旋回乱流の時空間３重相関に関する基礎研究

植　木　良　昇

A Fundamental Study of Triple Space-Time Correlation Distributions on a Swirling Turbulence

Yoshinori UEKI

Measurements have been made for space-time correlation, i. e. triple velocity correlations with both spatial separation and time delay in the turbulent shear flow around a circular cylinder spinning in a quiescent fluid. The integral macro time scales of triple correlations $S_{2.22}$ and $S_{12.2}$ are about a half that for double correlation $Q_{2.2}$. The validity of Taylor's hypothesis of frozen turbulence is examined for triple correlations. The data show that this hypothesis is valid except for the region near the wall as in the case of a flat plate-boundary layer. The spatial structure of the turbulence fields is inquired by using various contour maps of the spatial iso-correlation in the various cross sections. The extent of iso-correlation maps for $S_{2.22}$ and $S_{12.2}$ in the $r_S-\phi_S$ cross section is a qurter that in the $Q_{2.2}$. Iso-correlation maps for $S_{2.32}$ in the $y_S-\phi_S$ and y_S-r_S cross sections show rather anti-symmetry with respect line of $\phi_S=0$.

1. 序　論

著者は静止流体中で回転する円筒の周りの流れの乱れ場の空間構造を解明するために，２点相関方程式を導き，それに基づいて２点２重及び３重相関を測定し[1]，さらに時間空間２点２重相関を調べて渦構造の複雑性と多様性を明かにした[2]．一方で著者は別の観点からこの流れ場に対する変動速度の２階のスペクトルテンソルの波数空間での意味と役割を調べた[3),(4]．回転円筒まわりの乱流の渦構造をさらに詳細に明らかにするために，相関方程式に含まれる３重相関，圧力速度相関を調べる事が重要である．本報告はこの内時間空間２点３重相関を測定し，乱れ構造を調べたものである．また，円筒軸方向に離れた２点３重相関を広範囲に測定した．

n次多重相関の定義は結合確率密度関数との関連でも重要であるが[5]，このなかで２重相関について重要なのは３重相関である．平板乱流境界層についてはこれまでに時空間３重相関が調べられている[6]．３重相関は乱流のモデルリングに関して重要である[7]．

記　号（図１参照）

a：円筒半径

$r,\ \phi,\ y$：円筒座標

z：円筒表面からの距離

東海流体熱工学研究会　第27期総会研究講演会　1991年６月18日にて発表

U：ϕ方向の平均速度

τ：時間遅れ相関の遅れ時間

u，v，w：それぞれϕ，y，r方向の変動速度

添字A，B：空間の2点を示す．

添字 1,2,3：それぞれr，ϕ，y方向

u_τ：摩擦速度

したがって $u_1=w$, $u_2=u$, $u_3=v$ に対応．

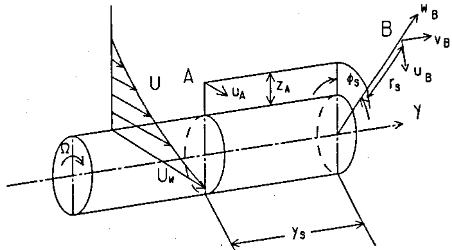


図1　流れ場と座標系

無次元2点2重相関は定常性とϕ，y方向の一様性から

$$Q_{i.j}(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A,\ r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B)$$

$$=\overline{u_i(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A)\,u_j(r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B)}\,/\,u_\tau{}^2$$

$$=Q_{i.j}(r_A,\ r_S,\ \phi_S,\ y_S,\ \tau)$$

無次元2点3重相関は同様にして

$$S_{i.jk}(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A,\ r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B)=$$

$$\overline{u_i(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A)\,u_j(r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B)\,u_k(r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B)}\,/\,u_\tau{}^3$$

$$=S_{i.jk}(r_A,\ r_S,\ \phi_S,\ y_S,\ \tau)$$

$$S_{ij.k}(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A,\ r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B)$$

$$=\overline{u_i(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A)\,u_j(r_A,\ \phi_A,\ y_A,\ t_A)\,u_k(r_B,\ \phi_B,\ y_B,\ t_B))}\,/\,u_\tau{}^3$$

$$=S_{ij.k}(r_A,\ r_S,\ \phi_S,\ y_S,\ \tau)$$

2. 基礎方程式

これまで[(1),(2)]，$Q_{2.2}$ の相関方程式において時空間2重相関を詳しく考察したので引続き時空間3重相関を取り上げる．基礎となる方程式は以下のようになる[(3)]．

