

# ボールめねじの切削におけるいくつかの問題\*

岸 佐年\*\*・両角 宗晴\*\*\*・吉田嘉太郎†

## Some Problems Involved in Cutting an Internal Ball Screw

by Satoshi KISHI, Muneharu MOROZUI and Yoshitaroh YOSHIDA

### 1. 緒 言

回転工具によるねじ切削法において、正しく創成されたねじ面が、同じ回転工具の外周縁円により再び削り取られてしまう、いわゆる干渉現象など種々の問題の生ずる場合の有ることが指摘されていた。このうち軸断面で直線母線を有する紡錘形フライスカッタによるおねじの切削における干渉問題<sup>(1)</sup>、およびギヤホブ切れ刃面の研削における干渉問題<sup>(2)</sup>などについては既に著者等により厳密な解析的研究が行われている。またボールめねじ切削用ねじホブによるボールめねじの軸平行切削法において干渉現象の生ずることが著者の一人により指摘されていた<sup>(3)</sup>。

本論文では、このボールめねじの軸平行切削法について厳密な解析的研究を行い、要求する輪郭のボールめねじの内径部において生ずる干渉現象など種々の問題の実態を究明し、これらを防ぐための回転工具の各諸元の計算法を明らかにする。更に数値例により実際にボールめねじを切削して理論の検証を行う。

### 2. 解 析 理 論

#### 2-1 めねじの軸断面輪郭の方程式と切削用回転工具の軸断面輪郭の計算式

図1に示すごとく、ねじ軸を $z$ 軸として $x$ 軸がねじみぞの中央を通るような $o-xyz$ なるねじの座標系を考える。次に $x=a$ を原点 $O$ とし $x$ 軸と同方向の $X$ 軸を持ち、 $Z$ 軸が $z$ 軸に平行である $O-XYZ$ なる工具の座標系を考える。更に $x=r_c$ を原点 $O'$ とし $x$ 軸と同方向の $u$ 軸を持ち、 $w$ 軸が $z$ 軸に対して角度 $\beta_c$ だけ傾いた $o'-uvw$ 座標系を考える。ここで $r_c$ はボールめねじにおいてボールの中心を通る円筒の半径であり、 $\beta_c$ は

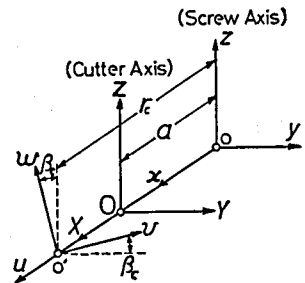


図1 ねじと工具との座標系の関係

\* 昭和60年3月 昭和60年度精機学会春季大会学術講演会にて発表

\*\* 機械工学科 講師

\*\*\* 信州大学工学部 名誉教授

† 榊小金井製作所 課長

原稿受付 昭和61年9月26日

半径  $r_c$  におけるボールねじの進み角である。従って  $uw$  平面はボールねじにおいてねじみぞの中央を通る半径  $r_c$  のつる巻線に垂直な平面であり、また  $o'$  はボールの中心である。

次に図2に示すごとく、 $o'-uvw$  座標系の  $uw$  平面においてボールめねじの輪郭を定めると、ねじみぞの下側の面の輪郭は次式で表される。

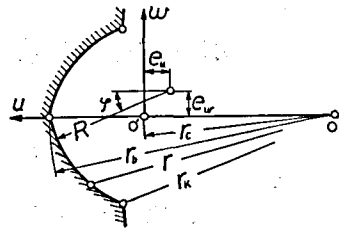


図2 ボールめねじの基準輪郭

$$\left. \begin{aligned} u &= R \cos \varphi - e_u \\ v &= 0 \\ w &= -R \sin \varphi + e_w \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$r_b = \sqrt{R^2 - e_w^2} - e_u + r_c \quad (2)$$

ここで  $r_b$  はめねじの谷半径であるが実際には存在しない。このことは後述する。また  $r_k$  はめねじの内半径、 $r$  はめねじの任意半径、 $R$  はねじみぞの円弧半径、 $e_u$ 、 $e_w$  はねじみぞ円弧半径の中心点の  $u$ 、 $w$  座標値、 $\varphi$  はねじみぞ輪郭を表すための偏角を示す。なお、ねじみぞの形状には図2に示すごとく形状と、単一円弧形状とがあるが、本論文では図2の場合について考察する。そこで式(1)で表されるねじ輪郭を  $o-xyz$  座標系で表し、更にこのねじ輪郭をねじ軸まわりに右ねじ運動させると次のごときねじ面を得る。

$$\left. \begin{aligned} x &= (R \cos \varphi - e_u + r_c) \cos \lambda + (-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c \sin \lambda \\ y &= (R \cos \varphi - e_u + r_c) \sin \lambda - (-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c \cos \lambda \\ z &= (-R \sin \varphi + e_w) \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \lambda \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし  $l$  はねじのリードを表し、従って  $\beta_c$  は次式で計算される。

$$\tan \beta_c = \frac{l}{2\pi r_c} \quad (4)$$

またねじの任意半径  $r$  は次式で表される。

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(R \cos \varphi - e_u + r_c)^2 + (-R \sin \varphi + e_w)^2 \sin^2 \beta_c} = r(\varphi) \quad (5)$$

ここでねじの軸断面輪郭を求めることを考え、式(3)において  $y=0$  として次式を得る。

$$\lambda_{y=0} = \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi - e_u + r_c} \right\} \quad (6)$$

この  $\lambda_{y=0}$  を式(3)の  $z$  の式に代入して次式を得る。

$$z_{y=0} = (-R \sin \varphi + e_w) \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi - e_u + r_c} \right\} = f(\varphi) = f(r) \quad (7)$$

以上のことより、ねじ面を表す式として次式を得る。ただし  $\theta$  は回転角を示す。

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= f(r) + \frac{l}{2\pi} \theta = (-R \sin \varphi + e_w) \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi - e_u + r_c} \right\} + \frac{l}{2\pi} \theta \end{aligned} \right\} (8)$$

次にこのねじ面を工具の座標系で表すと次式となる。

$$\left. \begin{aligned} X &= x - a = r \cos \theta - a \\ Y &= y = r \sin \theta \\ Z &= z = (-R \sin \varphi + e_w) \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi - e_u + r_c} \right\} + \frac{l}{2\pi} \theta \end{aligned} \right\} (9)$$

