いて離散化を行った。ここで、鉛直方向変位  $v$  に対しては両者共通であり、要素の傾斜角  $\theta$  により重みを付加し重ね合わせを行うと、最終的な要素剛性マトリクスは以下の形になる。

$$[K] = \begin{bmatrix} u & v & \theta_x & \theta_y \\ \left[ \begin{array}{cc|cc} K_s \times \cos \theta & & & \\ & K_s \times \cos \theta + K_B \times \sin \theta & & \\ \hline & & K_B \times \sin \theta & \end{array} \right] & u \\ & v \\ & \theta_x \\ & \theta_y \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.4 ひずみエネルギーに関する考察

本解析で用いた要素と、シェル要素とをひずみエネルギーに関して比較を行う。まず、平面シェル要素上に局所座標系  $(x, y, z)$  を考えると、ひずみエネルギー  $U_s$  は式(19)で与えられる。

$$U_s = \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \left\{ \iint_D (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + 2\nu\epsilon_x\epsilon_y + \frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy}^2) dx dy + \frac{t^2}{12} \iint_D (x_x^2 + x_y^2 + 2\nu x_x x_y + \frac{1-\nu}{2} x_{xy}^2) dx dy \right\} \quad (19)$$

ここで、局所座標系  $(x, y, z)$  から全体座標系  $(X, Y, Z)$  への座標変換マトリクス  $[L]$  は式(20)で与えられている。

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos(x, X) & \cos(x, Y) & \cos(x, Z) \\ \cos(y, X) & \cos(y, Y) & \cos(y, Z) \\ \cos(z, X) & \cos(z, Y) & \cos(z, Z) \end{bmatrix} \quad (20)$$

ただし  $(x, X)$  は、対応する座標軸のなす角を示す。これを用いると局所座標と全体座標との関係は式(21)となる。

$$\{x, y, z\}^T = [L]\{X, Y, Z\}^T \quad (21)$$

さて、式(19)において  $z$  方向の積分はすでに行われているため、式(21)では  $z$  を定数と

みなすことができ、両辺を微分すると

$$\{dx, dy, 0\}^T = [L]\{dX, dY, dZ\}^T \quad (21')$$

が得られる。

次に、 $[L]$  の成分については、その幾何学的性質により

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) & \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) \\ \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) & \cos(-\theta) & \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) \\ \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) & \cos\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \quad (22)$$

となり、またここで、 $\cos(3\pi/2 - \theta) = \sin(-\theta)$ 、 $\cos(\pi/2 - \theta) = \sin\theta$  であり、さらに本解析では、傾斜角の絶対値を用いており、したがって  $\sin|\theta| = \sin\theta$  であり、最終的に式(22)は式(22')となる。

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos|\theta| & \sin|\theta| \\ 0 & \sin|\theta| & \cos|\theta| \end{bmatrix} \quad (22')$$

式(21')に(22')を代入し、両辺に  $[L]^{-1}$  をかけると

$$\begin{Bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{Bmatrix} = [L]^{-1} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dx \\ dy \cdot \cos\theta \\ dy \cdot \sin\theta \end{Bmatrix} \quad (23)$$

が得られ、これを用いると式(19)は次のように書き直すことができる。

$$U_s = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ \iint_D (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + 2\nu\epsilon_x\epsilon_y + \frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy}^2) \frac{1}{\cos\theta} dX dY \right. \\ \left. + \frac{t^2}{12} \iint_D (x_x^2 + x_y^2 + 2\nu x_x x_y + \frac{1-\nu}{2} x_{xy}^2) \frac{1}{\sin\theta} dX dZ \right\} \quad (19')$$

一方、本解析手法を用いた場合のひずみエネルギーを全体座標系で表すと

$$U_o = \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \left\{ \iint_D (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + 2\nu\epsilon_x\epsilon_y + \frac{1-\nu}{2}\gamma_{xy}^2) dX dY \cdot \cos\theta \right. \\ \left. + \frac{t^2}{12} \iint_D (x_x^2 + x_y^2 + 2\nu x_x x_y + \frac{1-\nu}{2} x_{xy}^2) dX dZ \cdot \sin\theta \right\} \quad (24)$$

