

ハイポサイクロイド型 2K-H 差動歯車機構の 効率と軸トルク計算式*

岸 佐年** ・ 両角 宗晴***

Efficiency and Torque Formulas for the Hypocycloid Type 2K-H Differential Gear Train

Satoshi KISHI and Muneharu MOROZUMI

A 2K-H type differential gear train with two pairs of internal and external gears, the teeth difference between these pairs of gears are small, is called a hypocycloid type 2K-H differential gear train. This type of differential gear train can choice a wide range of reduction raio and can be designed compactly. The efficiency and torque formulas of this differential gear train are derived from the theoretical analysis and tabulated. The formulas tabulated can be utilized safely without any understanding of the underlying theory.

1. 緒 言

2K-H 型差動歯車機構としては幾つかの型式が存在するが、内歯車とそれにかみ合う外歯車との組み合わせを二組用い、内歯車と外歯車との歯数差を1または2と小さく設定することにより K-H-V 型差動歯車機構に近い型式のものが考えられ、これをハイポサイクロイド型 2K-H 差動歯車機構と呼ぶことにする。そしてこの機構においては少ない使用歯車個数であるために小型軽量の減速機とすることができ、しかも一段で大幅に減速することができるため広範囲に任意の減速比を選択できるという利点を持っている。

本研究ではこのハイポサイクロイド型 2K-H 差動歯車機構の遊星ピニオンに作用する力の釣り合いと三本の基本軸の回転方向とを併せ考えて、三本の基本軸の角速度の大小関係を明らかにし、そのことにより開路式差動歯車機構の厳密な効率計算式と軸トルクの計算式とを誘導する。この場合一つの軸を駆動軸とし他の二つの軸が従動軸となる開路式差動歯車機構では、これら基本軸の角速度の値は機構に作用する原動機と負荷との速度トルク特性によって決まるのであり、一義的には決まらないことに注意する必要がある⁽¹⁾。

* 平成2年3月29日 1990年度精密工学会春季大会学術講演会において発表

** 機械工学科 助教授

*** 信州大学 名誉教授

原稿受付 平成2年9月26日

2. 解析理論

図1はハイポサイクロイド型2K-H差動歯車機構を示す。この機構は太陽外歯車A, 太陽内歯車C, キャリヤS, 遊星ピニオンB, 遊星内歯車Dから成り立っており, 外歯車A, 内歯車CおよびキャリヤSが三本の基本軸である。この機構において外歯車Aの歯数 z_A と内歯車Dの歯数 z_D とを等しくした特別の場合はK-H-V型差動歯車機構となる。

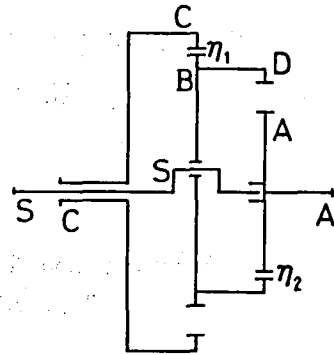


図1 ハイポサイクロイド型2K-H差動歯車機構

いま歯車A, CおよびキャリヤSの角速度をそれぞれ $\omega_A, \omega_C, \omega_S$ で表し ω_S は常に正方向になるように定める。また歯車A, CおよびキャリヤSから遊星ピニオンBに作用する力をそれぞれ W_A, W_C, W_S で表す。そしてこれら力によって生じるトルクと角速度との方向が互いに同じになる基本軸を駆動側, 反対になる基本軸を従動側とする。