ここで  $a$  はねじ軸と工具軸との最短距離である。そして式(9)で表されるねじ面を工具軸まわりに回転したとき、これら曲面群の包絡面として工具面が得られる。そこで工具の軸断面輪郭を考え、工具の任意半径を  $\rho$  で表し次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta} = \rho(r, \theta) \\ Z &= (-R \sin \varphi + e_w) \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi - e_u + r_c} \right\} + \frac{l}{2\pi} \theta = Z(\varphi, \theta) = Z(r, \theta) \end{aligned} \right\} (10)$$

### 2-2 同時接触線の条件式と工具面の性質

式(10)は曲線群を表し、この曲線群の包絡線が工具の軸断面輪郭となる。包絡線の条件式は式(10)に対して次のヤコビアンを計算して求めることができる<sup>(4)</sup>。この条件式はねじ面と工具面との同時接触線の条件式でもある。

$$\begin{vmatrix} \partial \rho / \partial r & \partial \rho / \partial \theta \\ \partial Z / \partial r & \partial Z / \partial \theta \end{vmatrix} = 0$$

より次式を得る。

$$r_c \tan \beta_c (r - a \cos \theta) + \frac{C}{D} a \cos \beta_c \sin \theta = g(r, \theta) = 0 \quad (11)$$

ただし

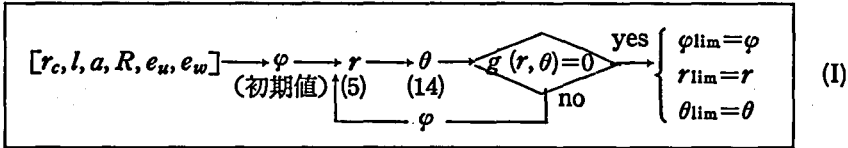
$$C = r_c \{-R - (r_c - e_u) \cos \varphi + e_w \sin \varphi\} \tan^2 \beta_c - r^2 \cos \varphi = C(r, \varphi) = C(r) \quad (12)$$

$$D = R \cos^2 \beta_c \sin \varphi \cos \varphi + (r_c - e_u) \sin \varphi + e_w \sin^2 \beta_c \cos \varphi = D(\varphi) = D(r) \quad (13)$$

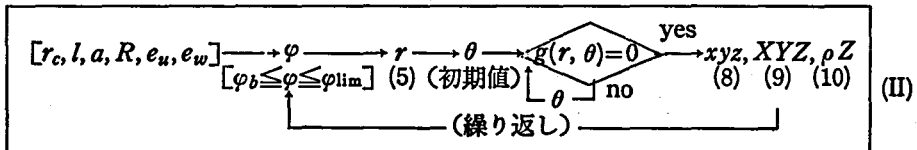
以上により、 $g(r, \theta) = 0$  を満足する  $r, \theta$  の値を式(10)に代入することにより工具の軸断面輪郭が求まり、更に式(8), (9)に代入することによりねじおよび工具の座標系における同時接触線を求めることができる。しかし詳細な数値計算によれば、 $r$  の小さな値に対して  $g(r, \theta) = 0$  を満足する  $\theta$  の根が存在しない場合があり、従ってその場合は同時接触線も存在し得ないことになり、同時接触線の存在範囲に限界のあることがわかる。そこでこの場合の各々の諸元の限界値を求めることを考え、 $\partial g / \partial \theta = 0$  において次式を得る。

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-C}{Dr_c \tan \beta_c}\right) \tag{14}$$

そして限界値  $r=r_{lim}$ ,  $\varphi=\varphi_{lim}$ ,  $\theta=\theta_{lim}$  は次に示す計算手順により求めることができる。



そこで同時接触線の形状および工具の軸断面輪郭は次に示す計算手順により求めることができる。ただし  $\varphi_b$  は  $r_b$  に対応する  $\varphi$  の値である。



この計算手順 (II) による詳細な数値計算の結果により、同時接触線の形状および工具の軸断面輪郭を図3および図4に示す。この図3、図4から工具半径  $\rho$  の値に極小値のあることがわかりこの極小値  $\rho=\rho_{min}$  を求めることを考える。式(10)は  $\rho=\rho(r, \theta)$  であり、また式(11)の  $g(r, \theta)=0$  より  $r=r(\theta)$  と成るから、これを式(10)に代入すると  $\rho=\rho(\theta)$  と考えられる。そこで  $d\rho/d\theta$  を求めることを考え、式(10)から

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{dr}{d\theta} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta}$$

を得、また式(11)より

$$\frac{dr}{d\theta} = -\frac{\frac{\partial g}{\partial \theta}}{\frac{\partial g}{\partial r}} = -\frac{\frac{\partial g}{\partial \theta}}{\frac{\partial g}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dr} + \frac{\partial g}{\partial r}}$$

を得るから、

$$\frac{d\rho}{d\theta} = -\frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{\frac{\partial g}{\partial \theta}}{\frac{\partial g}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dr} + \frac{\partial g}{\partial r}} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta}$$

により求めることができ、式(5)、(10)、(11)、(12)、(13)を用いて次式を得る。

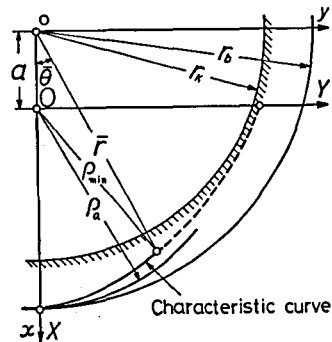


図3 同時接触線とねじ面との関係

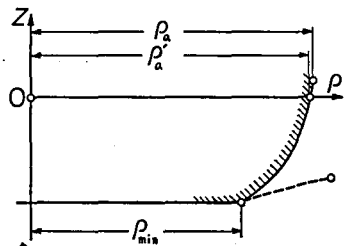


図4 工具の軸断面輪郭

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{a}{\rho} \left\{ r \sin\theta + \frac{RD^2(r - a \cos\theta)(Dr_c \tan\beta_c \sin\theta + C \cos\beta_c \cos\theta)}{(DE - CF) \arccos\beta_c \sin\theta - D^3 R r_c \tan\beta_c + 2D^2 R \arccos\beta_c \cos\phi \sin\theta} \right\}$$

