円形断面をもつ円筒螺線管内の流れ　(第2報)*

鬼頭　　勇**・倉沢　英夫***

1. ま　え　が　き

円形断面をもつ円筒螺線管内の流れの中心部における速度分布について第1報[1]に報告したが，それをもとにして，管壁付近の流れが層流境界層を形成している場合について境界層近似による運動量方程式を導出し，その解析によって管摩擦係数を求めたところ，名古屋大学村上光清教授等による実験結果[2]に近い値を得て学会[3]に発表した．その後，2次の微小項を考慮して再計算したところ，より近い値が得られたのでここに報告する．

2. 記　　　号

図1に基いて，次のように記号を定める．

$(r,\ \phi,\ s)$：螺線管のつる巻軸線に直角な断面内にある任意点Pの螺線座標

R：　つる巻軸線の曲率半径

T：　つる巻軸線の捩れ率半径

a：　螺線管の内半径

δ：　管壁に沿う境界層の厚さ

δ_m：　境界層厚さの平均値

ξ：　$\xi=a-r$

α：　螺線管のつる巻角

$(V_r,\ V_\phi,\ V_s)$：　螺線座標に関する管中心部の流速の成分

$(v_r,\ v_\phi,\ v_s)$：　螺線座標に関する管壁境界層内流速の成分

p：　P点における圧力

p_0：　$s=0$ におけるつる巻軸線上の圧力

ρ：　流体の密度

ν：　流体の動粘性係数

C：　s方向の圧力勾配，$C=\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial s}$

λ：　螺線管の管摩擦係数

λ_0：　円孤曲管の管摩擦係数

R_e：　レイノルズ数

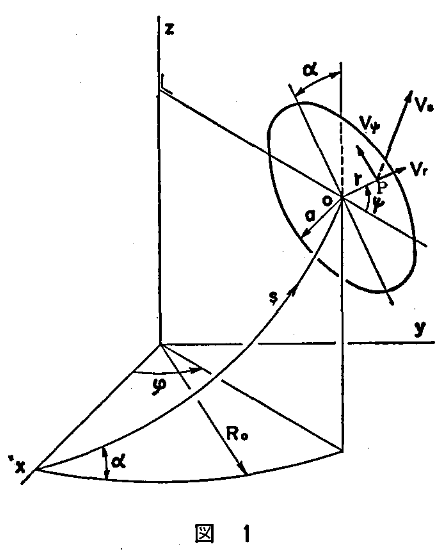

図　1

*　昭和53年9月　日本機械学会日立地方講演会において発表
**　機械工学科　教授
***　機械工学科　講師
原稿受付　昭和55年9月30日

Q：　体積流量

3.　境界層内の流れに関する基礎式と運動量方程式

第1報で円筒螺線管内の定常流に関する Navier-Stokes の運動方程式と連続の式を与え，その近似解を求めたが，計算の簡略化のため，微小項を省略して，解を次のように与える．

$$V_r=\frac{C}{A}\cos\phi \tag{1}$$

$$V_\phi=-\frac{C}{A}\sin\phi-\frac{V_m}{T}r-\frac{A}{T}r^2\cos\phi \tag{2}$$

$$V_s=V_m+Ar\cos\phi \tag{3}$$

$$\frac{p}{\rho}=\frac{V_m{}^2}{R}r\cos\phi+\frac{V_mA}{R}r^2\cos^2\phi+\frac{A^2}{3R}r^3\cos^3\phi-Cs+\frac{p_0}{\rho} \tag{4}$$

次に，ε を微小量として，$v_r\sim\varepsilon$, $\partial/\partial r\sim\sim 1/\varepsilon$, $\nu\sim\varepsilon^2$,（他の値）~ 1 として境界層近似を施せば，境界層内の流れの運動方程式は

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}=0 \tag{5}$$

$$v_r\frac{\partial v_\phi}{\partial r}+\left(\frac{v_\phi}{a}+\frac{v_s}{T}\right)\frac{\partial v_\phi}{\partial\phi}+\frac{v_s{}^2\sin\phi}{R}=-\frac{1}{\rho a}\frac{\partial p}{\partial\phi}+\nu\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} \tag{6}$$

$$v_r\frac{\partial v_s}{\partial r}+\left(\frac{v_\phi}{a}+\frac{v_s}{T}\right)\frac{\partial v_s}{\partial\phi}-\frac{v_\phi v_s\sin\phi}{R}=-\frac{1}{\rho T}\frac{\partial p}{\partial\phi}+C+\nu\frac{\partial^2 v_s}{\partial r^2} \tag{7}$$

