

数学の活用態度を重視する指導について*

藤原 重幸**・宮下 重敬***

1. ま え が き

高専で数学を指導していて、近年特に問題点を多く感じるようになった。ここでは、数学の教育目標、指導内容・方法、学生の学習意欲などについて現状の分析をし、指導改善の方法として「活用態度重視」を立案、提起し、あわせてその実践例を述べることにする。

2. 数学教育とその目標

2-1 数学教育と社会

数学教育の歴史をみると、19世紀までの発展は、数学そのものの進展に比べてたいへんゆるやかなものであった。初等算術は生活の中に受け継がれていたが、中等数学教育の上では、教授内容の改善も教授方法の進歩も容易にはなされなかった⁽¹⁾。高等数学は限られた数学者や科学者のものではあっても、社会一般に広く用いられるものではなかった。数学教育に改革が起ったのは、今世紀初頭にペリー（英）、ムーア（米）、クライン（独）、ボレル（仏）らによって改良運動が持ち上がったことに始まる。大きくは次の二点で方向づけられた。

- (1) 数学の各分野の隔壁を除く（代数・幾何などの学習区分を厳重固定化しない）
- (2) 実生活に役立つ数学を学ばせる（関数概念の重視と高等数学の部分の平易化）

これは、多くの識者たちの共鳴を得て世紀半ばまでに、世界各国で一応の成果を修めた。続いて1950年代に米国のイリノイ・エール大学に端を発した数学教育現代化運動は、60年代に入るとブタペスト国際会議が開かれるなど世界的傾向となり、その後各国での実現は進み、今日に及んでいる。その思潮の根源をなすものは、次の二つにあるといわれる⁽²⁾。

- (1) 現代数学そのものの著しい発展
- (2) 科学技術のすばらしい躍進

コルモゴロフは、数学史の区分として19世紀以降を「現代数学の時代」という⁽³⁾。今まで多岐雑然と進んできた数学の諸分野を根本的に再編成し、厳密化する動きが始まったことがその特色である。今世紀初頭からは、ヒルベルトらの公理主義が純粋数学の主流となり、抽象化・統合化の傾向は進み、数学は加速的に発達を遂げるようになった。

一方数学の応用は、従来物理や工学に限られていた面があるが、戦後社会の文化的変容は著しく、他の自然科学さらには社会、人文科学の領域まで範囲を広げ、その有用性を発揮することになった。電子計算機の利用が、技術の多様化・高度化・複合化を生み出し、社会全体の変化が急速になった。技術革新の時代、情報化社会の求める人間像には、数学的教養が

* 昭和50年8月 日本数学教育学会全国数学教育研究大会において発表

** 一般科数学助教授 *** 一般科数学講師

原稿受付 昭和50年10月2日

大きな位置を占め、以前とは異った形の資質が望まれるようになった。個々の知識・技能に偏しないで、物事を統括的・発展的にとらえることができ、システム化を推進できる能力が必要となった。

現代数学の発展と社会的要請とを調和させる形で、数学教育を現代社会に組み込もうとするのが現代化の大きなねらいだといえよう。

2-2 数学教育の目標

数学の学校教育の教科としての存在価値については、古来諸説が行われてきた。1923年の数学諸規程全米委員会の報告では、数学教育の目標に実用的、訓練的、教養的の三つをあげている⁽⁴⁾。これを次のように補足した平岡忠氏の意見⁽⁵⁾は妥当なものである。

- (a) 実用的・準備的目標（数学の概念・知識・技能・思考の活用、あとの数学の準備）
- (b) 訓育的・陶冶的目標（思考の練磨と転移、数学的考え方や態度の育成）
- (c) 文化的・教養的目標（文化財としての知識、数学の文化の発展への貢献について）

1920年代までのわが国の数学教育では、数学は学んでも大して役に立たないもの一非実用的一の代名詞になっていて、専ら思考推理の練磨という(b)が主目標であった。クライン流の改良の主旨は、(a)の強調を打出したものであった。わが国で1971年から始まり75年で高校までの改訂が完了する「算数・数学学習指導要領⁽⁶⁾」を総括目標に着目して眺めるとき、小学校では「日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育てる」となっている。中学校では、「日常の事象」ばかりでなく、社会生活、自然における事象を加えて単に「事象」とし、「筋道を立てて」が「論理的に」となっている他は同じである。小・中学校とも、(a)、(b)を主体に(c)を添えてある。高校では、中学校の中で「数理的」が「数学的」となり、「育成する」が「育成し、また、社会において数学の果たす役割について認識させる」と、(c)を加えて(a)、(b)、(c)を調和させたところに特色が感じられる。

さて高専の場合は、そのめざす人間像によって規定されるが、数学の現行教育課程の標準⁽⁷⁾をみると、次の三つの個別目標で示されている。

1. 数学が論理的、体系的に組み立てられている過程を理解させ、数学の基本的な考え方を修得させる。これにより実生活における論理的な思考の必要性を理解させ、さらにより進んだ数学の考え方や処理の仕方を生み出す能力を養う。
2. 数学における基本的な知識の修得と技能の習熟を図り、それらを的確かつ能率的に活用する能力を伸ばす。
3. 実生活の問題を数学的にとらえ、その解決の見通しを立て、これを処理する能力を養い、数学を科学、技術などに積極的に活用する態度を養う。