表1はこの機構における差動運動を表す角速度の関係を求めるための重ね合わせ法を示す。この表1より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \omega_C &= \frac{\omega_A + (i_0 - 1)\omega_S}{i_0} \\ \text{または} \\ \omega_A &= i_0\omega_C - (i_0 - 1)\omega_S \\ \text{または} \\ \omega_S &= \frac{i_0\omega_C - \omega_A}{(i_0 - 1)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし

$$i_0 = \frac{z_C z_D}{z_A z_B} < 1 \quad (2)$$

表1 重ね合わせ法による差動運動の角速度の求め方

	A	D	B	C	S
全体を同時回転	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S	ω_S
キャリヤ固定	$-\omega_S + \omega_A$	$(-\omega_S + \omega_A) \frac{z_A}{z_D}$	$(-\omega_S + \omega_A) \frac{z_A}{z_D}$	$(-\omega_S + \omega_A) \frac{z_A z_B}{z_C z_D}$	0
合計	ω_A	$\omega_S + (-\omega_S + \omega_A) \frac{z_A}{z_D}$	$\omega_S + (-\omega_S + \omega_A) \frac{z_A}{z_D}$	$\omega_S + (-\omega_S + \omega_A) \frac{z_A z_B}{z_C z_D}$	ω_S

【CとS駆動，A従動の場合】

この場合，遊星ピニオンBに作用する力の釣り合いから力と角速度との関係は一義的に図2に示す状態となる。いま式(1)を変形して次式を得る。

$$\frac{\omega_A - \omega_S}{\omega_C - \omega_S} = i_0 > 1 \quad (1)'$$

そして図2より $\omega_A < 0, \omega_C < 0$ であり，しかも式(1)'より $\omega_A < \omega_C$ となることが分かるから，これより次式を得る。

$$\omega_A < \omega_C < \omega_S \quad (3)$$

そこでこの場合の差動歯車装置を，キャリアSを固定し内歯車Cを駆動して外歯車Aを従動させる第1成分遊星歯車装置と，内歯車Cを固定しキャリアSを駆動して外歯車Aを従動させる第2成分遊星歯車装置との組合せからなると考える。

*第1成分遊星歯車装置（S固定，C駆動，A従動）

これは図2の全体に $-\omega_S$ を加えることにより得られ，この場合は式(3)が成立しているから $\omega_A' = (\omega_A - \omega_S) < 0, \omega_C' = (\omega_C - \omega_S) < 0$ となり ω_A', ω_C' の方向は図3に示すようになる。従ってこの場合はCが駆動側でAが従動側となることが分かる。そして $\omega_S = 0$ であるから式(1)より次式を得る。

$$\omega_{A1} = i_0 \omega_C \quad (4)$$

またこの第1成分遊星歯車装置ではキャリアSを固定しているから，装置の効率 η は次式で表される。

$$\eta = \eta_0 \quad (5)$$

ただし η_0 はキャリアSを固定したときの基準効率であり，歯車BとCとのかみ合い効率を η_1 ，歯車AとDとのかみ合い効率を η_2 とすれば次式で求められる。

$$\eta_0 = \eta_1 \eta_2 \quad (6)$$

そこで図3より次式を得る。

$$N_{i1} = \frac{N_{o1}}{\eta} \quad (7)$$

*第2成分遊星歯車装置（C固定，S駆動，A従動）

これは図2の全体に $-\omega_C$ を加えることにより得られ，この場合は式(3)が成立しているから $\omega_A' = (\omega_A - \omega_C) < 0, \omega_S' = (\omega_S - \omega_C) > 0$ となり ω_A', ω_S' の方向は図4に示すようになる。

