

粗度とゼロ面修正量について*

松 岡 保 正**

1. ま え が き

粗面水路における流れの抵抗則については、従来多くの研究がなされている。それらは主に粗度要素の形状と摩擦抵抗係数あるいは粗度との関係を調べたものである。要約すると、粗面の形態に応じて適正な基準面を用いれば対数則が良く成立するということになる。このように、粗度要素の高さが増せば対数則の適用にあたって基準面（以下ゼロ面と呼ぶ）補正が必要になることは既に良く知られている。従って、粗度要素が大きな流れに対数則を適用して流量を知るにはゼロ面修正量自体を評価しておく必要がある。

たとえば、堤内外の植生や山地急流河川における河道内の大粒径の石等について、高水時を予想してのゼロ面修正量を知っておくことは治水上有用であろう。また、最近では矢板を水路の側壁として利用する様な機会も多くなってきた。この場合、水深の割に幅の狭い水路においてはゼロ面修正量が重要な意味を持って来る。一口にゼロ面修正量と言っても、粗度要素が植生の場合には水面の位置や流速の大小等で異なった値を示すことが予想される。また大粒径の石の場合には粒径、相互間の距離等がランダムであるため一層複雑になる。

粗面を幾何学的に表示するには、粗度要素の高さ、幅、配列間隔など多くの長さが必要である。ここでは研究の第一歩として、最も単純な形状、配列の一つである幅を無視できる様な浅粗度を使用し、粗度とゼロ面修正量を評価することを試みた。

2. 平均流速分布式

非圧縮性の粘性流体に関する運動方程式は、流体運動に関する一般式に応力とひずみとの関係式を適用して得られる。ことがいわゆる Navier-Stokes の式であり、次のように表わされる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = X_i - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (1)$$

水工学が対象とする流れは殆どが乱流であるため、(1)式をそのまま適用することはできない。しかし乱流場における統計的な特性量を知ることはできる。そこで、(1)式の両辺に ρ を乗じ Reynolds の方法により平均操作を施すと、

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_i u_j} + \overline{\rho u_i' u_j'}) = \rho \overline{X_i} - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \rho \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

* 昭和51年1月 土木学会中部支部研究発表会において発表

** 土木工学科 助手

原稿受付 昭和52年9月30日

が得られる。(2)式は一般に Reynolds の方程式と呼ばれている。

今、簡単のために二次元等流状態に(2)式を適用すると $x_1=x$, $x_3=z$, $u_1=u$, $u_3=w$ として次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial z} \rho \overline{u'w'} - \rho \nu \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

これより、壁面から z の点におけるせん断応力 $\tau(z)$ は次のように表わされる。

$$\tau(z) = \rho \nu \frac{d\overline{u}}{dz} - \rho \overline{u'w'} = \tau_0 \text{ (const)}. \quad (4)$$

ここに τ_0 は $z=0$ 上におけるせん断応力で、摩擦速度 u_* とは次のような関係にある。

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}. \quad (5)$$

(4)式に注目すると、壁面から十分に離れた領域では動粘性は渦粘性に較べて無視できる程度であるから

$$\tau_0 = -\rho \overline{u'w'}, \quad (6)$$

と表わせる。従って、滑らかな壁面からの高度 z における平均流速の変化率は τ_0 , ρ , z のみの関数になる。一方、平均流速の値 $\overline{u}(z)$ そのものは τ_0 , ρ , z には依存せず、動粘性係数 ν が影響する領域での流速の変化法則に依存する。このことから、Monin, Obkhov は次の関係を導いた¹⁾。

$$\frac{d\overline{u}(z)}{dz} = A \frac{u_*}{z}. \quad (7)$$

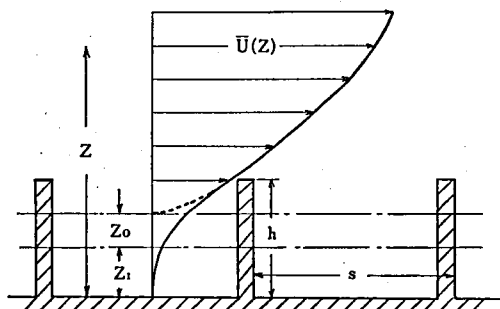


図1 大型粗度上の平均流速分布

ここに A は普遍定数で、カルマン定数 κ により $A=1/\kappa$ として表わされる。これと同じ形の式は Karman(1930) と Plandtl (1932) により、まったく別の仮定から導かれている。

さて、壁面が平均高さ h の突起を持つ場合について考える。Nikuradse によれば、 hu_*/ν が60以上の時には粘性底層は事実上消滅してしまう。従って、平均流速の変化率は τ_0 , ρ , z , h のみの関数になる。この場合には(7)式の代りに、新たに補正関数