となる。式(19)と(24)では変位に対するひずみの定義が異なっており、以下にこれを示す。

まず、式(19)のひずみは、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

であり、式(24)では、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial X}, \epsilon_y = \frac{\partial V}{\partial Y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}, \kappa_z = -\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}, \kappa_{xz} = -2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Z} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

となる。ここで、局所座標系における変位 ( $u, v, w$ ) と全体座標系における変位 ( $U, V, W$ ) の関係は、前述の  $[L]$  を用いて

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [L] \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U \\ V \cdot \cos \theta + W \cdot \sin \theta \\ V \cdot \sin \theta + W \cdot \cos \theta \end{Bmatrix} \quad (27)$$

と表せる。面外変位  $W$  は微小であり、 $V \gg W, U \gg W$  として無視し、式(27)を式(25)に代入して全体座標系でひずみを表すと、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial X}, \epsilon_y = \frac{\partial V}{\partial Y} \cos \theta, \gamma_{xy} = \frac{\partial V}{\partial X} \cos \theta + \frac{\partial U}{\partial Y} \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}, \kappa_z = -\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}, \kappa_{xz} = -2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Z} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (25')$$

となる。式(19')に式(25')を、式(24)に式(26)を代入し整理すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \left[ \iint_D \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right)^2 \frac{1}{\cos \theta} + \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \cos \theta + 2\nu \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left( \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \cos \theta + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right) \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \frac{1}{\cos \theta} \right) \right\} dXdY \right. \\ &\quad \left. + \frac{t^2}{12} \iint_D \left\{ \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right)^2 \sin \theta + \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right)^2 \sin \theta + 2\nu \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right) \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \sin \theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left( -2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Z} \right)^2 \sin \theta \right\} dXdZ \right] \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_o &= \frac{Et}{2(1-\nu^2)} \left[ \iint_D \left\{ \left( \frac{\partial(U \cos \theta)}{\partial X} \right)^2 \frac{1}{\cos \theta} + \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \cos \theta + 2\nu \left( \frac{\partial(U \cos \theta)}{\partial X} \right) \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left( \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \cos \theta + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right) \left( \frac{\partial(U \cos \theta)}{\partial Y} \right) + \left( \frac{\partial(U \cos \theta)}{\partial Y} \right)^2 \frac{1}{\cos \theta} \right) \right\} dXdY \right. \\ &\quad \left. + \frac{t^2}{12} \iint_D \left\{ \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right)^2 \sin \theta + \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right)^2 \sin \theta + 2\nu \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right) \left( -\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \sin \theta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1-\nu}{2} \left( -2 \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Z} \right)^2 \sin \theta \right\} dXdZ \right] \quad (29) \end{aligned}$$

式(28)と式(29)を比較すると式(28)の  $U$  に関する項に  $\cos \theta$  がかかっており、その他の項はすべて等しい。これは、本解析においては、鉛直変位  $V$  が水平変位  $U$  に較べて卓越しており、したがって  $V > U \cos \theta$  としても全ひずみエネルギーの総和はシエル要素と比較しても同等であると考えられる。