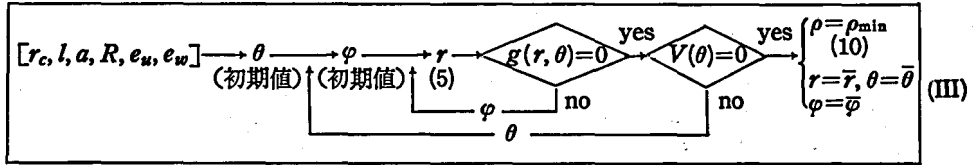
$$= V(r, \varphi, \theta) = V(\theta) \quad (15)$$

ただし

$$E = r_c \{(r_c - e_u) \sin\varphi + e_w \cos\varphi\} \tan^2\beta_c + r^2 \sin\varphi = E(\varphi) \quad (16)$$

$$F = R \cos^2\beta_c (\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) + (r_c - e_u) \cos\varphi - e_w \sin^2\beta_c \sin\varphi = F(\varphi) \quad (17)$$

この  $d\rho/d\theta = V(\theta)$  は横軸を  $\theta$ 、縦軸を  $V(\theta)$  に取ると右上がりの単調増加関数となることが詳細な数値計算の結果明らかにされている。そこで  $d\rho/d\theta = V(\theta) = 0$  とおくと、このときの  $\rho = \rho_{\min}$  の値は次に示す計算手順により求めることができる。  $\rho = \rho_{\min}$  に対応する諸元を  $r = \bar{r}$ 、 $\varphi = \bar{\varphi}$ 、 $\theta = \bar{\theta}$  とする。



これら  $\rho_{\min}$ 、 $\bar{r}$ 、 $\bar{\theta}$  が図3および図4に示されている。

いま正しく求められた工具の軸断面輪郭において、任意半径  $\rho$  における工具圧力角  $\alpha$  を求めることを考える。前述と同様に式(10)および式(11)より、 $\rho = \rho(\theta)$ 、 $Z = Z(\theta)$  となると考えられるから

$$\tan\alpha = \frac{dZ}{d\rho} = \frac{dZ/d\theta}{d\rho/d\theta} = \frac{\partial Z/\partial\varphi \cdot d\varphi/dr \cdot dr/d\theta + \partial Z/\partial\theta}{\partial\rho/\partial r \cdot dr/d\theta + \partial\rho/\partial\theta}$$

により求めることができる。そして式(10)、(5)、(11)、(12)、(13)を用いて次式を得る。

$$\frac{dZ}{d\theta} = r_c \tan\beta_c - \frac{CDR \arccos\beta_c}{r} \cdot \frac{Dr_c \tan\beta_c \sin\theta + C \cos\beta_c \cos\theta}{(DE - CF) \arccos\beta_c \sin\theta - D^3 R r_c \tan\beta_c + 2D^2 R \arccos\beta_c \cos\phi \sin\theta}$$

$$= U(r, \theta) = U(\theta) \quad (18)$$

従って、任意半径  $\rho$  に対応する工具圧力角  $\alpha$  は式(15)、(18)を用いて次式によって求めることができる。

$$\tan\alpha = \frac{U}{V} \quad (19)$$

### 2-3 創成切削の限界と干渉現象

いま式(10)の  $Z$  の式より次式を得る。

$$G(Z, \rho) = Z - (-R \sin\varphi + e_w) \cos\beta_c - \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin\varphi + e_w) \sin\beta_c}{R \cos\varphi - e_u + r_c} \right\} - \frac{l}{2\pi} \theta = 0 \quad (20)$$

この式(20)よりそれぞれ次式を得る.

$$\frac{\partial G}{\partial Z} = 1, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial Z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial Z \partial \rho} = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial \rho} = \left( \frac{\partial G}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{dr}{d\theta} + \frac{\partial G}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{d\rho} = -\frac{U}{V} = -\tan\alpha$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} = -\frac{d(\tan\alpha)}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{d\rho} = -\frac{d(\tan\alpha)}{d\theta} \cdot \frac{1}{V}$$

$\rho = \rho_{\min}$  のとき,  $V(\theta) = 0$ ,  $\tan\alpha \neq 0$  だから

$$\left( \frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} \right)_{\rho = \rho_{\min}} = -\infty \neq 0$$

となる. 従って  $\rho = \rho_{\min}$  のとき

$$\frac{\partial^2 G}{\partial Z^2} \cdot \frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} - \left( \frac{\partial^2 G}{\partial Z \partial \rho} \right)^2 = 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} \neq 0$$

が成立するから, 工具の軸断面輪郭  $G(Z, \rho) = 0$  は  $\rho = \rho_{\min}$  で尖点となる. 従って図3および図4において  $\rho = \rho_{\min}$  を境にして破線で示した同時接触線と工具の軸断面輪郭は, それぞれ虚の同時接触線, 虚の工具輪郭であり, これら虚の同時接触線, 虚の工具輪郭からは理論的に正しい輪郭のねじ面を創成することはできない. そして図3に示すごとく,  $\rho_{\min}$  に対応するねじ半径  $\bar{r}$  がねじの内半径  $r_k$  に比較して  $r_k \leq \bar{r}$  となると, ねじ面の  $r_k \leq r < \bar{r}$  の範囲は理論的に正しい輪郭のねじ面が創成されず, 図5に示すごとく, 工具面上の半径  $\rho_{\min}$  の切削刃がねじの軸断面を通過するときに, ねじの軸断面上に描く軌跡そのものにより輪郭が決定される. そしてこの軌跡は  $r_k \leq r < \bar{r}$  の範囲の理論的に正しいボールめねじの軸断面輪郭を余分に削り取る干渉現象を生じていることがわかる. この干渉現象のねじ内径部における軸方向干渉量  $\delta_a$  の計算法は後述する. そしてこの干渉を避けるためには与えられたねじの諸元に対して  $\bar{r} < r_k$  となるような工具の諸元を選べばよい. そこで与えられたねじの諸元に対して,  $\bar{r} < r_k$  となるように工具側で変化させ得る諸元として工具外半径を選ぶ. このことは工具軸とねじ軸との最短距離  $a$  を変化させることである. 計算手順(III)による詳細な数値計算によれば, 軸間距離  $a$  を徐々に大きくしたとき,