工学系であることから、(a)が大きく求められている。すなわち、数学の概念・知識・技能を身につけてそれを活用すること、数学的思考方法を体得して応用に役立てること、また数学そのもので高度の数学を学ぶ基礎をつくる準備などに重点が置かれる。要するに(a)を中心に(b)、(c)がこれを支えて調和ある有機的構造が望まれるわけである。

3. 数学学習の実態とその分析

次は1974年12月に本校学生286名（1年2クラス81名、2年2クラス81名、3年3クラス

124名) に対して、無記名アンケート形式で行った「数学学習実態、意識調査」20項目の中からの抜粋である。統計は学年ごとに相対度数(%)で示す。

図1 数学の好嫌(%)

	(ア) 好き	(イ) 嫌い	(ウ) どちらでもない
1年	50.0	16.2	33.8
2年	43.5	18.8	37.7
3年	30.5	30.5	39.0

図2 好きになった時期(%)

	(ア) 小学校	(イ) 中学校	(ウ) 高専
1年	32.5	60.0	7.5
2年	37.8	46.0	16.2
3年	52.0	40.0	8.0

図3 嫌いになった時期(%)

	(ア) 小学校	(イ) 中学校	(ウ) 高専
1年	30.8	30.8	38.4
2年	12.5	31.3	56.2
3年	4.0	24.0	72.0

表1 好嫌の理由 上位3項目(各10項目より選ばせる 全学年の集計)(%)

好きな理由	1	問題をとけた時の喜びが大きいから	64.7
	2	あいまいでなくすっきりした学科だから	51.0
	3	筋道を立てて考えていくのが好きだから	45.5
嫌いな理由	1	テストで成績が悪かったから	46.3
	2	内容が高く勉強してもよく理解できないから	35.2
	3	考え方が複雑だから	29.6

図4 数学の難易(%)

(ア) 大変むずかしい (イ) むずかしい (ウ) ふつう (エ) その他

1年	9.9	53.1	32.1	4.9
2年	2.5	61.7	33.3	2.5
3年	31.4	46.8	16.2	5.6

図5 数学学習の重点(%)

(ア) 理論に (イ) 計算に (ウ) 理論計算半々 (エ) その他

1年	24.7	23.5	46.9	4.9
2年	29.6	23.5	40.7	6.2
3年	17.8	25.0	41.9	15.3

図6 数学の他教科への有用性(%)

(ア) 大いに役立つ (イ) 役立つ (ウ) ふつう (エ) その他

1年	29.6	53.1	16.1	1.2
2年	7.4	63.0	23.4	6.2
3年	10.5	62.1	21.0	6.4

図7 授業における実用性の強調、応用問題の練習の応用力への効果(%)

(ア) 大いにある (イ) ある (ウ) ふつう (エ) その他

1年	13.6	54.3	13.6	18.5
2年	8.7	75.3	7.4	8.6
3年	16.9	41.1	20.2	21.8

表2 興味をもつ数学の項目 上位4項目(3つ以内であげさせる)(%)

学年 順位	1 年	2 年	3 年
1	指数・対数 53.1	積分法 40.7	微分法 37.1
2	三角関数 51.9	微分法 40.7	積分法 36.1
3	解析幾何 29.6	三角関数 34.6	三角関数 20.2
4	関数とグラフ 23.5	順列・組合せ(確率) 24.7	行列・行列式 16.9

表3 応用される数学の項目 上位4項目(思いっただけあげさせる)(%)

学年 順位	1 年	2 年	3 年
1	指数・対数 76.5	積分法 72.8	積分法 81.5
2	三角関数 67.9	微分法 66.2	微分法 71.8
3	方程式・不等式 42.0	三角関数 50.6	三角関数 54.8
4	式と計算 24.7	指数・対数 30.9	ベクトル・複素数 29.8

3-1 学習の好嫌と難易

数学を好きな者のほとんどが、小・中学校の段階で好きになっており、その理由を問題をとけた喜びにおく者が多い。嫌いな者は、入学後増加を続け、3年で30.5%を数え、その主な理由に内容が高く理解できない、テストで点が悪いことをあげている。(図1, 2, 3表1) また図4によると、各学年60~80%の者が内容がむずかしいと答えており、学習の重点が計算技能に傾いていく(図5) ことと考え合えると、内容が理解できないままに形式的学習ですませている面がうかがえる。他方学習が理論重点の者が2年で30%あることに着目するとき、2年が極限概念・代数・幾何の内容を特色とすることとも関連づけて、教材の変化と相応の理論展開が、その年代の者の合理的知性を刺激する面も大きいと考えられる。別に入学者(工学系に志望して選抜されてきた)の10%が、小・中の段階ですでに数学が嫌いであることから推論すれば、その段階での好嫌と成績との相関度の高いこと(早坂茂氏による調査⁶⁾)をみて、入学者の学力の点に問題が感じられ、また指導内容の高度化が小・中での学習不適應者を多くしているとの巷間の報道の真実性を一面で物語っているととれる。