連続の式は

$$\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{1}{a}\frac{\partial v_\phi}{\partial\phi}+\frac{1}{T}\frac{\partial v_s}{\partial\phi}-\frac{v_\phi\sin\phi}{R}=0 \tag{8}$$

また，(5) 式により境界層内の圧力の r 方向への変化はないものと見なせるので，境界層内の圧力は (4) 式によって次のように近似できる．

$$\frac{p}{\rho}=\frac{V_m{}^2}{R}a\cos\phi+\frac{V_mA}{R}a^2\cos^2\phi+\frac{A^2}{3R}a^3\cos^3\phi-Cs+\frac{p_0}{\rho} \tag{9}$$

ここで，(8) 式に v_ϕ を乗じて (6) 式に加え，r について $a-\delta$ から a にわたって積分した式を整理すると，$\xi=\delta$ における $(v_r,\ v_\phi,\ v_s)$ を $(v_{r\delta},\ v_{\phi\delta},\ v_{s\delta})$ であらわすとき，

$$-v_{r\delta}\,v_{\phi\delta}+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi{}^2\,d\xi\right)+\frac{1}{T}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi v_s\,d\xi\right)+\frac{\sin\phi}{R}\int_0^\delta(v_s{}^2-v_\phi{}^2)d\xi$$
$$=-\frac{\delta}{\rho a}\frac{\partial p}{\partial\phi}+\nu\left[\frac{\partial v_\phi}{\partial\xi}\right]_0^\delta \tag{10}$$

また，(8) 式に v_s を乗じて (7) 式に加え，r について $a-\delta$ から a まで積分すれば

$$-v_{r\delta}\,v_{s\delta}+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi v_s d\xi\right)+\frac{1}{T}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_s^2 d\xi\right)-\frac{2\sin\phi}{R}\int_0^\delta v_\phi v_s d\xi$$

$$=-\frac{\delta}{\rho T}\frac{\partial p}{\partial\phi}+C\delta+\nu\left[\frac{\partial v_s}{\partial\xi}\right]_0^\delta \tag{11}$$

さらに，(8) 式を r について $a-\delta$ から a まで積分すると，

$$v_{r\delta}=\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi d\xi\right)+\frac{1}{T}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_s d\xi\right)-\frac{\sin\phi}{R}\int_0^\delta v_\phi d\xi$$

この式を (10) 式と (11) 式に代入することによって，境界層内における ϕ および s 方向の運動量方程式が次のように得られる．

$$\frac{1}{a}\left[\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi^2 d\xi\right)-v_{\phi\delta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi d\xi\right)\right]+\frac{1}{T}\left[\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi v_s d\xi\right)-v_{\phi\delta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_s d\xi\right)\right]$$

$$+\frac{\sin\phi}{R}\int_0^\delta (v_s^2-v_{\phi\delta}v_\phi-v_\phi^2)\,d\xi=-\frac{\delta}{\rho a}\frac{\partial p}{\partial\phi}+\nu\left[\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial\xi}\right)_{\xi=\delta}-\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial\xi}\right)_{\xi=0}\right] \tag{12}$$

$$\frac{1}{a}\left[\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi v_s d\xi\right)-v_{s\delta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_\phi d\xi\right)\right]+\frac{1}{T}\left[\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_s^2 d\xi\right)-v_{s\delta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\int_0^\delta v_s d\xi\right)\right]$$

$$-\frac{\sin\phi}{R}\int_0^\delta (2v_\phi v_s-v_{s\delta}v_\phi)d\xi=-\frac{\delta}{\rho T}\frac{\partial p}{\partial\phi}+C\delta+\nu\left[\left(\frac{\partial v_s}{\partial\xi}\right)_{\xi=\delta}-\left(\frac{\partial v_s}{\partial\xi}\right)_{\xi=0}\right] \tag{13}$$