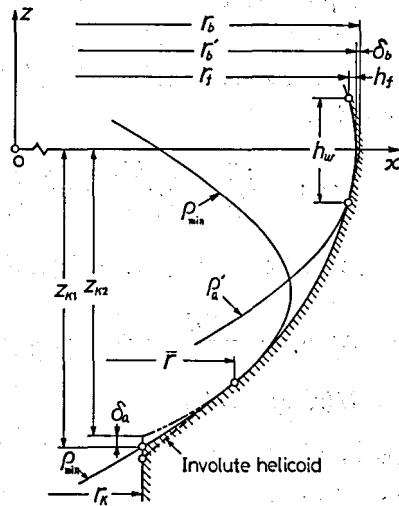
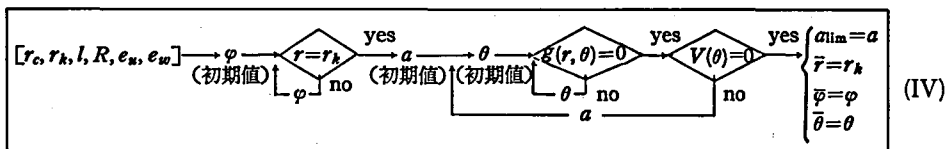


図5 ねじ軸断面内の工具軌跡と干渉現象の関係

$\bar{r}$  の値は単調減少することが確認されている。従って軸間距離  $a$  をある値より大きく取れば  $\bar{r} < r_k$  となり得ることがわかる。そこで  $\bar{r} = r_k$  となるときの軸間距離  $a_{lim}$  を求めるために次に示す計算手順を用いる。

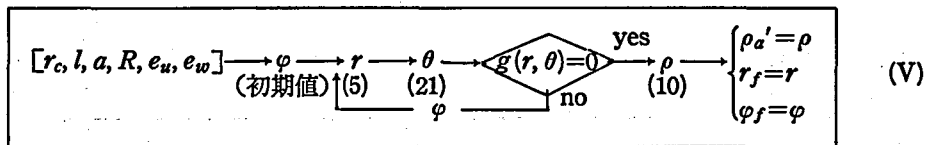


こうして求めた  $a_{lim}$  の値に対して、 $a \geq a_{lim}$  となるように工具の各諸元を設計すれば  $\bar{r} \leq r_k$  となり干渉現象は生じない。

次に図4に示した工具輪郭の理論計算結果において、与えられたねじの谷半径  $r_b$  を創成切削する工具外半径  $\rho_a$  の  $Z$  座標値が  $Z > 0$  となっている。しかし実際の回転工具においては工具輪郭の上面と下面とを対称に製作するから、ねじみぞの下側の面を切削する工具の下側の面の輪郭は  $Z \leq 0$  の範囲になければならない。そこで  $Z = 0$  に対応する工具の実際の外半径を  $\rho_a'$  とすれば半径  $\rho_a'$  の工具面上の切削円がねじの軸断面上に描く軌跡は図5に示すごとくなる。この図5から明らかのごとく、工具面上の半径  $\rho_a'$  の切削円はねじ面上の半径  $r_f$  の点を正しく創成し、 $r_f < r \leq r_b'$  の範囲では与えられたねじ輪郭を正しく創成することができず隅肉を形成する。そしてこの場合、 $r_b'$  の値がめねじの実際の谷半径となり、 $r_b$  は存在しないことがわかる。また図5に示した隅肉高さ  $h_f$ 、隅肉幅  $h_w$ 、および  $\delta_b$  などの計算法は後述する。いま式(10)において  $Z = 0$  とおいて次式を得る。

$$\theta = \frac{(R \sin \varphi - e_w) \cos \beta_c}{r_c \tan \beta_c} - \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi - e_u + r_c} \right\} \quad (21)$$

この式(21)を用いて、 $\rho_a'$ 、 $r_f$ 、 $\varphi_f$  の値は次に示す計算手順により求めることができる。

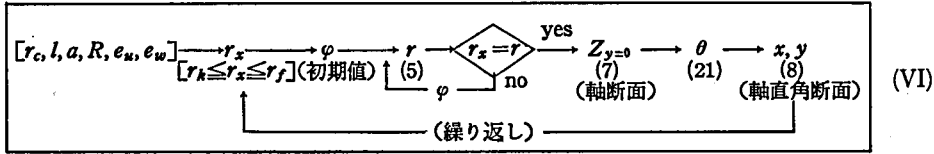


そしてめねじの実際の谷半径  $r_b'$  の値は次式によって求めることができる。

$$r_b' = a + \rho_a' \quad (22)$$

#### 2-4 ねじの断面輪郭と工具軌跡および干渉量の計算法

これまで述べた解析理論の理解のためには、図5に示したごときねじの軸断面輪郭または軸直角断面輪郭や、これら断面上に工具面上の切削円が描く軌跡を知ることが有効である。ねじの軸断面は  $xz$  平面 ( $y=0$ ) を考え、従って輪郭は式(5)および式(7)により、またねじの軸直角断面は  $xy$  平面 ( $z=0$ ) を考え、従って輪郭は式(8)および式(21)などを用いて、次に示す計算手順によりそれぞれ求めることができる。



次に工具軌跡の求め方を考える。そこで与えられたねじ輪郭を切削するために理論的に正しく求められた工具面を次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} X &= \rho \cos\theta \\ Y &= \rho \sin\theta \\ Z &= (-R\sin\varphi + e_w)\cos\beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R\sin\varphi + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\varphi - e_u + r_c} \right\} + \frac{l}{2\pi}\theta \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし  $\theta$  は工具の回転角を示し、また  $\rho$  は式(10), (11)を同時に満足する  $r$  (または  $\varphi$ ) と  $\theta$  とに対するものである。この工具面をねじの座標系で表し、更にこれをねじ軸まわりに回転角  $\lambda$  で右ねじ運動をさせたとき、得られる曲面群は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} x &= (a + \rho \cos\theta)\cos\lambda - \rho \sin\theta \sin\lambda \\ y &= (a + \rho \cos\theta)\sin\lambda + \rho \sin\theta \cos\lambda \\ z &= (-R\sin\varphi + e_w)\cos\beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R\sin\varphi + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\varphi - e_u + r_c} \right\} + \frac{l}{2\pi}\theta + \frac{l}{2\pi}\lambda \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

