

非線形を考慮した直流他励電動機の動特性解析*

知 野 照 信**

1. ま え が き

直流電動機は構造、保守及び価格の面で交流電動機に比べ不利な点があるが、低速から高速までの全範囲にわたって運転性能が優れ可変速の用途に広く利用されている。最近では、サイリスタ電源を用いて容易に効率良く制御できるようになったので、広範囲の速度あるいは負荷変動状態下で使用される機会が多くなり、その動特性の解明が必要となってきた。

サイリスタ電源で運転される直流他励電動機に関する研究は数多く発表されているが、ほとんどの論文^{(1)~(6)}が電動機の線形モデルを仮定して解析を進めている。しかし、動特性、特に、始動特性を扱う場合は、ブラシを含むために起る電機子電流の大きさに対する電機子回路抵抗値の変化、磁気飽和による電機子インダクタンス値の変化及び電機子電流変化に伴う励磁電流の変動は、後述のように特性に影響を及ぼし、電動機の線形モデルでは不十分であると考えられる。また、計算機の発達普及した今日、シミュレーション技術はますます重要となり、より精密な電動機モデルが必要となっている。

本論文では、電機子回路抵抗及びインダクタンスの非線形性並びに電機子電流変化による励磁電流の変動を考慮した電動機モデルを提案し、そのモデルを用い、サイリスタ電源で運転される直流他励電動機の動特性をデジタルシミュレーションにより解析し、種々の特性を明らかにする。

2. 非線形を考慮した電動機モデル

2-1 電動機基本式

自動制御系あるいはシーケンス制御系の中に組み込まれている小形の直流電動機は、始動時に電圧が直接印加され始動されるため、定格電流の数倍の始動電流が流れ、前述のような非線形性が生じる。従って、精密な電動機モデルを求めるためには非線形要素を考慮しなければならない。図1に示す直流他励電動機にて、いま、非線形を考慮した電機子回路抵抗を R_a^* 、電機子回路インダクタンスを L_a^* と

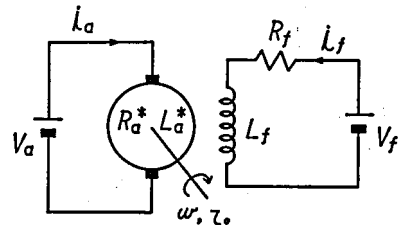


図1 直流他励電動機

し、電機子回路が励磁回路へ影響を及ぼす相互インダクタンスを M_a とすれば、電動機の励磁回路及び電機子回路に成立する電圧方程式はそれぞれ(1)、(2)式となる。

* 昭和52年7月29日電気学会全国大会，昭和53年10月4日電気四学会北陸支部連合大会にて発表

** 電気工学科助手

受付原稿 昭和54年9月28日

$$V_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} - M_a \frac{di_a}{dt} \quad (1)$$

$$V_a = R_a^* i_a + \frac{d(L_a^* i_a)}{dt} + p M_f i_f \omega - M_a \frac{di_f}{dt} \quad (2)$$

ここで、 R_f ：励磁回路抵抗、 L_f ：励磁回路インダクタンス、 V_f ：励磁電圧、 i_f ：励磁電流、 pM_f ：直流機定数、 V_a ：電機子電圧、 i_a ：電機子電流、 ω ：電動機角速度、 p ：極対数一方、運動方程式は次式で与えられる。

$$p M_f i_f i_a = J \frac{d\omega}{dt} + f_0 \omega + \tau_0 + \tau \quad (3)$$

ここで、 J ：負荷を含む慣性モーメント、 f_0 ：粘性摩擦係数、 τ_0 ：クーロン摩擦トルク、 τ ：負荷トルク

2.2 電動機モデルと実測結果

直流他励電動機の一例として、定格出力100W、定格電圧100V、定格電流1.4A、極数2、定格回転数1800R. P. M. の電動機について、電動機モデルを求める。

図2に電機子電流と電機子回路抵抗及び電機子回路インダクタンス特性の実測結果を示す。同図で実線は非線形計算のための近似関数をプロットしたものである。抵抗値の測定は⁽⁶⁾、供試機を外部駆動機で回転させておき、励磁回路を開放し、電機子回路に直流電圧を印加し、その電圧電流特性から実効抵抗を求めた。非線形性は始動直後が最も大きいので、回転速度は非常に低速で測定した。このため、残留磁気による発生電圧は非常に小さく無視できるものとなった。インダクタンス値は、交流インピーダンス法により測定し、交流電流に直流電流を重畳して求めた。

