

自由表面を持つテイラー渦の流れの変化と 波状テイラー渦への遷移

(第1報 主として奇数セルの場合)

戸谷 順信*・植木 良昇**

1. 緒 言

同軸二重円柱間における粘性流体の流れは、内側の円柱の回転を増加させることによってクエット流から積重ったセル構造を持つテイラー渦流れになる。テイラー渦流れに関して多くの研究報告があるが⁽¹⁾⁽²⁾、それらの内容は内外円柱間の隙間が小さく、円柱長さが隙間に比較して長い場合、即ちアスペクト比が非常に大きな値について行なわれており、現在もその条件下での実験が多くを占める。このことは、G. I. Taylor の理論解析が無限長さと、小さい隙間を仮定して行なわれていたからであり、又円柱の端面効果を除く理由からでもある。

その中で Eagles (1971)⁽³⁾ はその仮定を取り除いて検討しており、Benjamin (1978)⁽⁴⁾ は小さいアスペクト比についてそのセル構造の理論的検討を行っている。しかしその研究数は多くなく、又半溶融加工法等の工学上の問題に應用される様にアスペクト比の小さい場合の検討が必要であると思われる。

従来の研究においてレイノルズ数の変化に対する流れの状態が分類されているが⁽⁵⁾、その定義、名称は多種であり、まだ定まっていない様である。例えば、レイノルズ数の増加により、クエット流→テイラー渦流れ→波状テイラー渦流れ→乱流と分類されるのが一般的であるが、更に波状テイラー渦流れから乱流までを細かく分類することも行なわれている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。これらの状態は、アスペクト比、内外円柱の半径比によって変化するが、アスペクト比が小さい場合はあまり調べられていない。レイノルズ数の増加によって、セル構造を持つテイラー渦は回転軸方向に波打つ周期運動を始める。このテイラー渦から波状テイラー渦への遷移は渦状態の安定性という点で重要であり、いくつかの報告があるが⁽⁷⁾⁽⁸⁾、アスペクト比、内外円柱の半径比、端面効果等の条件について考察するには十分ではない。

本研究は作動流体の上端が自由表面の場合について、可視化法を用いてテイラー渦の変化を調べ、アスペクト比が小さい場合のセル構造について各セルの高さをレイノルズ数に対し明らかにし、更に各アスペクト比に対してテイラー渦から波状テイラー渦へ遷移する臨界レイノルズ数を求めたものである。

記 号

R_1 : 内側円柱の外半径

R_2 : 外側円柱の内半径

* 機械工学科助手

** 機械工学科助教授

原稿受付 昭和61年9月30日

D : 内外円柱の隙間 ($=R_2-R_1$)	L : 作動流体の高さ
R_1/R_2 : 半径比	Γ : アスペクト比 ($=L/D$)
N : 内側円柱の回転数	ν : 動粘度
ω : 角速度	Re : レイノルズ数 ($=\omega R_1 D/\nu$)

2. 実験装置及び方法

2-1. 実験装置

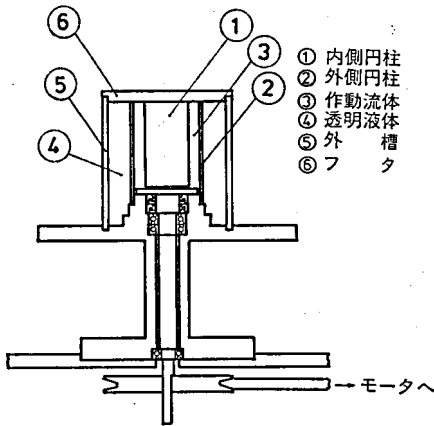


図1 装置

本実験に使用した装置の概略図を図1に示す。本装置は外径が 40.19 ± 0.006 mmで、ステンレス鋼の内側円柱①が回転する。回転フレは、0.015mm以下である。アクリル樹脂の外側円柱②は内径 60.106 ± 0.024 mmであり、固定している。作動流体の高さは約80mmまで変化させることができ、 Γ はほぼ8まで変化する。外側円柱の外側に上面方向から見て四角形の槽⑤を4枚のアクリル板で作り、その中へ透明液体を入れる。これは観察した像の光の屈折を補正する為と、作動流体への外温の影響を小さくする為である。しかし後者の効果は実験中の作動流体の最大温度差が通常は2deg, 最大の時で3.6deg.であったことを考えると、あまりなかった。内側円柱の回転はサーボモータ(エンコーダ付)からベルトにより駆動される。