$g(h/z)$ を導入した次式が成り立つ。

$$\frac{d\overline{u}(z)}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z} \cdot g\left(\frac{h}{z}\right). \quad (8)$$

ここでゼロ面修正量 z_1 を導入して、 $h/z < 1$ を考慮し補正関数をべき級数に展開する。このとき $z_1 = g'(0)$ となる様に z_1 を選べば、2次の頂までの正確さで次式が得られる。

$$\frac{d\bar{u}(z)}{dz} = \frac{u_*}{\kappa} \cdot \frac{1}{(z-z_1)} \quad (9)$$

これより

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z-z_1}{z_0} \quad (10)$$

が得られる。ここに z_0 は対数則を適用した時、平均流速が0になるようなゼロ面からの高さで、粗度のパラメータあるいは単に粗度と呼ばれる。平均流速分布と、ゼロ面修正量 z_1 、粗度 z_0 、粗度要素の高さなどを模式的に示すと図1のようになる。

3. 実験概要

粗度とゼロ面修正量は粗度要素の高さ、幅、配列間隔などに支配されるものと考えられるが、配列間隔に大きく依存することについて、Johanson²⁾、足立³⁾らは興味深い実験をしている。ここでは研究の第一歩として幅の効果を無視できる様に、高さ40mm、幅2.3mmの鋼板を流れ方向に並べて棧粗度とした。

実験は長さ11m、幅40cmの底面鋼、側面ガラス製可変勾配水路で行った。粗度要素の高さは、山地急流河川や水草の茂った流れ等を想定した為大きくした。

流速の測定には直径1.3cmのプロベラ式流速計を用いた。平均流速を測定する場合、観測時間は最大乱子が10個程度通過する時間を目安にする。しかし、今回は粗度要素が大きかった為、短時間では安定した値が得難く、3分間とした。

粗度要素が大きくなると、棧間隔が増すにつれ、個々の粗度要素の効果が一樣になるまでにある高さが必要になる。ここでは流速の測定位置を流れ方向に移動させ、3個所についての平均流速の鉛直分布からその様な高さを決定した。例として、相対棧間隔 S/h が7のものを図2に示す。粗度 z_0 、ゼロ面修正量 z_1 、摩擦速度 u_* は、図2中の平均流速が一致する高さよりも上の領域に、(10)式を適用することで求められる。

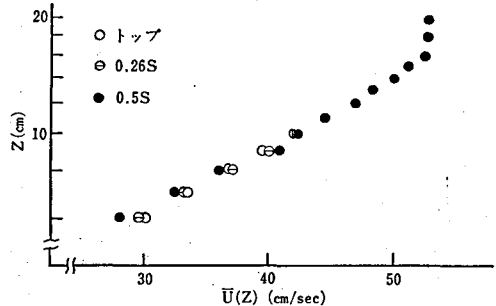


図2 平均流速分布

今回は、棧間隔のみに着目し、相対棧間隔0.5から10までの9種類について実験を行った。なお、実験中流量は33.1l/sec、水路勾配は1,000分の1、水深は24.5cmに統一した。

4. 実験結果

観測された平均流速分布にゼロ面修正をした後、(10)式を適用して粗度 z_0 、ゼロ面修正量 z_1 、摩擦速度 u_* を求めた。例として、相対棧間隔1.5のものを図3に示す。この場合 $z_1=3\text{cm}$ のものが(10)式を良く満しており、直線から $z_0=0.35\text{cm}$ 、 $u_*=4.8\text{cm/sec}$ が得られる。この様にして求められた9種の棧間隔に対するゼロ面修正量 z_1 を縦軸に、相対棧間隔 S/h を横