電機子電流変化に伴う、電機子回路と励磁回路の相互誘導係数 (M_a) の測定は、励磁回路に抵抗を接続し、供試機を低速で回転させておき、電機子回路に直流ステップ電圧を印加し、そのときの励磁回路の電流変化のピーク値を測定し M_a の値を求めた。電流の応答波形は歪んでいるので正確な値を求めることは困難であるが、概略値は求めることができる。

前記仕様の直流他励電動機を用いて、電源電圧50V、励磁電流0.15Aとし、電圧をステップ状に印加したときの無負荷時電動機角速度 (ω)、電機子電流 (i_a) 及び励磁電流 (i_f) の応答波形を図3に示す。同図(a)は非線形性を考慮した(1)、(2)式及び(3)式の連立微分方程式をルンゲクッタ法で解いた計算結果で、(b)は実測波形である。計算に用いた電動機諸定数を

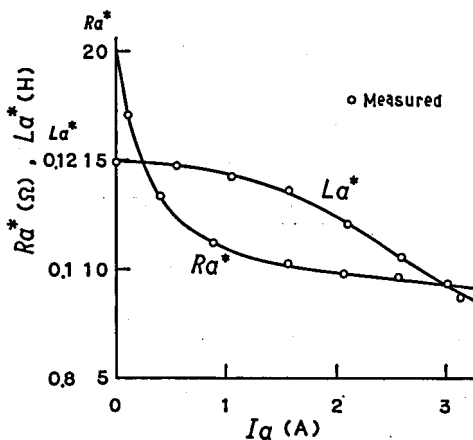


図2 R_a^* 、 L_a^* の非線形特性

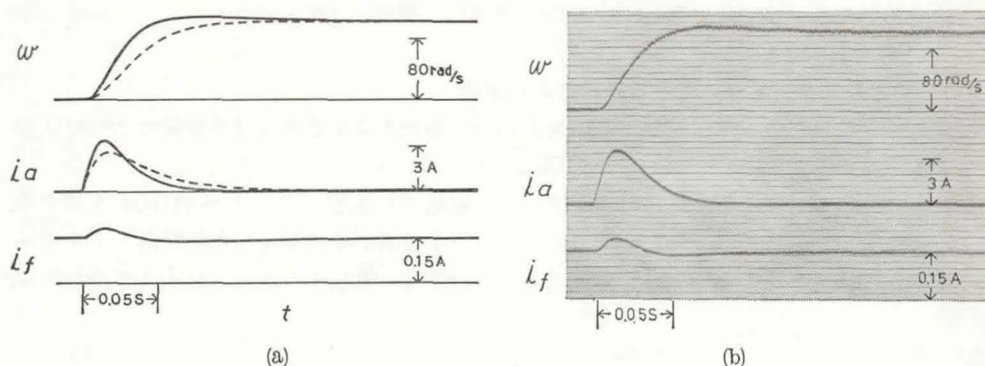


図3 電動機の始動特性

表1 電動機諸定数

励磁回路抵抗	$R_f = 686.7 \Omega$
励磁回路インダクタンス	$L_f = 36.3 \text{ H}$
相互インダクタンス	$M_a = 0.35 \text{ H}$
直流機定数	$M_f = 3.22 \text{ H}$
慣性モーメント	$J = 4.36 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{S}^2 / \text{rad}$
粘性摩擦係数	$f_0 = 1.21 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{S} / \text{rad}$
クーロン摩擦トルク	$\tau_0 = 0.019 \text{ N} \cdot \text{m}$

表1に示す. 電機子回路抵抗 R_a^* 及びインダクタンス L_a^* は図2の値を用いた. 計算結果と実測結果は非常に良く一致し, 電動機角速度は応答波形の細部についても良く一致している. 励磁電流の変化については, 計算結果の方が全般にやや小さくなっているが, この原因は, 励磁電流が変動する要因に, 電機子電流に対する相互誘導しか考えていないからで, その他, 整流時のコイル短絡電流の影響などが考えられる. 図3(a)の点線は電動機を線形モデルとして計算した結果で, この時の電機子回路抵抗は 14.9Ω , インダクタンスは 0.128 H であった. 非線形モデルと比較すると, 時定数で 66.7% , 電流の最大値で -23.1% の差が生じ, 非線形モデル導入の必要性を示している.