### 3. 数値解析例および実験結果

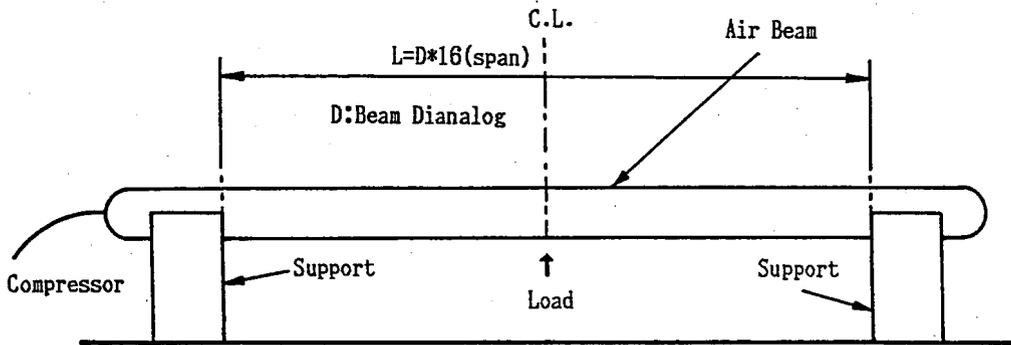
本解析手法の有効性を検証するため、エア・ビーム載荷実験の数値シミュレーションを行った結果と、実験結果との比較を行う。荷重-たわみ曲線 (P- $\delta$  curve) より、単純ばりの中央点に集中荷重が載荷されたときのたわみが既知となれば、はり理論にしたがい剛性  $E$  の算定が可能となる。

表一に膜材の材料定数を示す。膜材はポリエステル基布にPVCコーティングを施したものであり、表中のヤング率、ポアソン比は膜材自身の引張実験を行い得られた結果である。

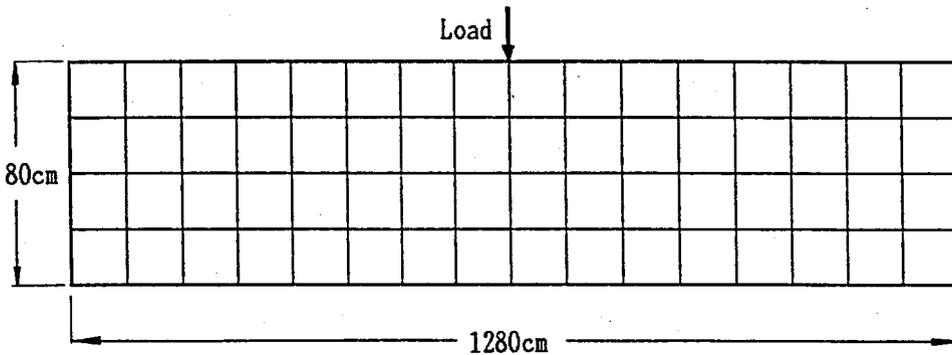
載荷実験の概要を図一4に示す。エア・ビームの中央に載荷し、その点でのたわみを測定する。なお、ビーム径： $D=800\text{mm}$ であり、 $D$ とスパン長： $L$ との比は、図示したように

表一 膜材の材料定数

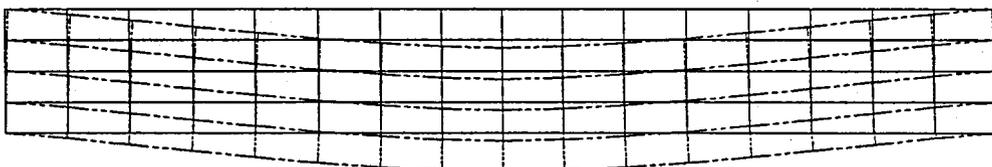
ヤング率	6039.4kg/cm <sup>2</sup>
ポアソン比	0.25
膜厚	0.085cm



図一4 エア・ビーム載荷実験概要



図一5 エア・ビームの離散化状態



図一6 数値シミュレーションによる変形図

L/D=16としている。また、内圧は1000mmAq(100kg/cm<sup>2</sup>)として実験を行っている。

次に本法を適用して载荷実験の数値シミュレーションを行うための離散化状態を図-5に示す。解析対象が円断面であり、奥行き方向に関して軸対象であるため、ビーム中央に実験時载荷の半分を作用させる。スパン間を16、ビーム径方向を4分割し、節点数85、要素数64として離散化している。