$$\underset{\mathrm{I}}{D_{2.2}}+\underset{\mathrm{II}}{\left(\frac{U_B}{r_A+r_S}-\frac{U_A}{r_A}\right)Q_{2.2,\ \phi_S}}+\underset{\mathrm{III}①}{\frac{1}{r_A}(S_{12.2}\,r_A),_{\ r_A}}+\underset{\mathrm{IV}-\mathrm{a}}{Q_{1.2}\,r_A\left(\frac{U_A}{r_A}\right),_{\ r_A}}$$

$$+\underset{\mathrm{IV}-\mathrm{b}}{Q_{2.1}(r_A+r_S)\left(\frac{U_B}{r_A+r_S}\right),_{\ r_S}}+\underset{\mathrm{V}①}{\frac{2U_A}{r_A}Q_{1.2}}+\underset{\mathrm{V}①}{\frac{2U_B}{r_A+r_S}Q_{2.1}}$$

$$+\underset{\mathrm{V}②}{\frac{S_{2.12}}{r_A+r_S}}+\underset{\mathrm{V}②}{\frac{S_{12.2}}{r_A}}-\underset{\mathrm{V}③}{\frac{1}{\rho}\left(\frac{K_{p,2}}{r_A}-\frac{K_{2,p}}{r_A+r_S}\right),_{\ \phi_S}}$$

$$+\underset{\mathrm{VI}①}{2\Omega(Q_{1.2}+Q_{2.1})}+\underset{\mathrm{VII}}{E_{2.2}}=0$$

ここに，慣性項 $D_{2.2}$ は次式で示される．

$$D_{2.2}=\frac{1}{r_A+r_S}\left[(r_A+r_S)S_{2.12}\right],_{r_S}-\frac{1}{r_A}(r_A S_{12.2}),_{r_S}$$

$$+\left(\frac{S_{2.22}}{r_A+r_S}-\frac{S_{22.2}}{r_A}\right),_{\phi_S}+(S_{2.32}-S_{32.2}),_{y_S} \tag{2}$$

前報[1]の式と異なり独立変数として新たに，時間遅れ変数 τ が加わるが，Favre[8]の導いた式と異なり $\partial Q_{2.2}/\partial\tau$ の項は式の変形の途中で消えてしまう[9]．式の下の記号は説明の便宜上つけてある．時空間2点3重相関は慣性項Ⅰ（波数空間でのエネルギー輸送の働き）と拡散項Ⅲ①，そして混合二作用Ⅴ②（スペクトルテンソルの2成分のエネルギーの移動と波数空間のなかでのエネルギー移動が同時に行われる働き）の3つの項からなっている[3),(4]．ここでは，3重相関について $y_S-\phi_S$ 断面と y_S-r_S 断面での等相関図を求め，これにより渦構造を考察する．

3. 実験方法

装置全体は前報で用いたもので[1]，回転円筒の直径は ϕ300mm，長さ900mm であり円筒周速と直径に基づくレイノズル数が約4.5×10^5（周速23.1m/s）の条件で測定を行った．使用した熱線プローブはⅠ，Ⅹ，Ⅴ形である．

熱線と流れの角度を α，リニアライザの出力を E，速度を U とすると

$$E=K'U * f(\alpha),\ 但し\qquad f(\alpha)=(\sin^2\alpha+k^2\cos^2\alpha)^{1/2} \tag{3}$$

ここで k は熱線の長さと直径の比によってきまる定数である．F. H. Champange[10]によると $l/d=200$ では $k=0.2$ である．さて式(3)で $\alpha=\pi/2$ のときの E を E_M とする次式が成立する．

$$E(\alpha)/E_M=f(\alpha) \tag{4}$$

本実験で用いたXプローブに対して検定した結果を図2に示す．2本の熱線を A，B とし，主流となす角をそれぞれ α_A，α_B とする．図では α_A を横座標にとってあり $\alpha_A+\alpha_B=90°$ である．