4. 層流境界層内の流速分布

(4) 式から，管断面において，コイル軸から遠い側に高圧が，近い側に低圧が生ずることになるので，図2に示すように内側から外側に向う中心部の流れが外側で2つに分れて管壁に沿う境界層内を内側に向って還流するものとする．この場合，境界層内の還流の流量を Q_δ とすると次式によって与えられる．

$$Q_\delta=\int_0^\phi V_r\cdot(a-\delta)d\phi=\frac{C}{A}(a-\delta)\,\sin\phi$$

境界層内の流速分布については $v_r=0$ とし，v_ϕ については次のように仮定する．

$$v_\phi=K_1\frac{\xi}{\delta}+K_2\left(\frac{\xi}{\delta}\right)^2+K_3\left(\frac{\xi}{\delta}\right)^3$$

$$(v_\phi)_{\xi=0}=0,\quad v_{\phi\delta}=(V_\phi)_{r=a-\delta}$$

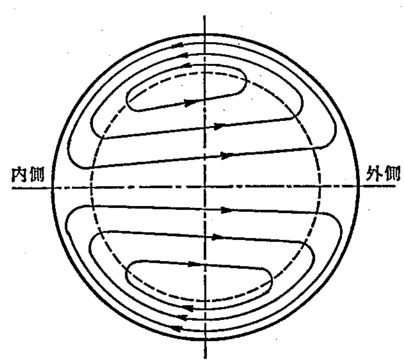

図 2

$$\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial \xi}\right)_{\xi=\delta}=-\left(\frac{\partial V_\phi}{\partial r}\right)_{r=a-\delta},\ \int_0^\delta v_\phi d\xi=Q_\delta$$

これによって，v_ϕ は次のように与えられる．

$$\begin{aligned} v_\phi=&\left[\frac{C}{A}\left(12\frac{a}{\delta}-6\right)\sin\phi+\frac{V_m}{T}(6a-5\delta)+\frac{A}{T}(6a-4\delta)(a-\delta)\cos\phi\right]\frac{\xi}{\delta}\\ &-\left[\frac{C}{A}\left(24\frac{a}{\delta}-9\right)\sin\phi+\frac{V_m}{T}(15a-12\delta)+\frac{A}{T}(15a-9\delta)(a-\delta)\cos\phi\right]\left(\frac{\xi}{\delta}\right)^2\\ &+\left[\frac{C}{A}\left(12\frac{a}{\delta}-4\right)\sin\phi+\frac{V_m}{T}(8a-6\delta)+\frac{A}{T}(8a-4\delta)(a-\delta)\cos\phi\right]\left(\frac{\xi}{\delta}\right)^3 \end{aligned} \tag{14}$$

また，v_s については

$$v_s=K_1'\frac{\xi}{\delta}+K'_2\left(\frac{\xi}{\delta}\right)^2$$

$$(v_s)_{\xi=0}=0,\quad v_{s\delta}=(V_s)_{r=a-\delta},\quad \left(\frac{\partial v_s}{\partial \xi}\right)_{\xi=\delta}=-\left(\frac{\partial V_s}{\partial r}\right)_{r=a-\delta}$$

と仮定すれば，v_s は次式で与えられる．

$$v_s=\left[2V_m+A(2a-\delta)\cos\phi\right]\frac{\xi}{\delta}-\left[V_m+Aa\cos\phi\right]\left(\frac{\xi}{\delta}\right)^2 \tag{15}$$