図-6は本法を用いてエア・ビームを解析した場合の変形図である。载荷重はP=5kg

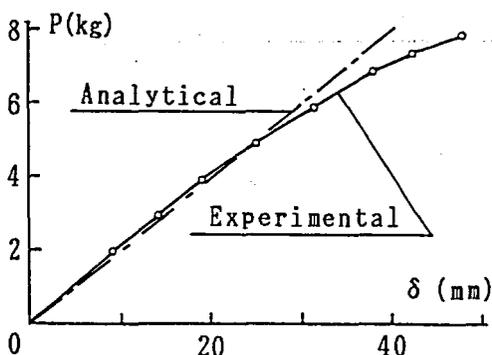


図-7 荷重-たわみ曲線

であり、また実線は载荷前、一点破線は载荷後の変位を200倍して図示しており、载荷点での最大変位は2.7cmである。解析対象が幾何学的に複雑である場合、あるいは応力照査箇所が多数な場合などは、実験によるよりも数値シミュレーションを行ったほうが容易に挙動追跡、応力照査が行える。

図-7に各荷重段階におけるビーム中央点でのたわみを示す。図中、縦軸は载荷重、横軸はたわみとしている。また、実線は実験結果をプロットしこれを結んだものであり、一

点破線は解析結果を示している。荷重-たわみ曲線が線形挙動を示す間では、実験値と解析値はよく一致している。非線形挙動をしめす間では、本解析では考慮されていない圧縮応力の発生によるシワ等の要因により解析値と実験値は徐々に拡大して行く。

図7において荷重P=5kgにおける剛性を算定すると、実験結果からは

$$E = \frac{Pl^3}{48I\delta} = \frac{5.0 \times 1280^3}{48 \times (\pi \times 40^3 \times 0.085) \times 2.5} = 5115.5 \text{ kg/cm}^2$$

が得られ、また解析結果からは、

$$E = \frac{Pl^3}{48I\delta} = \frac{5.0 \times 1280^3}{48 \times (\pi \times 40^3 \times 0.085) \times 2.7} = 4736.6 \text{ kg/cm}^2$$

となり、両者はよく一致している。

#### 4. 結 論

本文は、エア・ビームの簡易解析手法を提案したものであり、本法を適用した解析値と実験値の両者から得られた挙動はよく一致しており、これにより算定される剛性も同等の値が得られた。したがって、数値シミュレーションによりエア・ビームの挙動追跡並びに剛性評価が可能となり、現在行われているような実験による剛性算定に比し経済的かつ容易である。また、スケールの異なるエア・ビームの剛性算定に対して、あるいは多くの応力照査箇所が存在するような構造系に適用した場合、本法の有効性が期待できる。

なお、今後の課題として、エア・ビームにおいて発生するリンクリング(シワ)の考慮、これに伴う断面変形が生じた場合の部分的な剛性低減等が挙げられる。また、本構造物において観測される粘弾性挙動の評価、併せて最終崩壊荷重の算定等も問題となる。

## 参 考 文 献

- 1) 松永・遠藤・三井・笹川：エア・ビーム構造物の数値解析手法，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，I-4，pp. 8-9，1990.
- 2) 瀬川信哉：エア・ビーム曲げ試験報告書，太陽工業株式会社技術開発部基礎研究室，平成2年3月
- 3) J. W. Leonard：Tension Structures -Behavior and Analysis-，McGraw-hill，1990.
- 4) 西村・登坂・本間：有限要素法による曲面張力場解析，日本建築学会構造系論文集第376号，pp. 10-18，1987.
- 5) D. G. Roddeman, et al.：The Wrinkling of Thin Membranes：Part I -Theory，ASME, Vol. 54, pp. 884-887, 1987.
- 6) D. G. Roddeman, et al.：The Wrinkling of Thin Membranes：Part II-Numerical Analysis，ASME, Vol. 54, pp. 888-891, 1987.
- 7) W. B. Fricter：A Theory for Inflated Thin-Walled Cylindrical Beams，NASA TN D-3466, pp. 1-19, 1966.
- 8) 齊藤・齊藤・鈴木・黒木：ビーム式空気膜構造の力学的特性に関する基礎的研究，日本建築学会関東支部研究報告集，pp. 101-104，昭和55年