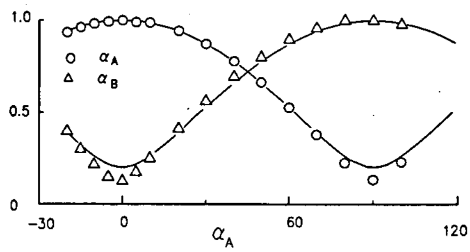


図2　熱線の方向特性　$f(\alpha)$（$k=0.2$）

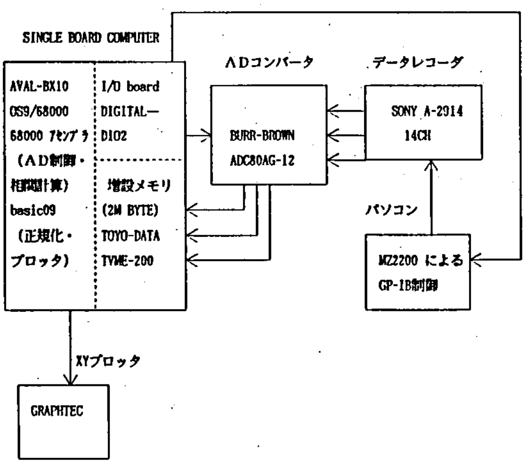


図4　計測システム

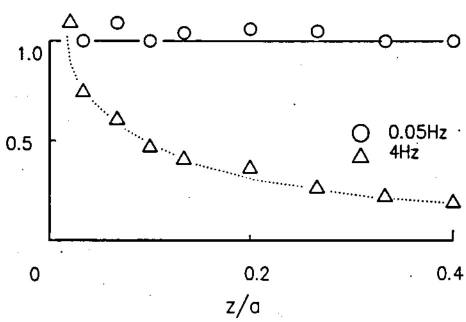


図3　$\frac{\overline{vw}}{u_\tau^2}\cdot\frac{r^2}{a^2}$

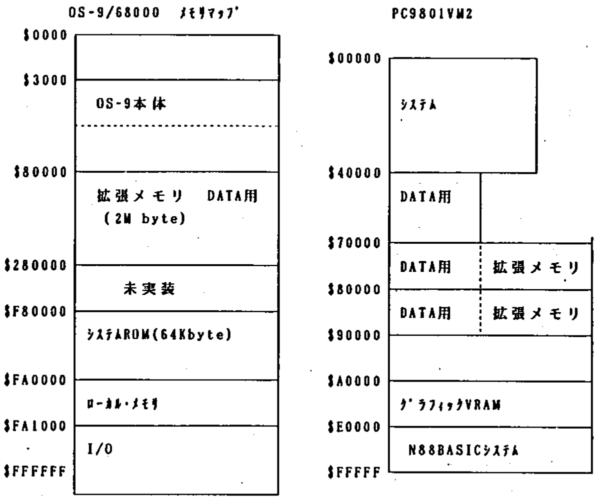


図5 メモリマップ

実線は$k=0.2$の時の$f(\alpha)$を表す．測定値と式(5)との一致は良好である．そこで本実験では$k=0.2$を用いた．実際の実験に際しては熱線プローブの相互干渉の無いように注意し，検定は回転円筒の横に設けられた風胴で行った．

熱線センサーからの出力は2台の定温度型熱線流速計（CTA）に入る．CTAの出力をリニアライザーLINを用いて直線化しその出力はハイパスフィルターを通過して3分間アナログデータレコーダに記録される．使用したフィルターは遮断周波数が0.05Hzである．この周波数ではトルク一定の条件すなわち$\overline{uwr^2}=$一定を満足している．それに比較して4 Hzの遮断周波数ではrが大きくなるにつれて$\overline{uwr^2}$がしだいに減少する．