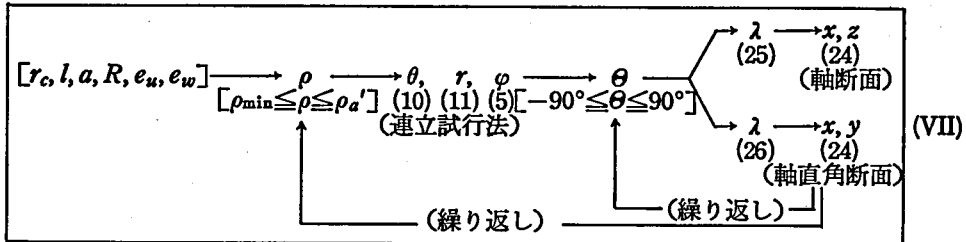
そこで、この式(24)において  $y=0$  とおいて、

$$\lambda = \tan^{-1} \left( \frac{-\rho \sin\theta}{a + \rho \cos\theta} \right) \quad (25)$$

を得、同様に式(24)において  $z=0$  とおいて、

$$\lambda = \frac{(R\sin\varphi - e_w)\cos\beta_c}{r_c \tan\beta_c} - \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R\sin\varphi + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\varphi - e_u + r_c} \right\} - \theta \quad (26)$$

を得る。これらの各式を用いて次に示す計算手順により各々の断面上へ描かれる工具軌跡を求めることができる。



ここで工具面上の半径  $\rho_{min}$  の切削円の軌跡によりねじ面の半径  $r_k \leq r < \bar{r}$  の範囲に生ずる干渉現象の、内半径  $r_k$  におけるねじ軸方向干渉量  $\delta_a$  を求めることを考える。いま工具が軌跡を描く平面を  $xz$  平面 ( $y=0$ ) とする。そして  $\rho_{min}$  の描く工具軌跡がねじの内半径  $r=r_k$  を通過するときの回転角を  $\theta=\theta_k$  とすると、式(24)より  $r_k^2 = x^2 + z^2 = (a + \rho_{min} \cos\theta_k)^2$



$+(\rho_{\min}\sin\theta_k)^2$  を得、これより次式を得る。

$$\cos\theta_k = \frac{r_k^2 - a^2 - \rho_{\min}^2}{2a\rho_{\min}} \quad (27)$$

そこで  $xz$  平面内において  $\rho_{\min}$  の工具軌跡が  $r=r_k$  を通過するときの  $z$  座標値  $z_{k1}$  は、式(24)の  $z$  の式に  $\rho_{\min}$  に対応する  $\bar{\varphi}$ ,  $\bar{\theta}$  を代入し、更に式(25)において  $\theta$  を  $\theta_k$  として、これを式(24)へ代入して次式を得る。

$$z_{k1} = (-R\sin\bar{\varphi} + e_w)\cos\beta_c + \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{(-R\sin\bar{\varphi} + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\bar{\varphi} - e_u + r_c}\right\} \\ + \frac{l\bar{\theta}}{2\pi} + \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{-\rho_{\min}\sin\theta_k}{a + \rho_{\min}\cos\theta_k}\right\} \quad (28)$$

また与えられたねじの軸断面輪郭の  $r=r_k$  における  $z$  座標値  $z_{k2}$  は式(7)により次式により求められる。ただし  $\varphi_k$  は  $r=r_k$  に対して式(5)を満足する値である。

$$z_{k2} = (-R\sin\varphi_k + e_w)\cos\beta_c + \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{(-R\sin\varphi_k + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\varphi_k - e_u + r_c}\right\} = f(r_k) \quad (29)$$

そこでねじ軸方向の干渉量  $\delta_a$  は

$$\delta_a = z_{k1} - z_{k2} \\ = R(\sin\varphi_k - \sin\bar{\varphi})\cos\beta_c + \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{(-R\sin\bar{\varphi} + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\bar{\varphi} - e_u + r_c}\right\} + \frac{l\bar{\theta}}{2\pi} \\ + \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{-\rho_{\min}\sin\theta_k}{a + \rho_{\min}\cos\theta_k}\right\} - \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{(-R\sin\varphi_k + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\varphi_k - e_u + r_c}\right\} \quad (30)$$

を得、次に示す計算手順により求めることができる。こうして求めた  $\delta_a$  の値が  $\delta_a > 0$  となるときは干渉現象は生じない。

$[r_c, l, a, R, e_u, e_w] \longrightarrow \rho_{\min}, \bar{\varphi}, \bar{\theta} \xrightarrow{\text{(III)}} (r=r_k) \xrightarrow{\text{(5)}} \varphi = \varphi_k \xrightarrow{\text{(27)}} \theta_k \xrightarrow{\text{(30)}} \delta_a$ (試行法)	(VIII)
--	--------

次にめねじの谷底部における隅肉について考える。隅肉始まりの半径  $r_f$  およびこれに対応する  $\varphi_f$ ,  $\rho_a'$  などは既に計算手順(V)によって求められている。そこで  $r_f$  に対応するねじの  $z$  座標値  $z_f$  は  $\varphi_f$  を式(7)へ代入して次式で求められる。

$$z_f = (-R\sin\varphi_f + e_w)\cos\beta_c + \frac{l}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\frac{(-R\sin\varphi_f + e_w)\sin\beta_c}{R\cos\varphi_f - e_u + r_c}\right\} = f(r_f) \quad (31)$$