サーボモータは直流電圧で速度を制御し、設定電圧と回転数は直線関係である為、あらかじめ設定電圧に対し、回転数をストップウォッチで測定し、校正グラフを求めておいて、実験式より設定電圧値から回転数を算出した。実際の精度はすべての回転数の範囲で $\pm 3.5\%$ であった。

作動流体はグリセリンと水の体積比で1:1の混合液であり、流れの可視化の為にアルミ粉(径0.01mm程度)を約0.0013 g/ml混入させる。更にアルミ粉が混合液に十分均一に混合する様に数滴の無リン洗剤を入れた。作動流体の動粘度はあらかじめ各温度に対する動粘度をオストワルド改良型粘度計(精度:15.6°C未満 1%, 15.6°C以上 0.2%)にて測定し、校正表を作り、実験毎に棒温度計(0.5 deg. 単位)で0.1 deg. 単位で測定し求めた。温度測定からの動粘度の精度は約0.4%である。又動粘度のアルミ粉による影響は約2%(25°C)であった。

2-2 実験方法

2-2-1 流れの可視化

作動流体の上端を自由表面とし、半径比が $R_1/R_2=0.667$ の場合における流れの状態を観察した。パラメータはReと Γ であり、Reは $Re=\omega R_1 D/\nu$ で表わされ、約2200程度まで変化させた。 Γ は0.53から7.98まで変化させた。

2-2-2 セルの高さの測定

モータを起動し Re を 0 から徐々に増加していくと、ある臨界 Re を越えたところで何層にも積重なったセル構造を持つテイラー渦流れとなる。この状態は定常状態である為、そのセルの高さを測定することができる。その各層のセルの高さは流れを代表するパラメータとして重要なので、テイラー渦が発生してから、セルが波打って測定が不可能になる状態までセルの高さを測定した。測定は 0.01mm 単位の読み取り顕微鏡を使用した。

2-2-3 波状テイラー渦へ遷移する臨界レイノルズ数

テイラー渦状態からさらに Re を増加させると、セルとセルの境界が波打つ、波状テイラー渦状態へ遷移する。各 Γ について構成するセル構造が波状状態に遷移する臨界レイノルズ数 (Rc_2) を求めた。この場合、 Re を設定した直後にはこのセル構造の波状現象は確認しにくい、ある時間経過すると波打ち現象は大きくなり、はっきりと目視で確認できる様になる。よって Re を設定後しばらく待つ必要がある。

テイラー渦流れの一般の緩和時間について Snyder (1969)⁽⁹⁾ は、それは作動流体高さに依存し、 cL^2/ν (c は定数) で表わされるとしており、実際に実験において $c=0.15$ で行っている。本実験では L が小さい為、何回かの試行後さらに長い 4 分を緩和時間とした。これは $L=80\text{mm}$ 、 $\nu=6.0\text{mm}^2/\text{s}$ とすると $c=2.25$ になる。