時間空間3重相関の計算はシングルボードコン

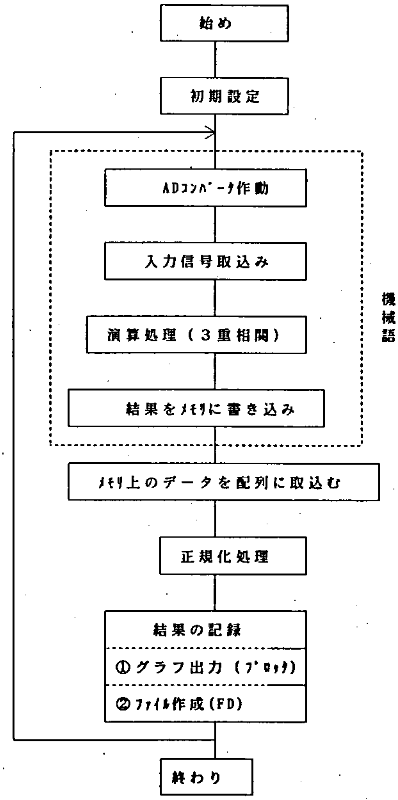


図6 フローチャート

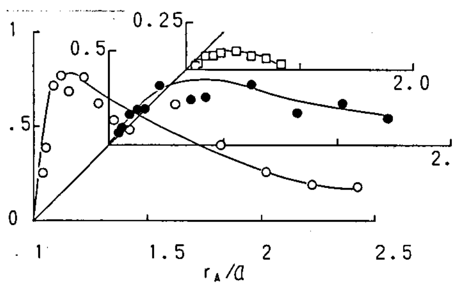


図7 空間相関

$S_{12.2}(r_A,\ r_S,\ 0,\ 0,\ 0)$

○ $r_S=5$, ●$=30$, □$=80$

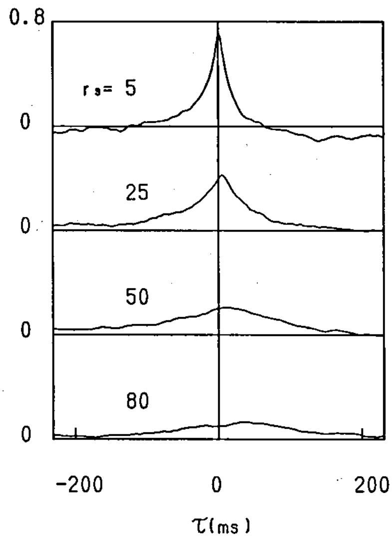
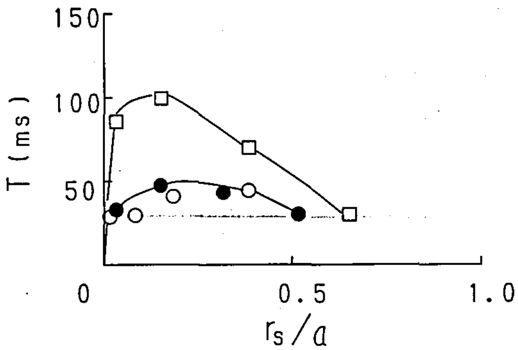


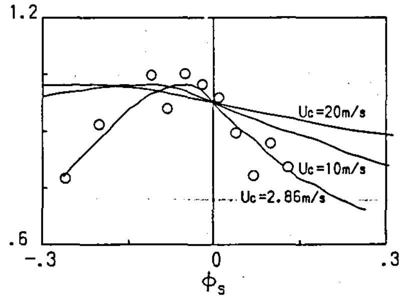
図8 時間空間相関

$S_{2.22}(r_A,\ r_S,\ 0,\ 0,\ \tau)$

$r_A=180$



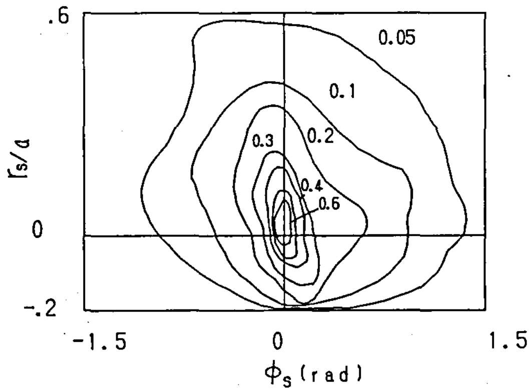
○ $S_{12.2}$，● $S_{2.22}$，□ $Q_{2.2}$
図９　積分時間尺度



○ $r_A=160$，$r_B=185$，$U_B=2.86$ m/s
Ⅰ：$U_B=2.86$ m/s，Ⅱ：$U_C=10$ m/s，
Ⅲ：$U_C=20$ m/s
図10　$S_{2.22}$ の ϕ 方向分布

ピュータを用いて行った．全体のシステムは図４に示す．シングルボードコンピュータはAval-Bx10でVME-BUSを備えている．クロック周波数8MHzでメインプロセッサーはMC68000R8である．データのAD変換は自作のADボードを用いた．ADボードの制御とコンピュータへのデータ入力はI/0ボードを用いた．これは入出力がそれぞれ32ビット可能である．ADボードは３個のBurr-BrownのADC80AG-12からなる．サンプリングは同時に３個に行いIC74153に記憶させたのちデータを１個ずつ取り出す方法を用いた．これによりサンプリングのずれは全くない．実時間換算約9KHzでサンプリングされたデータはまずメモリーに一旦蓄えられる．メモリは2Mの増設RAM（TOYO-DATA・TVME-200）からなり全体で2.5Mの容量があるので，一つの入力信号につき70万個（３入力信号）蓄積された．３重相関の計算はOS-9/68000上のbaisc09の中で処理が行われた．データレコーダをGP-IBによりマイコンで制御し長時間にわたり多数のデータを連続して計算させた．

前報の時空間２重空間相関の計算に用いた8086 CPUでは図５に示すようにセグメント・レジスタによる64Kバイト以内の範囲でしか絶対アドレシングができないのでプログラムが複雑になる．68000CPUで