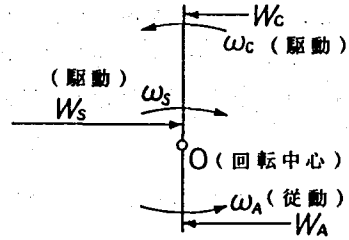


図2 ピニオンBに作用する力と角速度の関係

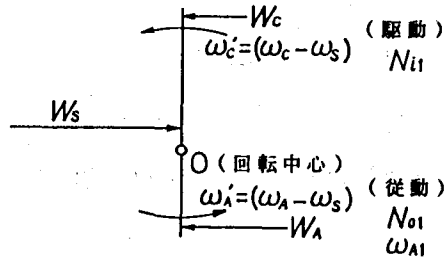


図3 第1成分遊星歯車装置の力と角速度の関係

従ってこの場合はSが駆動側でAが従動側となることが分かる。そしてこの場合 $\omega_c = 0$ であるから式(1)より次式を得る。

$$\omega_{A2} = -(i_0 - 1)\omega_s \quad (8)$$

またこの第2成分遊星歯車装置の効率 η_{11} は次式で表される⁽²⁾。

$$\eta_{11} = \frac{\eta_0(i_0 - 1)}{i_0 - \eta_0} \quad (9)$$

そこで図4から次式を得る。

$$N_{i2} = \frac{N_{02}}{\eta_{11}} \quad (10)$$

いま従動軸Aの出力トルクを M_A 、出力を N_0 とすれば次式が成立する。

$$N_0 = M_A \omega_A = M_A(\omega_{A1} + \omega_{A2}) = N_{01} + N_{02}$$

従って

$$M_A = \frac{N_0}{\omega_A} = \frac{N_{01}}{\omega_{A1}} = \frac{N_{02}}{\omega_{A2}}$$

を得、これより次式を得る。

$$N_{01} = \frac{\omega_{A1}}{\omega_A} N_0 = \frac{i_0 \omega_c}{i_0 \omega_c - (i_0 - 1)\omega_s} N_0 (= M_A \omega_{A1}) \quad (11)$$

$$N_{02} = \frac{\omega_{A2}}{\omega_A} N_0 = \frac{-(i_0 - 1)\omega_s}{i_0 \omega_c - (i_0 - 1)\omega_s} N_0 (= M_A \omega_{A2}) \quad (12)$$

そこで全体の入動力を N_i とすれば、全体の効率 η は次式で求められる。

$$\eta = \frac{N_0}{N_i} = \frac{N_0}{N_{i1} + N_{i2}} = \frac{N_0}{N_{01}/\eta_1 + N_{02}/\eta_{11}} \quad (13)$$

これに式(11)(12)(5)(9)を代入して次式を得る。

$$\eta = \frac{\eta_0 \{i_0 \omega_c - (i_0 - 1)\omega_s\}}{i_0 \omega_c - (i_0 - \eta_0)\omega_s} \quad (14)$$

次に軸CおよびSに作用するトルクを M_C 、 M_S とすれば次式が成立する。

$$M_C = \frac{N_{i1}}{\omega_c} = \frac{N_{01}}{\omega_c \eta_1} = \frac{M_A \omega_{A1}}{\omega_c \eta_1} \quad (15)$$

$$M_S = \frac{N_{i2}}{\omega_s} = \frac{N_{02}}{\omega_s \eta_{11}} = \frac{M_A \omega_{A2}}{\omega_s \eta_{11}} \quad (16)$$

式(15)に式(4)(5)を代入して、式(16)に式(8)(9)を代入してそれぞれ次式を得る。

$$M_C = \frac{i_0}{\eta_0} M_A \quad (17)$$

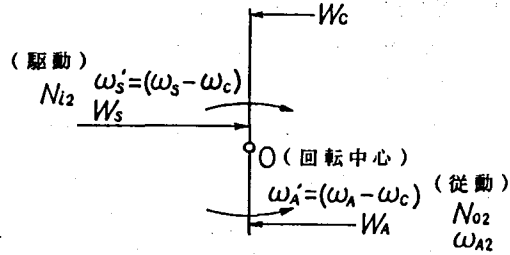


図4 第2成分遊星歯車装置の力と角速度の関係

$$M_S = -\frac{i_0 - \eta_0}{\eta_0} M_A \quad (18)$$

この式(18)より次式を得る。

$$M_A = -\frac{\eta_0}{i_0 - \eta_0} M_S \quad (19)$$

この式(19)を式(17)に代入して次式を得る。

$$M_C = -\frac{i_0}{i_0 - \eta_0} M_S \quad (20)$$

次に中間軸Bに作用するトルクについて考える。図2の全体に $-\omega_S$ を加えてキャリヤSを固定した場合を考えると、図3が得られCが駆動側でAが従動側となるから次式を得る。

$$M_C |\omega_C'| \eta_1 = M_B |\omega_B'|$$

これより次式を得る。

$$M_B = \left| \frac{\omega_C'}{\omega_B'} \right| \eta_1 M_C = \frac{z_B}{z_C} \eta_1 M_C$$