3. 結果と考察

3-1 流れの可視化観察

3-1-1 レイノルズ数に対する流れの状態

流れの状態の写真とその図を図 2 に示す。作動流体の上端が自由表面である場合、 Γ を固定して Re を極めて徐々に (準静的) に増加させると、流体は初めクエット流になり、ある臨界レイノルズ数 (Rc_1) を越えると内側円柱の表面付近の何ヶ所からはほぼ同時に遠心力によって半径方向へ流れが生じ、外側円柱内壁に湧き出る様に達した後、回転軸方向の上下方向に分かれ、外側円柱内壁から吸い込まれる様に内側円柱に向う。この境界の定義は図 2 に示した。この様な流れが何層も積重なり、セル構造を持ったテイラー渦を構成する。テイラー渦に遷移する Rc_1 はアルミ粉を使用した可視化法では明瞭に確認できないが、ほぼ 100 付近であると思われる。この値については、Cole (1976)⁽⁷⁾、鳥谷 (1983)⁽⁸⁾ が求めているが、観察上、完全にテイラー渦に遷移したと判断できる値を求めており、遷移開始の値は明らかでない。又、Benjamin は有限アスペクト比では臨界値は存在しないとしている⁽⁴⁾。

テイラー渦からさらに Re を準静的に増加させると、積重なったセル構造の境界が波打つ様になる。この波状テイラー渦は、 Re の増加によって次の三つの状態にさらに分類できる。即ち、(1)流れが湧き出す境界の波打ち振動 (湧き出し振動: 写真(2), (6))、(2)流れが湧き出す境界と吸い込む境界の波打ち振動 (全面振動: 写真(3), (7))、(3)乱流に近い 2 種類の境界の波打ち振動 (乱流振動: 写真(4), (8)) である。この分類は 2 種類の境界の振動による分類であり、他の研究報告⁽⁵⁾⁽⁶⁾ と区別される。(1)の湧き出し振動は、テイラー渦状態から Re を更に増加させていくと、波状現象が湧き出し境界にのみ発生する状態であり、 Re の増加により全ての湧き出し境界の振動は大きくなる。(2)の全面振動は Re の増加により湧き出し境界の振動に加えて吸い込み境界の波状現象が発生する。この 2 種類の境界の振動は各々異っている。更に Re を増加させると 2 種類の境界の波状現象が崩壊し始め乱流に近い振動(3)に

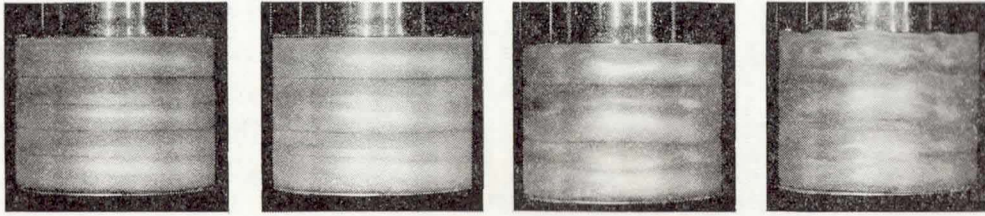
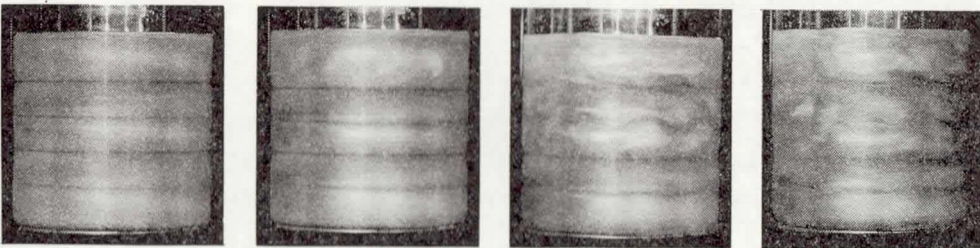
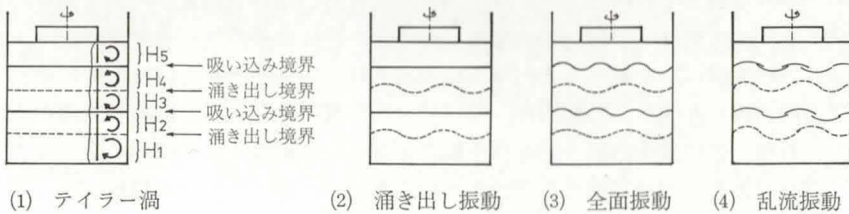
(1) テイラー渦
Re=330(2) 湧き出し振動
Re=438(3) 全面振動
Re=1166(4) 乱流振動
Re=2094(a) $\Gamma=4.41$, 5セル(5) テイラー渦
Re=361(6) 湧き出し振動
Re=774(7) 全面振動
Re=1410(8) 乱流振動
Re=1690(b) $\Gamma=5.60$, 5セル