流れの方向　→
図11　$S_{2.22}$ の等相関図　$r_A=180$

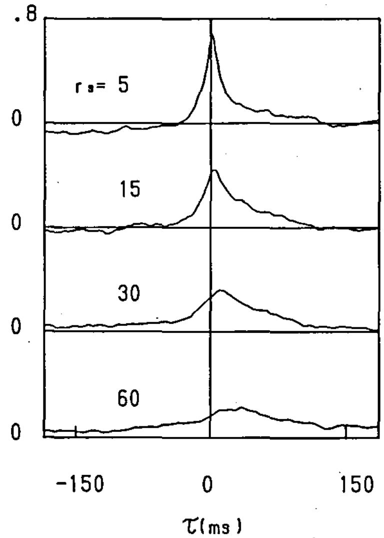


図12　時間空間相関
$S_{12.2}(r_A,\ r_S,\ 0,\ 0,\ \tau)$
$r_A=180$

はデータレジスタとアドレスレジスタがすべて32ビットで構成され，16Mバイト空間に対してリニア・アドレシングが可能である．

時空間3重相関の計算はマイクロプロセッサーで定義式通りに計算した．図6にフローチャートを示す．計算回数は50万回繰り返し行った．これは長時間を要するが高い精度が得られると期待される．時間空間相関の計算はすべて機械語で行った．データの無次元化とプロッターへの出力はベーシックでなされる．

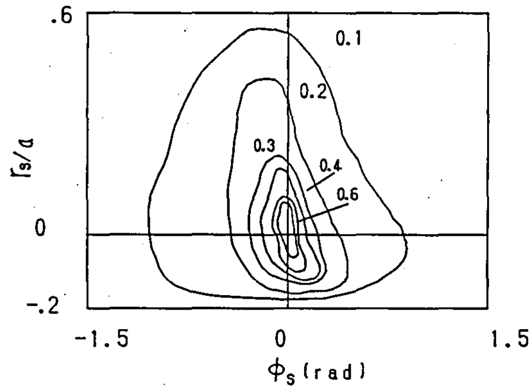


図13　$S_{12.2}$ の等相関図　$r_A=180$

4. 実験結果

4.1　r_A方向の空間相関

r_Aが一定でr_Sを変化させたときの遅れ時間ゼロの3重相関は前報で報告した[1]．しかし3重相関による乱流拡散（Ⅲ①項でτがゼロ）の効果を知るためには，r_Sが一定でr_Aを変化させたときの3重相関の変化を知る必要がある．これは前報[1]のr_Aが一定でr_Sを変化させた相関図によっても得られる[1]．しかし実際にはr_Aが一定のデータに限りがあるので詳しい図を描くことは難しい．図7はこのようにして描いた$S_{12.2}$の$r_S=5,30,80$の場合を表している．$r_S=5$のときの$r_A/a=1.2$（$r_A=180$）でピーク値を取る．他の場合はピーク値はあるがその位置は明確ではない．この図に基づいて乱流拡散を計算すると壁近くで正で壁か

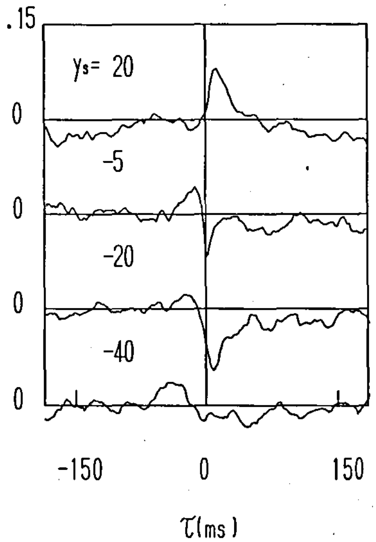


図14(a)　時間空間相関
$S_{2.23}(r_A,\ r_S,\ 0,\ y_S,\ \tau)$
$r_A=160,\ r_S=10$

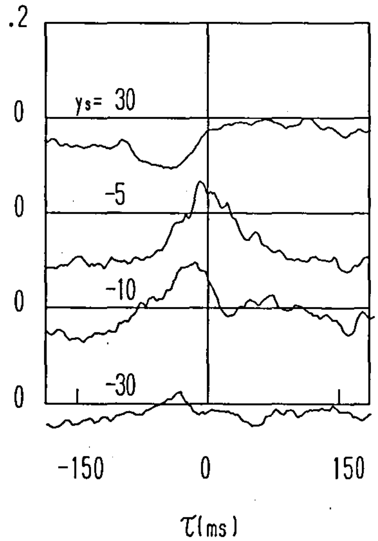
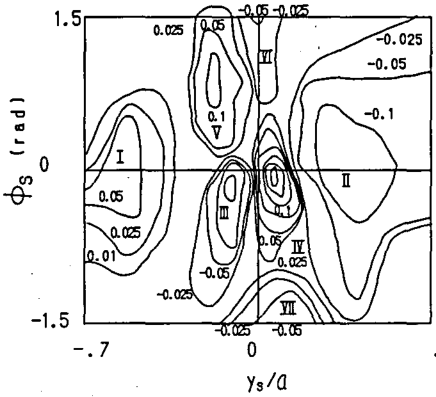