このように, 電機子回路抵抗, インダクタンスの非線形性並びに電機子回路と励磁回路との相互インダクタンスなどの測定は容易で, これらを考慮して計算すれば非常に精密な電動機モデルが得られ, シミュレーション技術が実際の設計などに十分活用されるものと考えられる.

3. デジタルシミュレーション

サイリスタ電源で運転される直流電動機の特性は, 半導体の逆方向電流阻止特性のため動作条件により, 電機子電流連続及び不連続の二つの状態が生じ非線形系となる. 従って, その動特性は非常に複雑となり, 電流不連続状態での電流通電期間の算定が困難で, 現在, 解析的には求められないとされている⁽⁴⁾. 整流電源で運転される場合は, 電源電圧と電動機逆起電力の大小関係により, 電流通電開始時点が決まるという問題が加わり, 更に解析が複雑となる. その上電動機の非線形性を考慮して動特性を解析するためには, シミュレーション法に頼らざるを得ない現状である.

サイリスタチョップ電源及び全波整流電源で運転される直流他励電動機の静特性の説明は,

すでにいろいろな文献で述べられているので省略し、本章ではデジタルシミュレーションについて簡単に述べる。

3-1 サイリスタチョッパ電源で運転される場合

直流他励電動機をチョッパ電源で運転した場合、電機子電流連続及び不連続の二つの状態が生じる。電流不連続時のチョッパ周期は、次の三つのモードから成立つ。

モード I 電動機が電源から電力を供給され駆動される期間で、(1)～(3)式が成立する。

モード II 電動機が電源から切離され、モードIで電機子に蓄えられた電磁エネルギーがフリーホイールダイオードを通じて放出される期間で、電機子の電圧方程式は次式となる。

$$0 = R_a i_a + \frac{d(L_a i_a)}{dt} + p M_f i_f \omega - M_a \frac{di_f}{dt} \quad (4)$$

励磁回路の電圧方程式、運動方程式はそれぞれ(1)、(3)式となる。

モード III 電動機が有する運動エネルギーにより、だ行運転している期間で、次式が成立する。

$$0 = J \frac{d\omega}{dt} + f_0 \omega + \tau_0 + \tau \quad (5)$$

次に、電機子電流連続の場合は、モードIIIが生じない状態で、チョッパ周期はモードI、モードIIから成り、電動機の始動時、重負荷時あるいはチョッパ周波数が高い場合に生じる。

デジタルシミュレーションは次のように行う。まずモードIの(1)～(3)式をルンゲクッタ法で解法し、 i_f 、 i_a 及び ω を計算する。モードIの最終値をモードIIの初期値とし、モードIIの(4)式及び(1)、(3)式を解法する。モードIIでは $i_a \geq 0$ の判定を行い、 $i_a > 0$ のときは電流連続で、チョッパ周期が終る。モードIIで $i_a = 0$ となったときモードIIIの過程に移行し、モードIIIの(5)式を解法し ω を求める。

3-2 単相全波整流電源で運転される場合

単相全波整流電源で運転される場合も電機子電流連続及び不連続の二つの状態が生じ、電流不連続時は、更に、フリーホイールダイオードが通電して不連続となる場合と、通電しないで不連続となる場合とに分けられる。

電動機が駆動されるモードIでは、電機子回路の電圧方程式は次式となる。

$$E_m \sin(\omega_0 t + \theta_\alpha + \theta_\beta) = R_a i_a + \frac{d(L_a i_a)}{dt} + p M_f i_f \omega - M_a \frac{di_f}{dt} \quad (6)$$

ここで、 E_m ：電源電圧の最大値、 ω_0 ：電源角周波数、 θ_α ：制御角、 θ_β ：制御角から電流が通電するまでの角度

励磁回路の電圧方程式、運動方程式は、それぞれ(1)、(3)式となる。モードII及びモードIIIはチョッパ電源の場合と同様である。

シミュレーション法は、チョッパ電源の場合とほぼ同様であるが、サイリスタが点弧し電流が流れる時点は、 α 制御された電源電圧の瞬時値が逆起電力より大きくなる時点であること及びモードIでも $i_a \geq 0$ の判定をする必要があることを考慮する。

4. 実測結果とシミュレーション結果

ここでは、前記仕様の直流他励電動機を用いて、電動機始動特性の実測結果と第2章で述べた電動機モデルを用いたデジタルシミュレーション結果との比較及びシミュレーションによる解析結果について述べる。