図2 流れの状態図

変化する。

波状テイラー渦状態からさらに Re を増加していくと、流れの状態は乱流に似た状態がさらに進む。特に最上層のセルは流れの状態が乱れ、ついにはその下のセルに合体し、結果としてセル数が減少する。これは作動流体の上端が自由表面であり、Re の増加で遠心力により液面が凹面になり最上層の領域が狭くなる為ではないかと考えられる。

3-1-2 アスペクト比に対する流れの状態

アスペクト比を変化させた時の各レイノルズ数に対する流れの状態について述べる。Benjamin (1978) は流れの状態の分類について Re の変化のさせ方について定義している⁽⁴⁾。本報告では Re を 0 から準静的に増加させた時の Re に対して変化する流れを主流、Re を急激に増加させる（設定電圧を手動で急激に増加させる方法）かステップ的（設定電圧を初めに与えておき、モータのスイッチを入れる方法）に増加させる時に発生する流れを二次流

れとする。

主流と二次流れに関して構成されるセル構造の数はほとんど奇数個である。 Γ のある範囲で偶数個のセルが存在するが、それは Re の小さい値の所でありかつその範囲は狭く、 Re の小さな増加により不安定になり奇数個に変化してしまう。奇数個のセル構造は吸い込み境界が最上の境界となる様な配列に必ずなり、湧き出し境界が最上に配列されることはない。

セルの数は Γ に依存する。後に述べる 3-3 で行った実験でも明らか様に、主流において 1セルは $\Gamma=0\sim 2$ 付近、3セルは $\Gamma=2\sim 4$ 付近、5セルは $\Gamma=4\sim 6$ 付近、7セルは $\Gamma=6\sim 8$ 付近で存在する。又、二次流れは、これらの Γ の範囲をさらに広げることがわかる。本実験は Γ が 8 以下である為、9セル、11セルも発生したが一部しか明らかにならなかった。

偶数個のセルについて、 Γ が 1~8 の整数値の付近において、 Re を 0 から準静的に増加させると発生する。しかし上述の様に Re に対する存在範囲は狭く、さらに増加させると奇数個のセルに変化してしまう。この変化も Γ に強く依存している。例えば、2セルの場合、 $\Gamma=2$ を中心に $\Gamma < 2$ では 2セルは 1セルに、 $\Gamma > 2$ では 2セルは 3セルに変化し、更に例えば、 $\Gamma=7$ 付近においては、6セルと 8セルが発生する場合があります、 Re の小さな増加により 7セルに変化するという非常に特徴のある興味ある現象が見られた。これらの現象が見られる Γ の範囲は非常に狭く Γ の値が限られている。