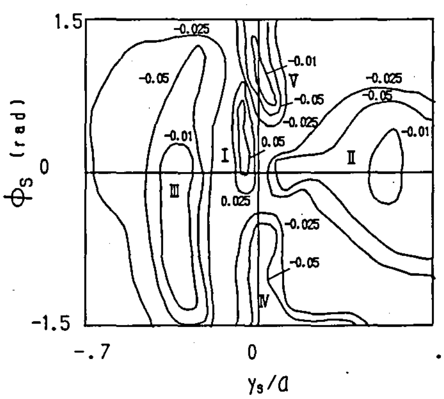
図14(b)　時間空間相関
$S_{2.23}(r_A,\ r_S,\ 0,\ y_S,\ \tau)$
$r_A=210,\ r_S=-40$



流れの方向　↑

図 15 (a)　$S_{2.23}$ の等相関図

$r_A=160$，$r_S=10$



流れの方向　↑

図 15 (b)　$S_{2.23}$ の等相関図

$r_A=210$，$r_S=-40$

ら離れたところで負になる．

4．2　時空間３重相関

$S_{2.22}$ と $S_{22.2}$ は B → A とするとそれぞれ同じ $\overline{u^3}$ になることから対をなしている．同じ事が $S_{12.2}$ と $S_{2.12}$，$S_{2.23}$ と $S_{23.2}$ に対しても言える．ここではまず対の一方を取り上げることにする．両者は大きく異ならないと予想されるので渦構造を調べるのには十分である．

4.2．1　$S_{2.22}$ の時空間相関の変化

この３重相関は波数空間での考察から明らかなようにこれは慣性項（Ⅰ項）の波数空間でのエネルギーの輸送の役割をする．図８は $S_{2.22}(r_A,\ r_S,\ 0,\ 0,\ \tau)$ の測定結果の例として $r_A=$ 180mm，$r_S>0$ の場合を示す．最大遅れ時間は200ms である．r_S の小さいところを除いて全体的に大きな遅れ時間に対しても正のままで渦塊が主流方向に伸びていることが分かる．

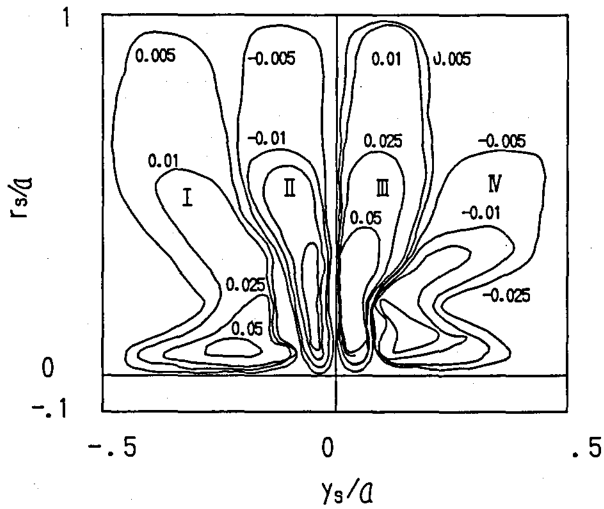


図 16 (a)　$S_{2.23}$ の等相関図

$r_A=160$

さて３重相関の積分時間尺度の定義は次式のように書ける

$$T=\int_{-\infty}^{\infty} S_{i.jk}\,d\tau \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

その測定結果を図９に示す．比較のために $Q_{2.2}$ の積分時間尺度を示した．$S_{2.22}$ と $S_{12.2}$ はほぼ同程度である．$Q_{2.2}$ に比べて２倍程度減衰が早いと言えよう．

時間遅れ相関から乱れの空間構造を調べるのにテイラーの凍結乱流の仮説が利用される[11),(12),(13)]．３重相関に対してテイラー仮説が適用可能か更に回転流に対して適当であるかを正確に検討した例は