4.1 サイリスタチョッパ電源で運転される場合

図4に、チョッパ回路の電源電圧50V、周波数100Hz、チョッパ一周期(T)に対するオン期間(T_{on})の比 $T_{on}/T=0.6$ として、電動機を無負荷運転したときの電動機角速度(ω)及び電機子電流(i_a)の始動特性を示す。同図(a)はシミュレーション結果、(b)は実測結果である。シミュレーション結果と実測結果は良く一致している。このようにシミュレーション法によ

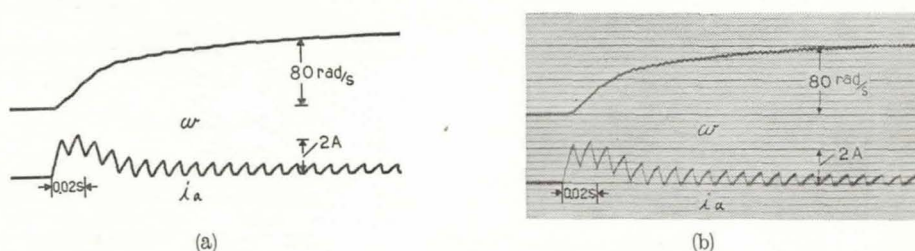


図4 チョッパ電源で運転される電動機の始動特性

れば、過渡時に刻々と変化し、解析的には現在求められないとされている電流不連続時の通電期間が自動的に決定され、かつ、電流連続不連続時の状態を統一的に扱うことができるので、電動機特性の全容が容易に得られる。

図5に、電源電圧(E)と定格電圧(E_r)の比 E/E_r をパラメータとし、電動機角速度を $\omega_n = pM_f i_f \omega / E$ と正規化し、無負荷時における T_{on}/T と ω_n の関係を示した。 T_{on}/T と ω_n の特性は比例性がなく ω_n は飽和する傾向となり、 T_{on}/T が約0.3以下で ω_n は急激に変化し、0.4以上では ω_n の変化は小さく、 T_{on}/T に対する ω_n の制御性能が悪いことがわかる。これは、電流不連続期間に生じる逆起電力が無負荷のため大きく、 T_{on}/T 変化に対する電機子電圧の変化が小さいためである。負荷を負えば制御性能は良くなると考えられ、図6に、負荷を $\tau_n = (\tau_0 + \tau)Ra / pM_f i_f E$ と正規化し、 τ_n をパラメータとし、 T_{on}/T と ω_n の関係を示した。これより、 T_{on}/T に対する ω_n の制御性能は無負荷を負うに従って良くなっていることがわかる。

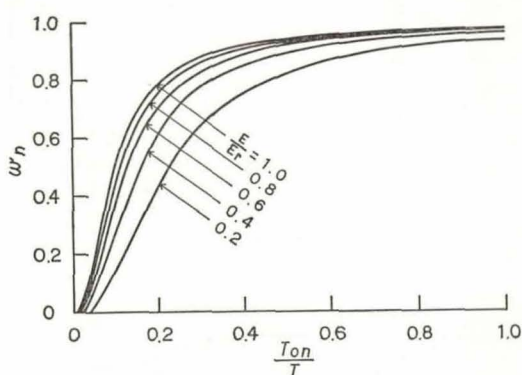


図5 無負荷時電動機速度特性

図7に、無負荷で始動したとき、定常状態の98%に達する周期数(N)と電動機角速度(ω_n)