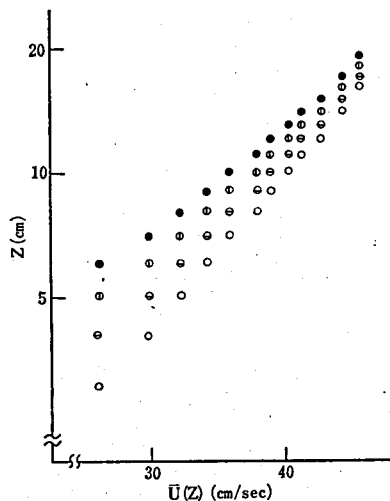


図3 平均流速分布のゼロ面修正

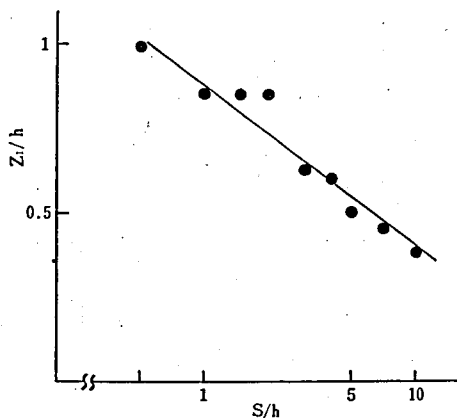


図4 ゼロ面修正量

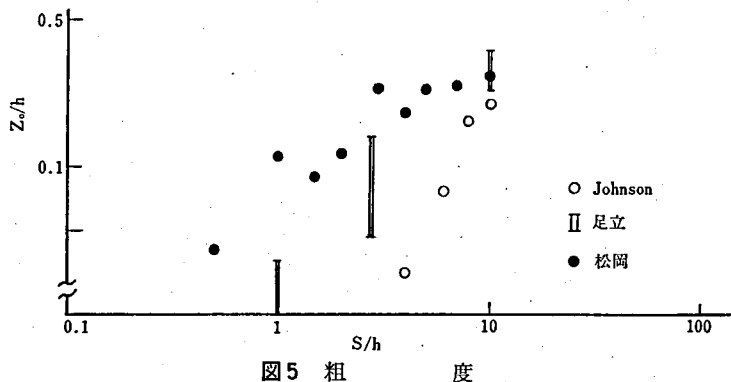


図5 粗 度

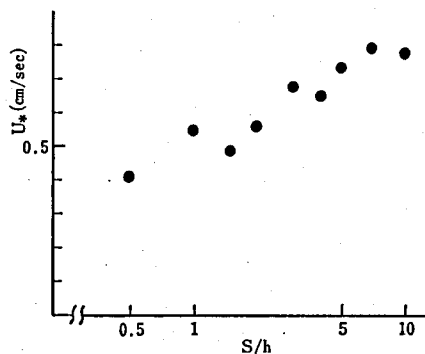


図6 摩擦速度

軸にしてプロットしたものを図4に示す。本文で用いた様な方法で評価した例が無いため比較はできない。この結果から、相対機間隔0.5から10の間では、ゼロ面修正量は相対機間隔の対数関数で近似されよう。参考までに、図中の直線は $z_1/h = -0.49 \log(S/h) + 0.88$ である。次に、粗度 z_0 を縦軸にし相対機間隔を横軸にしてプロットしたものを図5に示す。相対機間隔 S/h と砂粒相当粗度 k_s との関係については、従来多くの研究がなされており、それらのうち

Johnson と足立の求めたものを今回の結果に

併記した。なお、粗度 z_0 と砂粒相当粗度 k_s の間には $k_s = 30z_0$ が成り立つことが知られている。図5では、相対機間隔が10位までは粗度 z_0 が増加する傾向が良く出ている。筆者

の値が Johnson と足立のものより多少大きいのは、粗度要素が彼らのものよりも大きかったことが原因であろう。次に、摩擦速度 u_* を縦軸に、相対栈間隔 S/h を横軸にしてプロットしたものを図 6 に示す。これより相対栈間隔が 10 程度までは、粗度同様摩擦速度も又相対栈間隔の増大につれて大きくなることがわかる。参考までに、 $n = u_* R^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} u^{-1}$ としてマンニングの粗度係数を求めたところ、0.028~0.047 になった。マンニングの粗度係数も又、相対栈間隔が増大するにつれ大きくなる傾向があった。また、摩擦抵抗係数は 0.034~0.090 となった。

5. あとがき

本文では、Monin-Obkhov 式をもとにして粗度とゼロ面修正量を評価し、相対間栈隔との関係を調べたが結果を要約すると次のようになる。

- i) ゼロ面修正量は栈間隔が増すにつれ、ほぼ相対栈間隔の対数関数的に減少する。
- ii) 粗度は、相対栈間隔が 10 程度までは、栈間隔が増すにつれて増大する。
- iii) Manning の粗度係数、摩擦抵抗係数共に栈間隔が増すにつれて増大する。

流れの実用的な抵抗則としては、本文の様な方法は現在の所 Manning の式などに及ばない。しかし、式の理論的な正当性、簡潔明瞭な表現は十分評価されて然るべきである。それにつけても、今後更に多くの粗度要素、水深、水路勾配等に対して粗度とゼロ面修正量を評価する必要がある。

参 考 文 献

- 1) Monin, A.S. and Yaglom, A.M. : Statistical Fluid Mechanics. Mechanics of Turbulence, vol.1 (MIT press), P.275, (1965).
- 2) Johnson, J. W. : Rectangular artificial roughness in open channels, Trans., A. G. U., (1944).
- 3) 足立昭平 : 流れの抵抗則, 水工学シリーズ 67-02, (1967).