ない．３重相関の瞬時波形は２重相関の瞬時波形よりはるかに間欠性が強くなる．従ってテイラー仮説を適用するには注意が必要である．そこで本流れの３重相関の時間平均に対して調べた結果を図10に示す．実験点はA点を固定しB点を周方向に移動した場合である．二つのプローブの相対位置により限られた点しかとれない．実線は対流速度 U_C の値を変えてテイラー仮説を適用したものである．実線IはB点の速度と一致している．実線II線およびIIIは U_C =10m/s および U_C =20m/s としたものである．B点が壁近くにくると測定値とテイラーの仮説とのズレが大きくなったが，壁から離れると図10に示すごとく良好である．そこで壁近くでは誤差が出るが，ϕ 方向等相関図はすべて局所平均速度で時間軸を空間座標に変えて得られたものをしめす．前報[1]の図５の $S_{2.22}$（r_A, r_S, ϕ_S, 0, 0）では $r_S>0$ では $\phi_S<0$（上流）にピークを持っている．この傾向はテイラーの仮説を適用すれば図８の傾向と定性的に一致する．図11はテイラー変換によって求めた $S_{2.22}$ の等相関図である．等値線の広がりは $Q_{2.2}$ の広がりに比べて1/4ほどである．等相関図は上流側にやや傾いていると言える．

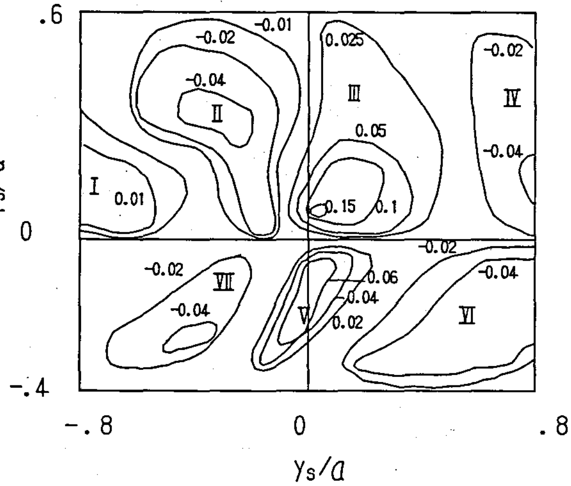


図 16 (b)　$S_{2.23}$ の等相関図
r_A=210

4.2.2　$S_{12.2}$ の時空間相関の変化

$S_{12.2}$ は３つの働きをする．すなわち，まず慣性項（I項）として，次に既に述べたように乱流拡散（III①）の働きもする．最後に混合２作用（V②）の働きをし，$S_{2.22}$ に比べて役割が多い．図12は $S_{12.2}$ を $r_S>0$ で $r_A=180$ の場合について示したものである．この積分時間尺度は図９に示した．図13はテイラー変換によって求めた $S_{12.2}$ の等相関図で２重相関 $Q_{2.2}$ や３重相関 $S_{2.22}$ に比べてやや上流側に傾いている．等値線の広がりは $S_{2.22}$ に比べてやや小さい．

4.2.3　$S_{2.23}$ による円筒軸方向の渦塊構造

前報で見たように円筒方向の２重相関分布は複雑な構造をもっていた．３重相関によりさらにその構造を調べるために，$S_{2.23}$ の時空間相関分布，空間相関の広範囲にわたる測定を行った．

これは慣性項（I項）の一部である．$S_{2.23}$（r_A, r_S, 0, y_S, τ）の $r_A=160$，$r_S=10$ の場合を図14(a)で示す．$y_S=20$ と $y_S=-20$ の分布は正負を反転した形状となっている．$y_S=-5$ では $\tau=0$ に関して奇関数的となりピークがはっきり２個出て来る．$|y_S|$ が大きくなると $y_S=-40$ に示すように全体的に相関は小さい．図14(b)は $r_A=210$，$r_S=-40$ の場合で図(a)のように $\tau=0$ の近傍で正から負になるという際立った特徴はない．$\tau=0$ の近くで $y_S=-5$，$y_S=-10$ で小さな正の相関がある．$|y_S|$ の小さな範囲でのみ相関は存在し，$|y_S|$ が大きくな