以上により、図5に示した隅肉高さ  $h_f$ , 隅肉幅  $h_w$ , および  $\delta_b$  などはそれぞれ次式によって求めることができる。

$$h_f = r_b' - r_f = a + \rho_a' - r_f \quad (32)$$

$$h_w = 2|z_f|$$

$$= 2 \left| (-R \sin \varphi_f + e_w) \cos \beta_c + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(-R \sin \varphi_f + e_w) \sin \beta_c}{R \cos \varphi_f - e_w + r_c} \right\} \right| \quad (33)$$

$$\delta_b = r_b - r_b' = r_b - (a + \rho_a') = r_b - a - \rho_a' \quad (34)$$

### 2-5 最小工具半径以下の工具輪郭とそのねじ面

いま与えられたボールめねじの諸元に対して、可能な限り工具外半径を小さく（中心距離  $a$  を大きく）して干渉を避けようと努力してもなお  $r_k < \bar{r}$  となって干渉を生ずるが、しかしこの時の  $\bar{r}$  の値がボールとめねじとの接触点の半径の値よりかなり小さく、従ってめねじとしての機能には支障が無い場合を考える。このような干渉が生ずる場合は  $\rho_{\min}$  に対応する  $Z$  座標値の絶対値  $|Z_{\min}|$  はかなり小さくなるのが予想でき、従ってこのときの工具幅  $W = 2|Z_{\min}|$  が小さ過ぎて工具の強度的な面で不具合を生ずることが考えられる。そこでこの様な場合の半径  $\rho_{\min}$  以下の工具の輪郭を理論的に正しい工具輪郭への  $\rho_{\min}$  における接線（傾き  $\tan \alpha_{\min}$ ）を母線とする紡錘形状の回転面と定めて工具幅を大きく取ると、このときの工具の下側の面は次式によって表される。

$$\left. \begin{aligned} X &= \rho \cos \theta \\ Y &= \rho \sin \theta \\ Z &= Z_{\min} - (\rho_{\min} - \rho) \tan \alpha_{\min} \quad [\rho < \rho_{\min}, Z_{\min} < 0] \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

そしてこの工具面をねじの座標系で表し、更にねじ軸まわりに回転角  $\lambda$  で右ねじ運動させると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} x &= (a + \rho \cos \theta) \cos \lambda - \rho \sin \theta \sin \lambda \\ y &= (a + \rho \cos \theta) \sin \lambda + \rho \sin \theta \cos \lambda \\ z &= Z_{\min} - (\rho_{\min} - \rho) \tan \alpha_{\min} + \frac{l}{2\pi} \lambda \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

この式(36)は曲面群を表し、この曲面群の包絡面がねじ面となる。そしてこの包絡されたねじ面は理論的に正しいインボリュートヘリコイドのねじ面となること、および包絡面の条件式（同時接触線の条件式）は次式となることが著者等により既に明らかにされている<sup>6)</sup>。

$$\sin \theta = \frac{l}{2\pi a \tan \alpha_{\min}} \quad (37)$$

そこで、この包絡されたねじ面をねじの軸断面 ( $y=0$ ) で表すために、式(36)において  $y=0$  として式(25)と同様な式を得、これを用いてインボリュートヘリコイドの軸断面輪郭は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + 2a\rho \cos \theta + \rho^2} \\ z &= Z_{\min} - (\rho_{\min} - \rho) \tan \alpha_{\min} + \frac{l}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{-\rho \sin \theta}{a + \rho \cos \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

また式(38)の  $r$  の式より次式を得る。

$$\rho = -a \cos \theta + \sqrt{r^2 - a^2 \sin^2 \theta} \quad (39)$$

これらの各式を用いて次に示す計算手順によりインボリュートヘリコイドの軸断面輪郭を求めることができる。

$$\boxed{
 \begin{array}{c}
 [\rho_{\min}, Z_{\min}, \alpha_{\min}] \xrightarrow{\theta} r \xrightarrow{\rho} z \\
 (37) \quad [r_k \leq r \leq \bar{r}] \quad (39) \quad (38) \\
 \uparrow \text{(繰り返し)} \quad \uparrow
 \end{array}
 } \quad (IX)$$

このインポリュートヘリコイドの軸断面輪郭は、半径  $\rho_{\min}$  の切削円がねじの軸断面上に描く軌跡により、更に余分にボールめねじの理論輪郭を削り取る。この様子が図5に破線で示されている。しかし前述のごとくボールめねじの機能に支障は生じない。

2-6 ねじ面上の一螺線が工具の軸断面上に描く軌跡

ここまで述べて来たごとく、与えられたねじ面を創成するために理論的に正しく求められた工具面上の切削円が、ねじの軸断面または軸直角断面上に描く軌跡により、与えられたねじ面の理論輪郭を余分に削り取ってしまう干渉現象を生ずることは、視点を変えると、与えられたねじ面上の一螺線が工具の軸断面上に描く軌跡により、正しく求められた工具の輪郭を余分に削り取る現象を生ずることになる。そこでねじ面上の一螺線が工具の軸断面上へ描く軌跡を求めることを考えると、これは既に述べた式(10)で表される曲線群のうちの1本を求めることである。ここでは一般論で述べる。まず与えられたねじ面を次式のごとく一般式で表す。

$$\left. \begin{array}{l}
 x = r \cos \theta \\
 y = r \sin \theta \\
 z = f(r) + \frac{l}{2\pi} \theta
 \end{array} \right\} \quad (40)$$

このねじ面を、めねじの軸平行切削の場合として工具の座標系で表すと次式となる。

$$\left. \begin{array}{l}
 X = r \cos \theta - a \\
 Y = r \sin \theta \\
 z = f(r) + \frac{l}{2\pi} \theta
 \end{array} \right\} \quad (41)$$

そこでこのねじ面を工具の軸まわりに回転角  $\lambda$  で回転運動させると次のごとき曲面群を得る。

$$\left. \begin{array}{l}
 X = (r \cos \theta - a) \cos \lambda - r \sin \theta \sin \lambda \\
 Y = (r \cos \theta - a) \sin \lambda + r \sin \theta \cos \lambda \\
 Z = f(r) + \frac{l}{2\pi} \theta
 \end{array} \right\} \quad (42)$$

さらにこれを工具の軸断面で表すと次式となる。

$$\left. \begin{array}{l}
 \rho = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta} \\
 Z = f(r) + \frac{l}{2\pi} \theta
 \end{array} \right\} \quad (43)$$

これらの各式を用いて次に示す計算手順により、ねじ面上の一螺線が工具の軸断面上に描く軌跡が求められる。

$$\boxed{
 \begin{array}{c}
 [a, r, f(r)] \xrightarrow{\theta} \rho, Z \\
 [-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ] \quad (43) \\
 \uparrow \text{(繰り返し)} \quad \uparrow
 \end{array}
 } \quad (X)$$