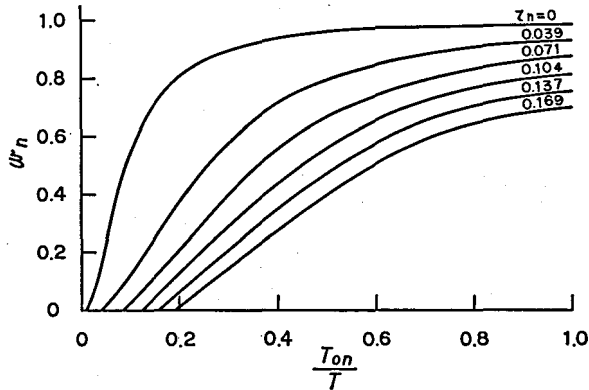


図6 負荷時電動機速度特性

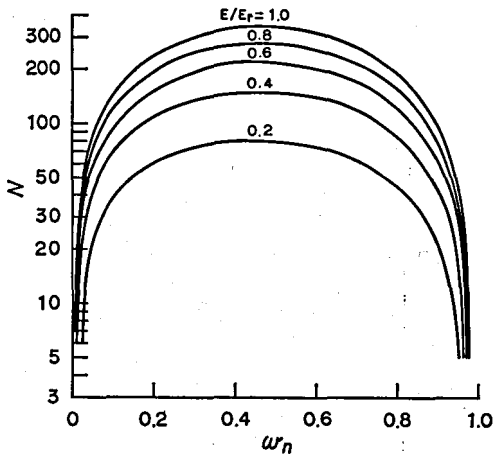


図7 始動時間特性

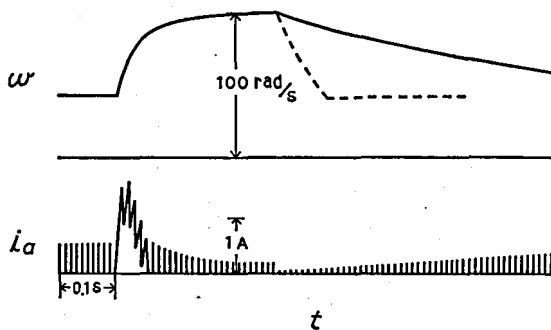


図8 電動機の過渡応答

の関係をシミュレーションにより求めた結果を示す。周期数 N はほぼ始動時間を表わすと考えても大差なく、始動時間は、 $T_{on}/T=1$ 即ち直流電圧を印加したときに達する速度の約1/2の速度となる T_{on}/T の値で、最大となることがわかった。また、同一速度で比較すると、電圧が低い程始動時間は短くなることがわかる。これより、電動機制御系を設計する場合、電圧を低くし T_{on}/T は大きいところで使用することが、応答の面で望ましいといえる。

図8に、 $\tau=0.034N \cdot m$ の軽負荷時に、 $T_{on}/T=0.2$ の定常状態から T_{on}/T を0.8, 0.2と変化させたときの応答をシミュレーションより求めた結果を示す。減速時は加速時に比較して応答が著しく悪くなっている。これは T_{on}/T を小さくして減速する方式であるから、電源電圧は一定で制動力が働かなく、しかも減速中でもオン期間で電流が流れ、電動機が駆動エネルギーを供給されながら減速するためである。同図の点線は、電機子回路両端に 50Ω の制動抵抗を接続し、 $90ms$ 間発電制動した場合をシミュレーションしたもので、応答時間が著しく改善されていることがわかる。

4.2 単相全波整流電源で運転される場合

図9に、電源電圧 $50V$ (実効値)、周波数 $60Hz$ 、制御角 60° として、電動機を無負荷運転し

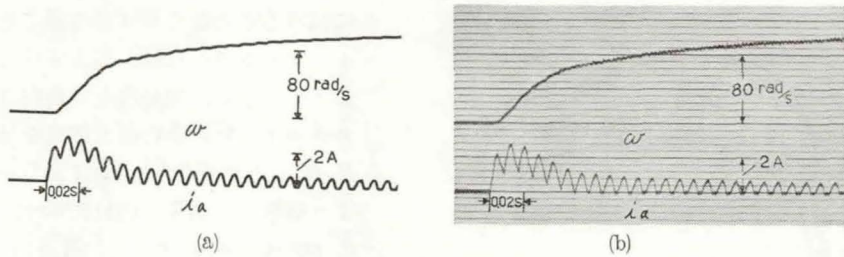


図9 整流電源で運転される電動機の始動特性

たときの始動特性を示す。図(a)はシミュレーション結果、(b)は実測結果である。シミュレーション結果と実測結果は良く一致している。

図10に、電源電圧の最大値(E_m)と定格電圧(E_r)の比 E_m/E_r をパラメータとして、制御角(θ_α)と無負荷時の電動機速度(ω_n)との関係を示した。チョップ電源の場合と同様 θ_α と ω_n の関係は比例性がなく、 ω_n は θ_α が約 60° 以下では一定となり速度制御ができない。これは、サイリスタ点弧時の逆起電力が電源電圧より高くなっている状態で、 θ_α を変化しても、通電開始時点は逆起電力と電源電圧の瞬時値が等しくなる時点で、常に一定となっているからである。