この式に式(2)と式(20)とを代入して次式を得る。

$$M_B = -\frac{z_D}{z_A} \frac{\eta_1}{i_0 - \eta_0} M_S \quad (21)$$

または次式が成立する。

$$M_B |\omega_B'| \eta_2 = M_A |\omega_A'|$$

これより次式を得る。

$$M_B = -\frac{\frac{z_C z_D}{z_B} M_A}{\frac{z_C}{z_B} \eta_2} = \frac{z_D}{\eta_2} \left(-\frac{\eta_0}{i_0 - \eta_0} M_S \right) = -\frac{z_D}{z_A} \frac{\eta_1}{i_0 - \eta_0} M_S \quad (21)$$

同様な方法により、三本の基本軸の他の組合せの場合について効率および軸トルクの理論計算式を導き、これらを一覧表にして表2に示す。

3. 結 言

内歯車とそれにかみ合う外歯車との歯数差を1または2のように小さく設定した、ハイポサイクロイド型2K-H差動歯車機構について解析し、この機構の速比、効率および軸トルクの理論計算式を導いた。そして読者がその利用に際し適用を誤るおそれの無い便利な一覧表を作成した。

参 考 文 献

- 1) 矢田恒二：開路式遊星歯車装置(1)，機械の研究，21，7（1969），969。
- 2) 岸 佐年・両角宗晴：ハイポサイクロイド型2K-H遊星歯車機構の効率と軸トルク計算式，長野高専紀要，21（1990），1。

表2 ハイボサイクロイド型2K-H差動歯車機構の効率および軸トルク計算式

駆動	従動	回転方向	効率 η	軸トルク		
				M_A	M_C	M_B
C	A	$\omega_A < \omega_C < \omega_S$ $\omega_A < 0, \omega_C < 0$	$\frac{\eta_0 \{i_0 \omega_C - (i_0 - 1) \omega_S\}}{i_0 \omega_C - (i_0 - \eta_0) \omega_S}$	$\frac{\eta_0}{i_0 - \eta_0} M_S$	$\frac{i_0}{i_0 - \eta_0} M_S$	$\frac{z_D}{z_A} \frac{\eta_1}{i_0 - \eta_0} M_S$
A	C	$\omega_A < \omega_C < \omega_S$ $\omega_A < 0$	$\frac{(\eta_0 i_0 - 1)(i_0 \omega_C - \omega_A)}{(i_0 - 1)(\eta_0 i_0 \omega_C - \omega_A)}$	$\frac{1}{\eta_0 i_0 - 1} M_S$	M_S	$\frac{z_D}{z_A} \frac{\eta_2}{\eta_0 i_0 - 1} M_S$
A	C	$0 < \omega_S < \omega_C < \omega_A$	$\frac{\eta_0 \{ \omega_A + (i_0 - 1) \omega_S \}}{\omega_A + (\eta_0 i_0 - 1) \omega_S}$	$\frac{1}{\eta_0 i_0 - 1} M_S$	$\frac{\eta_0 i_0}{\eta_0 i_0 - 1} M_S$	$\frac{z_D}{z_A} \frac{\eta_2}{\eta_0 i_0 - 1} M_S$
A	C	$0 < \omega_S < \omega_C < \omega_A$	$\frac{\eta_0 \omega_A + (i_0 - \eta_0) \omega_S}{\omega_A + (i_0 - 1) \omega_S}$	$\frac{\eta_0}{i_0 - \eta_0} M_S$	$\frac{i_0}{i_0 - \eta_0} M_S$	$\frac{z_D}{z_A} \frac{\eta_1}{i_0 - \eta_0} M_S$