3. 数値計算例と実験

いま数値計算例のボールめねじの諸元として、 $r_c=14.660\text{mm}$ ,  $r_k=15.807\text{mm}$ ,  $l=12.700\text{mm}$ ,  $R=4.000\text{mm}$ ,  $e_u=e_w=0.303\text{mm}$  を選ぶ。従って  $r_b=18.346\text{mm}$  となる。この場合、計算手順 (IV) によれば  $\bar{r}=r_k=15.807\text{mm}$  となって干渉現象の発生の限界となるのは、 $a=a_{\text{lim}}=9.156\text{mm}$ ,  $\rho=\rho_{\text{min}}=7.287\text{mm}$  のときである。またこのとき、 $\bar{\varphi}=68^\circ 51' 38''$ ,  $\bar{\theta}=14^\circ 12' 38''$  となる。そこであえて干渉を生ずるような数値計算例として  $a=3.850\text{mm} < a_{\text{lim}}$  を選び、また干渉を生じない数値計算例として  $a=9.700\text{mm} > a_{\text{lim}}$  を選ぶ。そしてこの二つの数値計算例に対して前述した各計算式、計算手順を用いて回転工具とボールめじとの各諸元の値を求め、表 1 に一覧表として示す。

3-1 干渉を生ずる数値計算例

いま干渉を生ずる数値計算例について計算手順 (VI), (VII) によりねじの軸断面輪郭とねじの軸断面上への工具軌跡を求め、その結果を図 6 に示す。この図 6 より、工具面上の半径  $\rho_{\text{min}}=13.722\text{mm}$  の切削円がねじ輪郭の半径  $\bar{r}=16.903\text{mm}$  の点を正しく創成し、 $\bar{r} > r \geq r_k$  の範囲では  $\rho_{\text{min}}$  の描く軌跡により、要求されている正しいねじ輪郭に対してねじ面を余分に削り取ってしまう干渉現象を生じていることがわかる。そしてこのときのねじ軸方向干渉量は  $\delta_a=-0.081\text{mm}$  となり表 1 に示されている。

次に半径  $\rho_{a'}=14.493\text{mm}$  の工具面上の切削円は半径  $r_f=18.339\text{mm}$  のねじ面を正しく創成し、 $r_f < r \leq r_b'$  の範囲では  $\rho_{a'}$  の描く軌跡そのものにより隅肉を形成していることがわかる。そしてこの場合の隅肉高さ  $h_f=0.004\text{mm}$ , 隅肉幅  $h_w=0.160\text{mm}$ ,  $\delta_b=0.003\text{mm}$  が表 1 に示されている。また任意半径  $\rho=14.107\text{mm}$  の工具面上の切削円は、半径  $r=17.816\text{mm}$  のねじ面を正しく創成していることがわかる。

いま  $\rho_{\text{min}}$  以下の半径の工具面の輪郭を、式

表 1 計算結果

与えられたボールめねじの諸元		備考	
$r_c=14.660\text{mm}$	$r_k=15.807\text{mm}$	式(2) 計算手順(IV) 計算手順(III)	
$l=12.700\text{mm}$	$R=4.000\text{mm}$		
$e_u=0.303\text{mm}$	$e_w=0.303\text{mm}$		
従って			
$r_b=18.346\text{mm}$	$a_{\text{lim}}=9.156\text{mm}$	計算手順(III)	
$\rho_{\text{min}}=7.287\text{mm}$	$\bar{\varphi}=68^\circ 51' 38''$		
$\bar{\theta}=14^\circ 12' 38''$			
	干渉を生ずる場合	干渉を生じない場合	備考
$a$	$3.850\text{mm} < a_{\text{lim}}$	$9.700\text{mm} > a_{\text{lim}}$	与える
$\rho_{\text{min}}$	$13.722\text{mm}$	$6.644\text{mm}$	計算手順(III)
$\bar{r}$	$16.903\text{mm} > r_k$	$15.724\text{mm} < r_k$	
$\bar{\varphi}$	$50^\circ 33' 20''$	$70^\circ 7' 34''$	
$\bar{\theta}$	$30^\circ 24' 36''$	$13^\circ 1' 15''$	
$\alpha_{\text{min}}$	$40^\circ 6' 41''$	—	式(19)
$\rho_{a'}$	$14.493\text{mm}$	$8.646\text{mm}$	計算手順(V)
$r_f$	$18.339\text{mm}$	$18.3448\text{mm}$	
$r_b'$	$18.343\text{mm}$	$18.3454\text{mm}$	式(22)
$s_{a1}$	$-3.537\text{mm}$	$-3.4560\text{mm}$	式(28)
$s_{a2}$	$-3.456\text{mm}$	$-3.4561\text{mm}$	式(29)
$\delta_a$	$-0.081\text{mm}$	$+0.0001\text{mm}$	式(30)
$h_f$	$0.004\text{mm}$	$0.0006\text{mm}$	式(32)
$h_w$	$0.160\text{mm}$	$0.031\text{mm}$	式(33)
$\delta_b$	$0.003\text{mm}$	$0.0006\text{mm}$	式(34)
$\rho_k$	—	$6.651\text{mm}$	式(10)

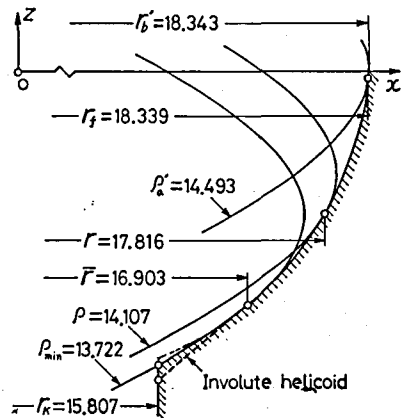


図 6 干渉を生ずる数値例

(35)のごとく  $\rho_{\min}$  における正しい工具輪郭への接線(傾き  $\tan\alpha_{\min}$ )を母線とする紡錘形状と考えると、この工具面により創成されるインボリュートヘリコイドの軸断面輪郭は、計算手順(IX)により求められ図6に破線で示されている。