5. 境界層の平均厚さと管軸方向流速分布の勾配

(14)式と(15)式を(12)式に代入すると次式を得る．

$$\begin{aligned} &\left[\frac{V_m{}^2}{R}\frac{7}{15}\delta+\frac{V_mA}{T^2}\left(\frac{38}{35}a^2\delta-\frac{527}{210}a\delta^2+\frac{67}{35}\delta^3-\frac{103}{210}\frac{\delta^4}{a}\right)+\frac{V_m{}^2}{RT^2}\left(\frac{12}{35}a^2\delta-\frac{43}{70}a\delta^2+\frac{29}{105}\delta^3\right)\right]\sin\phi\\ &-\frac{CV_m}{AT}\left[\frac{78}{35}a-\frac{341}{105}\delta+\frac{67}{70}\frac{\delta^2}{a}\right]\cos\phi-\frac{C}{T}\left[\frac{78}{35}a^2-\frac{548}{105}a\delta+\frac{557}{140}\delta^2-\frac{34}{35}\frac{\delta^3}{a}\right]\cos^2\phi\\ &-\left[\frac{C^2}{A^2}\left(\frac{96}{35}\frac{a}{\delta}-\frac{113}{35}+\frac{41}{35}\frac{\delta}{a}\right)-\frac{A^2}{T^2}\left(\frac{114}{105}a^2\delta-\frac{256}{105}a\delta^2+\frac{188}{105}\delta^3-\frac{46}{105}\frac{\delta^4}{a}\right)(a-\delta)\right.\\ &\left.\quad-\frac{V_mA}{R}\left(\frac{14}{15}a\delta-\frac{19}{6}\delta^2\right)-\frac{V_mA}{RT^2}\left(\frac{24}{35}a^2\delta-\frac{81}{70}a\delta^2+\frac{103}{210}\delta^3\right)(a-\delta)\right]\sin\phi\cos\phi\\ &+\left[\frac{C}{T}\left(\frac{43}{35}a^2-\frac{163}{105}a\delta+\frac{67}{140}\delta^2+\frac{1}{35}\frac{\delta^3}{a}\right)+\frac{CV_m}{ART}\left(\frac{57}{35}a^2-\frac{88}{35}a\delta+\frac{67}{70}\delta^2\right)\right]\sin^2\phi\\ &+\frac{C^2}{A^2R}\left[\frac{48}{35}\frac{a^2}{\delta}-\frac{39}{35}a+\frac{3}{35}\delta\right]\sin^3\phi+\frac{C}{RT}\left[\frac{57}{35}a^2-\frac{86}{35}a\delta+\frac{24}{35}\delta^2\right](a-\delta)\sin^2\phi\cos\phi \end{aligned}$$

$$+\left[\frac{A^2}{R}\left(\frac{7}{15}a^2\delta-\frac{13}{6}a\delta^2+\frac{8}{3}\delta^3\right)+\frac{A^2}{RT^2}\left(\frac{12}{35}a^2\delta-\frac{19}{35}a\delta^2+\frac{23}{105}\delta^3\right)(a-\delta)^2\right]\sin\phi\cos^2\phi$$

$$=\nu\left[\frac{C}{A}\left(12\frac{a}{\delta^2}-\frac{6}{\delta}\right)\sin\phi+\frac{V_m}{T}\left(6\frac{a}{\delta}-6\right)+\frac{A}{T}\left(6\frac{a}{\delta}-6\right)(a-\delta)\cos\phi\right]$$

この式の左辺の慣性項と右辺の粘性項を比較するに当って，$\alpha\to0$，すなわち，$1/T\to0$ のとき消える項は除外し，また，$\sin\phi$ と $\cos\phi$の 2次以上の項は変動が小さいとして，変動の大きな $\sin\phi$の 項の係数に注目すれば，微小項を省略して次式が得られる．

$$\left[\frac{7}{15}\frac{a}{R}+\frac{Aa}{V_m}\left(\frac{a}{T}\right)^2\left(\frac{38}{35}-\frac{527}{210}\frac{\delta}{a}+\frac{67}{35}\frac{\delta^2}{a^2}\right)+\frac{a}{R}\left(\frac{a}{T}\right)^2\left(\frac{12}{35}-\frac{43}{70}\frac{\delta}{a}+\frac{29}{105}\frac{\delta^2}{a^2}\right)\right]\frac{Aa}{V_m}\left(\frac{\delta}{a}\right)^3$$

$$=\frac{\nu}{V_m a}\cdot\frac{Ca}{V_m^2}\left(12-6\frac{\delta}{a}\right) \tag{16}$$

次に，(14) 式と (15) 式を (13) 式に代入すると

$$\frac{CV_m}{A}\left[\frac{2}{5}-\frac{4}{15}\frac{\delta}{a}\right]\cos\phi+\left[\frac{V_mA}{T}\left(\frac{2}{15}a\delta+\frac{1}{6}\delta^2-\frac{7}{30}\frac{\delta^3}{a}\right)+\frac{V_m^2}{RT}\left(\frac{11}{5}a\delta+\frac{7}{30}\delta^2\right)\right]\sin\phi$$

$$+\left[\frac{A^2}{T}\left(\frac{2}{15}a^2\delta+\frac{4}{15}a\delta^2-\frac{17}{30}\delta^3+\frac{7}{30}\frac{\delta^4}{a}\right)+\frac{V_mA}{RT}\left(\frac{22}{15}a^2\delta+a\delta^2-\frac{7}{15}\delta^3\right)\right]\sin\phi\cos\phi$$