るとすぐに全体的に小さな値をとる．

以上の結果をϕ_S方向にテイラー変換して求めた$S_{2.23}$の等相関図を図15(a)，(b)に示す．(a)と(b)の分布に大きな相違が見られる．前報の同じ位置で$Q_{2.3}=\overline{u_A v_B}$の等値線分布にもかなりの特徴的な相違が認められた．本測定結果の特徴は図15(a)では$|y_S|$が大きな所では$y_S<0$における正の閉じた等値線（領域Ⅰ）と，$y_S>0$における負の閉じた等値線（領域Ⅱ）とが対応している．又$|y_S|$が小さいところで負の閉じた等値線（領域Ⅲ）と正の閉じた等値線（領域Ⅳ）とが対をなしている．これらは$|\phi_S|$が大きくなるとこのような反対称性は崩れる傾向にあり，絶対値の小さい負のy_Sに相関の強い正の閉じた等値線（領域Ⅴ）が生じる．又$|\phi_S|$が大きな所で小さなy_Sで領域Ⅵと領域Ⅶの閉じた等値線が生じる．図15(b)は領域Ⅰが正の等値線で対になるべき負の等値線が領域Ⅱで，そして領域Ⅲは負の等値線となり$\phi_S=0$に関する反対称性が大きくくずれている．同じ位置での前報の$Q_{2.3}$の等値線が反対称であったことから考えると，わずかな流れの歪みが，３重相関に敏感に反応されると予想される．前報で論じ，本報でこれまで見てきたように相関量の円筒軸方向分布に大きな特徴がある．そこで$S_{2.23}$の同時相関を非常に広い範囲で測定し等相関図としてまとめたのが図16(a)，(b)である．図16(a)は$r_A=160$mmに固定プローブが置かれ，B点のuvを測る移動プローブを動かして得られた等値線である．r_Sが正の側では全体で４つの閉じた等値線（領域Ⅰ～領域Ⅳ）が存在する．分布の特徴はほぼ前報の$Q_{2.3}$と同様であるがy_S方向の広がりはほぼ1/4である．図16(b)は固定プローブが$r_A=210$mmに置かれた場合である．r_Sが正の所に４つの等値線（領域Ⅰ～領域Ⅳ）が存在するが$Q_{2.3}$と比べて反対称性は悪い．r_Sが負の所では等値線の分布は反対称性が推定されるが実験結果では反対称性は良く表れない．これは流れの歪みの影響と思われるがそれについては今後詳細に調べる予定である．

5．結　　論

静止流体中で回転する円筒周りの乱流の３重相関を測定して次の結果が得られた．

(1)　３重相関のϕ_S方向の広がりに対してテイラーの凍結乱流の仮説を適用するのは壁近傍を除いてその妥当性が確認された．

(2)　３重相関の積分時間尺度は２重相関の約半分程度であり２重相関に比べて２倍程度減衰が早いといえる．又$S_{2.22}$と$S_{12.1}$の$y_S\sim\phi_S$断面の等相関図の広がりは$Q_{2.2}$の1/4程度である．

(3)　$S_{2.23}$の時空間相関はy_Sが大きくなると相関値が小さくなる．テイラー変換による$y_S\sim\phi_S$断面の等相関線図の反対称性は$r_S>0$の場合は良く表れているが$r_S<0$場合には良くない．

(4)　$S_{2.23}$の空間相関は$y_S\sim r_S$断面の等値線は移動プローブが壁から離れると良く表れ，相関値の広がりは２重相関$Q_{2.3}$と比べると小さい．

本研究の遂行にあたり，御指導を賜った名古屋大学教授中村育雄氏並びに岐阜大学助教授山下新太郎氏に深く感謝の意を表します．また図面の作成に際して東京工業大学教授土方邦夫氏に便宜を頂いた事に深く感謝いたします．本研究の１部は卒業研究として行われたものである．特に卒業生の長谷部衡君には多いに協力をいただいたのでここに感謝の意を表します．

文　　献

(1) Nakamura, I., Ueki, Y. and Yamashita, S., Proc, AIAA/ASME/SIAM/APS lst National Fluid Dyanamics Congress, (1988), 326.
(2) 中村・植木・山下，機論，54-498，B（1988），330.
(3) 植木・中村・山下，機論，56-527，B（1990），1914.
(4) 植木・中村・山下，機論，57-535，B（1991），922.
(5) 例えば　Rotta，J. C.（大路訳），乱流，（昭50），16，岩波書店.
(6) Favre, A., Trans. ASME. Ser. E, 32-2, (1965), 261.
(7) 長野・田川・所，機論，54-502，B（1988），1411.
(8) Favre, A., Phys. Fluid, 26-10, (1983), 2851.
(9) 例えば　文献(5)，48.
(10) Champagne, F. H., J. Fluid. Mech., 28-1 (1967), 153.
(11) Browne. L. W. B., Antonia. R. A. and Rajagopalan. S., Phys. Fluid, 26-5 (1983), 1222.
(12) Zaman. K. B. M. Q. and Hussain. A. K. M. F., J. Fluid Mech. 112 (1981), 379.
(13) Piomelli. U., Balint. J. L. and Wallace. M., Phys. Fluid, A, 1-3, (1989), 609.