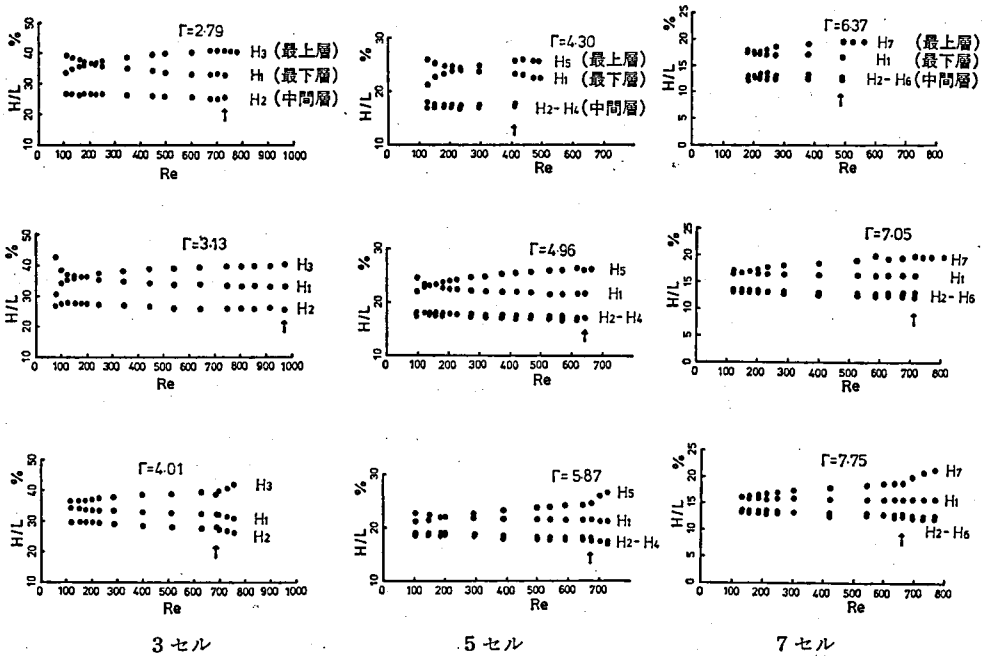
この様に作動流体の上端が自由表面であり、 Γ が小さい場合、テイラー渦のセル数は Γ に依存し、かつ奇数個である。著者らは別の実験として、作動流体の両端が固定端である場合も行っており (第 2 報として発表予定)、その場合は偶数個のセルが発生し易いことを確認している。

3-2 レイノルズ数に対するセルの高さ

テイラー渦におけるセル構造について、 Re に対するセルの高さの変化を図 3 に示す。最上層のセルの高さは Re の増加により徐々に高くなり、次第に一定になる。又最下層のセルは初め最も高いが、 Re の増加により徐々に減少し、逆に最上層のセルより低くなって一定となる。最上層と最下層の間にあるいくつかの中間のセルは、どれも一様に Re の増加によって徐々に減少し一定になるが、その高さは最上層、最下層の高さとも異なり、又例えば 5セルの場合は三つの層、7セルの場合は五つの層の高さはほとんど等しい値となる。

この現象は作動流体の上端が自由表面であり、もう一方が固定端である場合において発生すると思われる。湧き出し境界の上下のセルを 1 対であるとみなした時、奇数個のセル構造では、その最上層のセルは対を構成し得ず、その意味において存在が不安定であり、その為に対を成すセル対に対しては影響を受け易いと考えられる。反面、同様の理由から最上層のセルは Re の変化に対し影響を受け易いと考えられる。よって最上層のセルは Re が小さい時はセル対の影響を受け易く、 Re が大きい時は他のセル対に影響を及ぼすのではないかと考えられる。又、最下層のセルは固定端の端面効果を受けて変化し、中間層のセルは最上層と最下層のセルに比較して安定であると考えられる。

図 3 は縦軸に全作動流体の高さに対するセルの高さの比を採っており、Benjamin らの内外円柱の隙間に対する比とは異なる。このことは同じセル数の間で Γ が異っても各セルの領域の占める割合が求まり、比較できることで利点を成す。波状テイラー渦に遷移する直前