$$+C\left[\frac{2}{5}a-\frac{13}{15}\delta+\frac{9}{20}\frac{\delta^2}{a}\right]\cos^2\phi+\left[C\left(\frac{3}{5}a-\frac{17}{15}\delta+\frac{11}{20}\frac{\delta^2}{a}\right)+\frac{CV_m}{RA}\left(\frac{1}{5}a-\frac{7}{15}\delta\right)\right]\sin^2\phi$$

$$+\frac{A^2}{RT}\left[\frac{11}{15}a^3\delta+\frac{23}{30}a^2\delta^2-\frac{11}{15}a\delta^3+\frac{7}{30}\delta^4\right]\sin\phi\cos^2\phi+C\delta=\nu\left[V_m\frac{2}{\delta}+A\frac{2a}{\delta}\cos\phi\right]$$

この式について，$1/T\to0$ のとき消える項と $\sin\phi$ および $\cos\phi$ の２次以上の項を除き，変動の大きな$\cos\phi$ の項に注目して次の式を得る．

$$\frac{Ca}{V_m^2}\left(\frac{2}{5}-\frac{4}{15}\frac{\delta}{a}\right)=\frac{\nu}{V_m a}\left(\frac{Aa}{V_m}\right)^2\frac{2a}{\delta} \tag{17}$$

(16) 式と (17) 式より境界層の厚さ δ/a と管軸方向流速分布の勾配 Aa/V_m を求めるに当り，境界層の平均厚さを考えることとし，境界層の平均厚さを δ_m/a であらわす．

第１報の (15) 式によって

$$\frac{Ca}{V_m^2}=\frac{\nu}{V_m a}\cdot\frac{4a}{\delta_m} \tag{18}$$

よって，(17) 式は次のように直すことができる．

$$\left(\frac{Aa}{V_m}\right)^2=\frac{4}{5}-\frac{8}{15}\frac{\delta_m}{a} \tag{19}$$

また，第1報(17)式より

$$\frac{\nu}{V_m a}=\frac{2}{Re}\left(1-\frac{2}{3}\frac{\delta_m}{a}+\frac{1}{6}\frac{\delta_m{}^2}{a^2}\right) \tag{20}$$

これらの3式を(16)式に代入すれば次式が得られる．

$$\left[\frac{7}{15}\frac{a}{R}+\frac{a}{R}\left(\frac{a}{T}\right)^2\left(\frac{12}{35}-\frac{43}{70}\frac{\delta_m}{a}+\frac{29}{105}\frac{\delta_m{}^2}{a^2}\right)+\left(\frac{a}{T}\right)^2\left(\frac{38}{35}-\frac{527}{210}\frac{\delta_m}{a}+\frac{67}{35}\frac{\delta_m{}^2}{a^2}\right)\sqrt{\frac{4}{5}-\frac{8}{15}\frac{\delta_m}{a}}\right]$$
$$\times\left(\frac{\delta_m}{a}\right)^4\sqrt{\frac{4}{5}-\frac{8}{15}\frac{\delta_m}{a}}=\frac{192}{Re^2}\left(1-\frac{11}{6}\frac{\delta_m}{a}+\frac{13}{9}\frac{\delta_m{}^2}{a^2}\right) \tag{21}$$

(21)式によって，a/R，a/T，Re が与えられれば δ_m/a が求まり，(19)式から Aa/V_m の値が定まる．

6. 管摩擦係数の計算式

(4)式より，

$$\frac{\partial p}{\partial s}=-\rho C$$

$\overline{V}_s$ を断面内の V_s の平均値とするとき

$$\frac{1}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial s}=\lambda\frac{1}{2a}\frac{\overline{V}_s{}^2}{2g}$$

また，レイノルズ数は

$$R_e=\frac{2a\overline{V}_s}{\nu}$$

で与えられるので次の式が得られる．

$$\lambda=\frac{4Ca}{\overline{V}_s{}^2}=\frac{16}{R_e{}^2}\left(\frac{V_m a}{\nu}\right)^2\frac{Ca}{V_m{}^2}$$

この式に(18)式と(20)式を代入すれば

$$\lambda=\frac{32}{R_e}\frac{1}{\frac{\delta_m}{a}\left(1-\frac{2}{3}\frac{\delta_m}{a}+\frac{1}{6}\frac{\delta_m{}^2}{a^2}\right)} \tag{22}$$