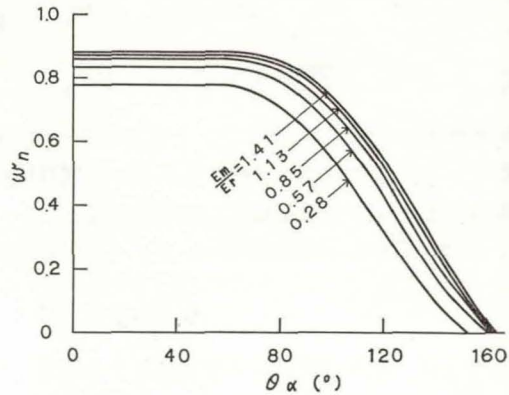


図10 無負荷時電動機速度特性

電動機の始動電流は定格電流の数倍に達するので電流制限をする場合がある。チョップ電源で運転される場合は、電流を検出しチョップオフにすれば容易に電流制限ができる。整流電源で運転される場合も、電源と電動機の間にはチョップ回路などをそう入すれば、電流制限が可能であるが、転流回路を必要としない長所が失われてしまう。そこで、調光装置では普通に行われている。制御角を一挙

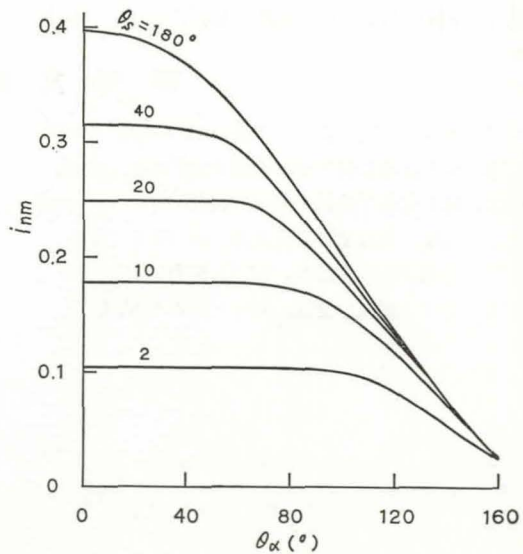


図11 最大電流特性

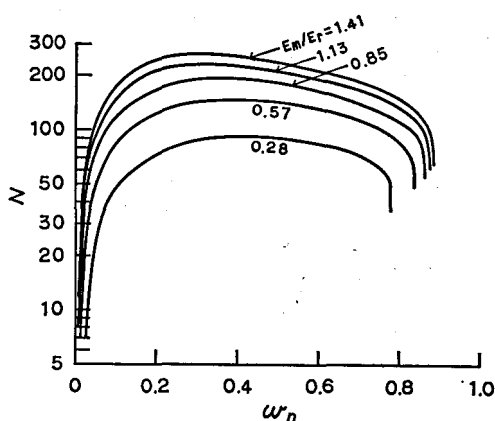


図12 始動時間特性

に拡げることなく徐々に導通させるソフトスタートさせれば、最大電流を抑えることができる。電動機を無負荷でソフトスタートしたときの最大電流を $i_{nm} = i_m R_a / E_m$ と正規化し、シミュレーションより解析した結果を図11に示す。同図で θ_s は一周期に対する増加導通角である。 $\theta_s = 180^\circ$ はソフトスタートしないときの最大電流となる。制御角 (θ_a) が小さい領域で、ソフトスタートによる最大電流抑制の効果が大きいことがわかる。しかし、始動時間は長くなることになる。

図12に、無負荷で始動したときの、定常状態の98%に達する周期数 (N) と電動機角速度 (ω_n) の関係をシミュレーションより求めた結果を示す。整流電源で運転する場合は、電源電圧が正弦波状に脈動しているので、一定の直流電圧をチョップした場合と同様の結果となり、 θ_a が小さい領域でも始動時間は短くならず、 θ_a が大きい領域では、チョップの場合と同様の傾向を示している。

5. む す び

本論文では、電機子電流の大きさに対する電機子回路抵抗、電機子インダクタンスの非線形性並びに励磁電流の変動を考慮した直流他励電動機モデルを提案し、本モデルが実測結果と良い一致をみることを確かめた。次に、サイリスタチョップ電源及び単相全波整流電源で運転される直流他励電動機の特性を、本モデルを用いたデジタルシミュレーションにより解析し、各種特性について述べた。

参 考 文 献

- (1) 入江, 藤井, 石崎: 電気学会誌, 88-4-955. (1968).
- (2) 仁田, 他: 計測自動制御学会論文集, 5-5. (1969).
- (3) 仁田, 他: 電気学会誌, 90-8. (1970).
- (4) 藤井, 石崎: 電気学会論文誌B, 93-13-3. (1973).
- (5) 知野: 電気学会論文誌B, 94-13-5. (1974).
- (6) 仁田, 沖津: 電気学会誌, 85-11-926. (1965).