* H : セルの高さ, L : 全作動流体の高さ * 矢印は波状テイラー渦になった場所を示す

図3 セルの高さ変化

セル数	セルNo.	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7
	Γ							
3	2.79	33.2	25.7	41.1	—	—	—	—
	3.13	33.5	25.7	40.8	—	—	—	—
	3.57	32.9	26.9	40.2	—	—	—	—
	4.01	32.6	28.3	39.1	—	—	—	—
	4.24	32.3	28.2	39.5	—	—	—	—
5	4.30	23.3	16.7	16.6	17.6	25.8	—	—
	4.59	22.5	17.0	17.3	17.5	25.7	—	—
	4.96	21.9	17.0	17.1	17.3	26.7	—	—
	5.53	21.7	17.5	17.6	17.7	25.5	—	—
	5.87	21.6	18.0	17.9	18.1	24.4	—	—
7	6.15	16.3	12.9	12.5	12.9	12.4	13.4	19.6
	6.67	16.9	13.0	12.8	12.6	12.9	13.2	18.6
	7.05	16.4	12.8	12.7	12.3	12.8	13.0	20.0
	7.48	16.3	12.9	12.8	12.8	13.0	13.1	19.1
	7.75	15.9	13.1	12.9	12.9	13.0	13.2	19.0

表1 全作動流体高さに対するセルの高さの比 (%)

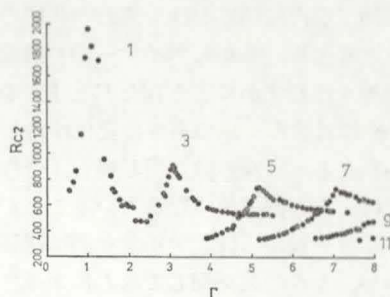
の作動流体高さに対するセルの高さの割合は表1に示す通りであり、セル数を固定した場合、どの Γ でもほぼ同じ値になることがわかる。これはテイラーの一般理論であるセルの高さは、 $D (=R_2 - R_1)$ に等しい¹⁰⁾ という結論に反している。特に本実験において比較的端面効果の影響が少ないと思われる7セルの中間層のセルの高さは隙間に対し26%も小さい値があり、これは Γ が小さい場合の特性であると考えられる。

3-3 波状テイラー渦へ遷移する臨界レイノルズ数

この Γ に依存するセル構造を持つテイラー渦は Re の増加により波状テイラー渦へ遷移するが、この遷移する Rc_2 もやはりセル数と Γ によって異なる。ここでは Γ を変化させた時のテイラー渦の安定性を波状テイラー渦へ遷移する Rc_2 を求めることで考察した。

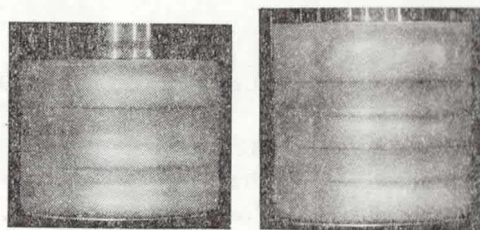
結果を図4に示す。各セルの Rc_2 は Γ の増加により増加し、ある点をピークに今度は減少する。 Γ に対する各セルの個数は3-1-2で述べた通りであり、 Rc_2 のピークは各セルの個数の値と同じ Γ 付近であることがわかる。又各セルの Rc_2 のピーク値はセルの個数が増加していくに従い減少する。参考として9セルと11セルの測定値をわずかに示したが同様な結果になるだろうと推測される。

更に Rc_2 のピーク値を中心に曲線の左部分を(a)、右部分を(b)とすると、波状テイラー渦状態になった時の状態の様子が異なる。その様子を図5に示す。即ち、(a)に関してテイラー渦状態において Re が増加し Rc_2 に達すると、最も下方にある湧き出し境界を除く全ての湧き出し境界が同時に波打ち出す。その振動の振幅と周期は Re の増加により徐々に大きく速くなる。最も下方にある湧き出し境界は、他の湧き出し境界の振動が大きくなってから波打ち出し、吸い込み境界が波打ち出す全面振動になる前に他の湧き出し境界と同程度の振幅と周期を持つ様になる。(b)に関して同様に Rc_2 に達すると、最上層のセルの流れに特異なパターンが見られる(図5(b))。即ち、最上層において三日月型のパターンが発生し流れと共に回転する現象が観察される。この三日月型のパターンは Re の増加によって形が変形していくが、消滅することはない。又、三日月型のパターンが発生した直後、最も上方の湧き出し境界が波打