この式によって，R_e と δ_m/a の値から λ を求めることができる．

なお，(21)式において，$\alpha\to 0$，すなわち，$1/T\to 0$ とすると

$$\frac{7}{15}\frac{a}{R_0}\left(\frac{\delta_m}{a}\right)^4\sqrt{\frac{4}{5}-\frac{8}{15}\frac{\delta_m}{a}}=\frac{192}{R_e^2}\left(1-\frac{11}{6}\frac{\delta_m}{a}+\frac{13}{9}\frac{\delta_m^2}{a^2}\right) \tag{23}$$

この式により円孤曲管の場合の δ_m/a が得られ，(19)式からそのときの Aa/V_m，(22)式からこのときの管摩擦係数 λ_0 を求められる．

7.　管摩擦係数の理論値と実験値との比較

名古屋大学工学部村上教授等の実験結果のうち，次の2つの場合について理論計算値と比較してみた．

(1)　実験 No. 13 の場合の比較

この実験に用いられた管の寸法は次の通りである．

$a=9.7\text{mm}$,　R_0 (コイル半径)$=147\text{mm}$,　$\alpha=38.7°$

$$\frac{a}{R}=\frac{a\cos^2\alpha}{R_0}=\frac{1}{24.9},\qquad \frac{a}{T}=\frac{a\sin\alpha\cos\alpha}{R_0}=\frac{1}{31.08}$$

計算した λ の値を表1に，a/R_0 が a/R と同じ値をとるときの λ_0 表2に示し，λ/λ_0 の値を表3に与え，理論値と実験値との関係を図3に示した．

表　1

R_e	δ_m/a	Aa/V_m	λ
1000	0.29257	0.80247	0.13351
1500	0.24263	0.81890	0.10368
2000	0.21223	0.82874	0.08705
2500	0.19117	0.83549	0.07621
3000	0.17544	0.84049	0.06845
3500	0.16311	0.84440	0.06258
4000	0.15310	0.84755	0.05794

表　2

R_e	δ_m/a	Aa/V_m	λ_0
1000	0.29411	0.80196	0.13296
1500	0.24413	0.81841	0.10315
2000	0.21368	0.82827	0.08655
2500	0.19257	0.83504	0.07572
3000	0.17680	0.84007	0.06799
3500	0.16442	0.84398	0.06214
4000	0.15437	0.84715	0.05751

また，レイノルズ数とともに境界層の厚さおよび管軸方向流速分布の勾配が変化する様子をそれぞれ図4および図5に示した．

表　3

R_e	λ/λ_0
1000	1.00420
1500	1.00515
2000	1.00584
2500	1.00635
3000	1.00678
3500	1.00711
4000	1.00742
平　均	1.00612

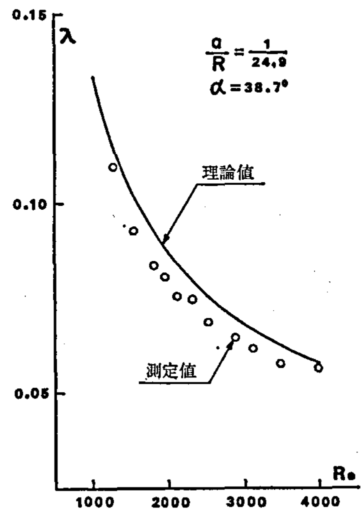

図　3

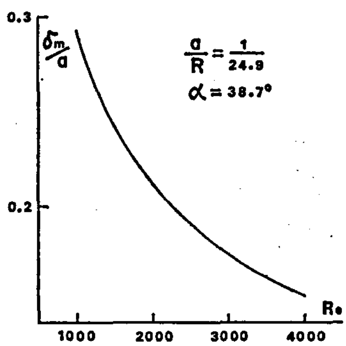

図　4

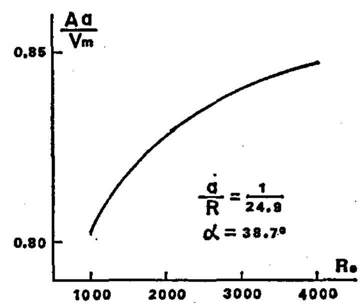

図　5

(2) 実験 No. 19 の場合の比較

この実験に用いられた管の寸法は次の通りである.

$$a=9.7mm,\quad R_0=58\text{mm},\quad \alpha=60.7^\circ$$

$$\frac{a}{R}=\frac{1}{25.0},\quad \frac{a}{T}=\frac{1}{14.03}.$$

計算した λ の値を表4に，a/R_0 が a/R と同じ値をとるときの λ_0 を表5に示し，λ/λ_0 の値を表6に与え，理論値と実験値との関係を図6に示した.