次にこの数値例に対して、計算手順(X)を用いてねじ面上の一螺線が工具の軸断面上に描く軌跡を求める。そして与えられたねじ輪郭の内半径  $r_k=15.807\text{mm}$  における  $z$  座標値は表1より  $z_{k2}=f(r_k)=-3.456\text{mm}$  であるので、この点  $[r_k, z_{k2}]$  を通る螺線が工具の軸断面上へ描く軌跡を計算手順(X)を用いて求め、図7に実線で示す。図7より、この軌跡は理論的に正しく求められた工具輪郭と交っていることがわかり、干渉現象の生ずることが裏付けられる。また半径  $\rho_{\min}$  の工具軌跡がねじの内半径  $r_k$  を通過するときの  $z$  座標値は表1より  $z_{k1}=-3.537\text{mm}$  であるので、この点  $[r_k, z_{k1}]$  を通る螺線が工具の軸断面上に描く軌跡を計算手順(X)により求め図7に破線で示す。この軌跡は正しく求められた工具輪郭に半径  $\rho_{\min}$  の点で接している様子がわかる。

3-2 干渉が生じない数値計算例

次に干渉を生じない数値計算例について、計算手順(VI), (VII)により、ねじの軸断面輪郭および軸断面上への工具軌跡を求め、その結果を図8に示す。この図8より、この諸元の工具による切削においては何の干渉現象も生じておらず、要求されるねじの輪郭が正しく創成されていることがわかる。なおこの場合、ねじの内半径  $r_k=15.807\text{mm}$  のねじ面は、半径  $\rho_k=6.651\text{mm} > \rho_{\min}$  の工具面上の切削円により創成されている。

3-3 ねじの切削実験

万能フライス盤を用いて、前述した二つの数値例に対して実際にねじの切削実験を行った。この場合、数値を約3.78倍に拡大し、ねじのリードを  $l=48.000\text{mm}$  (数値計算例では  $l=12.700\text{mm}$ ) とした。そして計算手順(II)により工具の軸断面輪郭を求め、フライスカッタを2種類試作した。なおこの場合、工具の輪郭は半径  $\rho_{\min}$  までに止め、 $\rho_{\min}$  以下を紡錘形状とすることは避けた。これら試作工具を用いて万能フライス盤により、アルミ合金丸棒を素材にしてねじ切削を行った。このねじ切削の様子を図9に、また図10にフライスカッタと切削されたねじの各々2組を、写真で示す。これら切削されたねじのねじ面を肉眼で観察すると、干渉を生ずる数値例のねじ面の内径付近は工具半径  $\rho_{\min}$  の切削円の軌跡として筋状に削られた面から成っており、これは明らかに正規の被削ねじ面とは異なることがわかり干渉

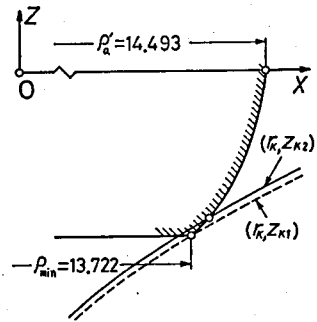


図7 工具の軸断面輪郭と螺線の軌跡

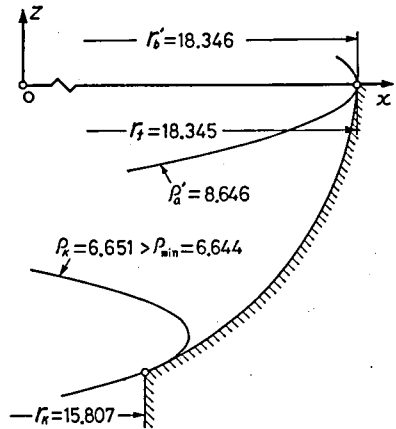


図8 干渉を生じない数値例

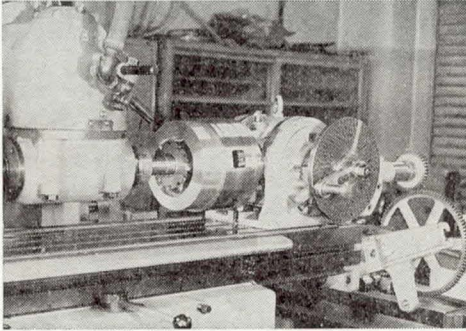


図9 ボールめねじの切削

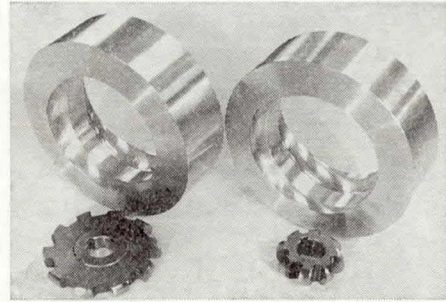


図10 回転工具と切削されたボールめねじ

を生じていることが確認された。

#### 4. 結 言

ボールめねじを回転工具により軸平行切削する場合について厳密な解析的研究を行い、ボールめねじの内径付近において、要求されるねじ輪郭が余分に削り取られてしまう干渉現象の発生する場合のあることなど、種々の問題の発生の実態を明らかにした。そして、これらの問題の発生を避けるための回転工具の各諸元の決定法を示した。また数値例に対して実際に回転工具を設計・試作し、これを用いてボールめねじを切削して理論の検証を行った。

最後に、フライスカッタの試作に協力された(株)小金井製作所、およびボールめねじの切削に助力された信州大学工学部 平田幸吉氏に感謝の意を表します。

#### 参 考 文 献

- (1) 両角宗晴・岸 佐年：紡錘形フライスカッタによるねじ切りにおける干渉の解析的研究，精密機械，48，12（1982），1614.
- (2) 両角宗晴・岸 佐年：ギヤホブ切れ刃面の研削における干渉の解析と研削用砥石の輪郭計算用近似式の誤差評価，精密機械，49，8（1983），1102.
- (3) 吉田嘉太郎：ねじ・歯切工具の干渉を加味した歯形設計（第1報），日本機械学会講演論文集，No. 780-8（1978），117.
- (4) 両角宗晴：ねじ解析理論とその応用，産経出版社（1985），7.
- (5) 岸 佐年・両角宗晴：紡錘形フライスカッタによるおねじとめねじの軸平行切削，機械の研究，35，4（1983），499.