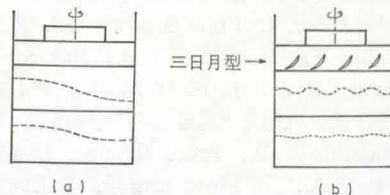
* 数字はセルの数

図4 波状テイラー渦へ遷移する臨界レイノルズ数



$\Gamma = 4.41$ $Re = 801$

$\Gamma = 5.60$ $Re = 774$



(a)

(b)

図5 波状テイラー渦(5セル)

ち出し、その振幅と周期は Re の増加により徐々に大きく速くなる。しかしその振動は(a)と比較してはるかに小さく弱いものである。 Re_c に達して最も上方の涌き出し境界が波打ち出した後、 Re の増加によって順次下方の涌き出し境界が波打ち出す。しかしこの涌き出し境界の振動は上方にある境界ほど大きい。

この様に(a)の涌き出し境界の振動と(b)の涌き出し境界の振動の様子は非常に異っている。これらの現象はまだ他の研究報告はなく、新たな内容であり原因については明らかではないが、少くとも Γ に強く依存している。

4. 結 論

本研究は作動流体の上端が自由表面であり、内外円柱の半径比 $R_1/R_2=0.667$ が大きいこと、又、 Γ が8以下であり小さく、端面効果の影響が十分考えられるという点で従来にはない条件を扱っている。

- (1) 同軸二重円柱間における流れの状態の変化は他の研究者の観察、検討結果とほぼ同じであると言える。しかしテイラー渦の構成されるセルの個数はほとんど奇数個であり、偶数個のセルはわずかに限られた Γ と Re の範囲でしか存在せず不安定である。
- (2) Re に対するセルの高さの変化に対して、最上層、最下層、その中間層で各々定まった値が存在し、セルの数が同じ場合、全作動流体の高さに対するセルの高さの比は Γ に関係なくほとんど同じ値になるということがわかった。
- (3) テイラー渦から波状テイラー渦に遷移する Re_c は Γ に対して極めて特徴あるパターンを示し、セルの数が同じでも Γ によって流れの状態が2種類に分類されることを新たに示し、その2種類の流れの状態を明らかにした。

終りに本研究に当り、名古屋大学工学部、中村育雄教授、山下新太郎助教授から御懇篤な御指導を受けました。又、装置の製作について、同学部、神田博邦技官から多大の御協力を戴きました。ここに厚く謝意を表します。

参 考 文 献

- (1) 例えば、Park K., Cranford G. L., Donnelly R. J., Phys. Rev. Lett. Vol.51 1352-1354 (1983)
- (2) 例えば、Andereck C. D., Liu S. S., Swinny H. L., J. Fluid Mech. Vol.164 155-183 (1986)
- (3) Eagles P. M., J. Fluid Mech., Vol.49 529-550 (1971)
- (4) Benjamin T. B., Proc. R. Soc. Lond. A, Vol.359 27-43 (1978)
- (5) Gorman M., Swinny H. L., Physica A, Vol.106 123-127 (1981)
- (6) Yahata H., Prog. Theor. Phys., Vol.69 396-402 (1983)
- (7) Cole J. A., J. Fluid Mech., Vol.75 1-15 (1976)
- (8) Mullin T., Benjamin T. B., Nature Vol.288 567-569 (1980)
- (9) Snyder H. A., J. Fluid Mech., Vol.35 273-298 (1969)
- (10) 鳥谷 隆, 九州大学応用力学研究所報 第59号 37-42 (1983)
- (11) Benjamin T. B., Proc. R. Soc. Lond. A Vol.359 1-26 (1978)
- (12) Cole J. A., J. Fluid Engng. Vol.94 69-70 (1974 a)