また，レイノルズ数とともに境界層の厚さおよび管軸方向流速分布の勾配が変化する様子をそれぞれ図7および図8に示した.

表　4

R_e	δ_m/a	Aa/V_m	λ
1000	0.28705	0.80431	0.13556
1500	0.23728	0.82064	0.10563
2000	0.20708	0.83040	0.08890
2500	0.18622	0.83707	0.07796
3000	0.17068	0.84200	0.07013
3500	0.15852	0.84585	0.06419
4000	0.14866	0.84895	0.05949

表　5

R_e	δ_m/a	Aa/V_m	λ_0
1000	0.29438	0.80187	0.13286
1500	0.24436	0.81834	0.10307
2000	0.21388	0.82821	0.08648
2500	0.19275	0.83499	0.07566
3000	0.17696	0.84001	0.06794
3500	0.16458	0.84393	0.06209
4000	0.15452	0.84711	0.05746

表　6

R_e	λ/λ_0
1000	1.02034
1500	1.02483
2000	1.02801
2500	1.03043
3000	1.03234
3500	1.03392
4000	1.03524
平　均	1.02930

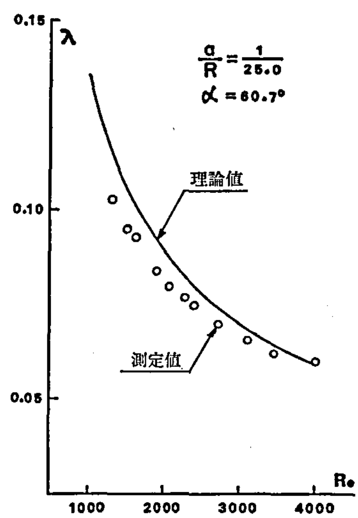

図　6

(3)　結果の検討

管摩擦係数λについては，２つの場合ともに，理論値が測定値より大となるがほぼ一致する結果が得られている．ことに，レイノルズ数の大きい範囲では近似の程度が高い．

捩れの影響を知るためにλ/λ_0の値を求めたが，$\alpha=38.7°$の場合はλがλ_0より平均で0.6%大となり，$\alpha=60.7°$では2.9%の増加となって，捩れ率が大きい程管摩擦係数の増加が大

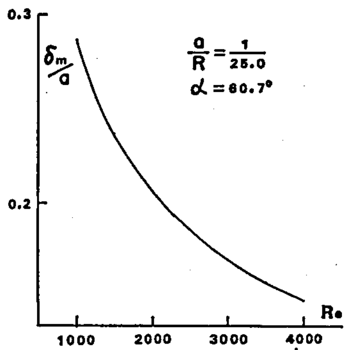

図　7

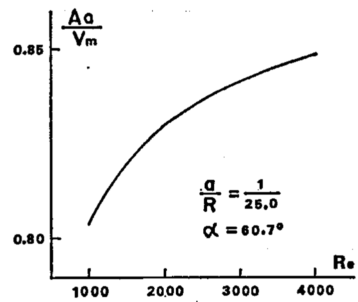

図　8

となる.

境界層の平均厚さについては，レイノルズ数の増大と共に指数函数的に減少し，捩れ率の増加につれて薄くなる.

管軸方向流速分布の勾配についてはレイノルズ数の増加とともに大となるがその増加の割合は減少する．また，捩り率が大きい方が勾配は急となる.

6. 結　　言

第１報に与えた流速分布を基にして，層流の場合について境界層内の運動量方程式を求めて解析し管摩擦係数を求めたが，その結果から，ここで得られた理論計算法で管摩擦係数を求め，その値を利用しても大きな支障はないものと考えられる．また，境界層の平均厚さと管軸方向流速分布の勾配についてレイノルズ数および捩れ率とともにどのように変化するかを確認することができた.

終りに，測定値を使用させていただいた名古屋大学工学部村上光晴教授に謝意を表する.

参 考 文 献

(1) 鬼頭，長野工業高等専門学校紀要，第９号（昭53)，７頁.
(2) 村上，森，佐野，日本機械学会論文集，37巻，296号（昭46-4)，717頁.
(3) 倉沢，鬼頭，日本機械学会日立地方講演会講演論文集，昭53年９月，76頁.