3-2 学習意欲と活用との関係

表2, 3によって、数学の興味項目と、他教科への応用項目との順位が、ほとんど一致していることに注目したい。これは応用できるものへの関心は強いとみるのが妥当であろう。各学年70~80%の者は、数学が他教科の学習に役立つと考えており(図6), 数学の実用性への認識は強い。実用を強調する指導で応用力がつくと考えている者は各学年とも高率である(図7)。これは実用に関心があり、実用強調の指導に期待をもつ者を示す数字と解釈すれば、1年の内容が基礎的であり、2年では微積分初歩・ベクトル・行列とそのまま専門学習へ接続することからうなずける。3年で57%とおちこむことはどうとらえるべきか。3年

の内容は程度が高く、その段階での実用以上のことを相当とりこみ、理論・計算両面での攻勢がきびしい。その重圧で数学嫌いを多くする一方、数学の実用への期待に疑問を抱きだすところでもある。なぜこんな難解の数学を学ぶのかと問われる。ここに高専の数学教育の直面するむずかしい問題がある。これらを総合して考えるとき、難解無体の数学理論を独走させないで、数学をある程度実用面と関連づける活用重視の指導がなされる必要がある。

4. 活用態度を重視する指導

4-1 数学における活用態度

応用と活用の意味のちがいを、辞書で調べると、応用は「原理や知識を実際的な事柄にあてはめて利用する」、活用は「活かして用いる」となっている。数学の応用というと数学以外のものへ向うことが多い。そこで活用をとりあげ、数学・適用対象の両方を広げてみる。

$$A \begin{cases} A_1: \text{数学の概念・知識・技能} \\ A_2: \text{数学的思考方法} \end{cases} \quad B \begin{cases} B_1: \text{数学の内部} \\ B_2: \text{数学の外部} \end{cases}$$

$A \rightarrow B$: 事柄 A を対象 B に活用する (数学を具体的事象へ適用する) これを分解して

$A \rightarrow B_1$ (数学を数学の内部に活用する。さらに $A_1 \rightarrow B_1$, $A_2 \rightarrow B_1$ と分解できる),

$A \rightarrow B_2$ (数学を数学の外部に活用する。さらに $A_1 \rightarrow B_2$, $A_2 \rightarrow B_2$ と分解できる) となる。

ここで $A_1 \rightarrow B_1$ は限られた数学内部での数学の展開であり、 $A_1 \rightarrow B_2$ は従来の応用という場合であった。数学的思考は今日では数学教育者の慣用語になっているが、その内容は広く、明快な定義は容易でない⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。数学教育の現代化とも密着しており、解釈は時代とともに変わる可能性をもっている。指導目標の中のことばをかりていえば、数学的にとらえる (数量化、記号化など)、論理的に考える、統合的、発展的に考察、処理することなどである。そして、「活かし用いる態度」として望まれるのは創造的、能率的に用い、構造化できる態度でもあろう。上記で $A \rightarrow B$ を四つに分解したが、実際の場合は、それらが有機的・複合的に組合わさって、数学を関心あるあらゆる事象へ役立てる知的活動が生まれてくるのである。

4-2 指導改善の方針

以上により高専の数学教育のおかれた現状と活用のもつ意義を説いた。社会的要請、教育目標、学生の実態の三つの面からくる数学指導の共通の力点は、まさに「活用態度の重視」にしばられる。そこで指導改善の一方法を次のように提言する。

まず数学を科学その他一般に活用することを認識させる意味で、身近かな問題の解決にとりくませる。ついで数学それ自体への活用の面で、能力相応の素材をもって、概念の理解と構造をとらえ、構成することを取りあげる。この二つの修得を助けるためには、それ相当の基礎学力を充実させること、数学発展の底を流れる事実を目を向けさせることが必要である。

四つの方針を立て、以下にその細論をのべる。

- | | |
|--------------------|---------------|
| (1) 基礎的計算力の習得 | (2) 具体的問題への応用 |
| (3) 数学の概念、構造の理解と構成 | (4) 数学史の学習 |

(1)について わが国の数学教育には容易に除けない慣行がある。数学の殻の中にこもりすぎる、答え偏重の数・式の計算と難問の解法にエネルギーをかけすぎること、専門学習が内容の理解以上に高等数学に形式的に依拠する傾向があることなどである。今時改訂の小・中・高の指導内容では、計算そのものにかかる労力はかなり軽減する方向に進んでいる。

各種タイプの計算機器の普及が単純計算から人力を解放しつつある現状では、時間でしばる計算技能よりも計算の原理・方法の方に重点がおかれる。公式・定理の記憶に頼る学習は少くし、それを導く筋道の理解とその用い方を重視する。公式集の傍用と必要あれば、数表やポケット電卓の併用をもとり入れる指導を考える。

(2)について 数学を利用する面はおそらく無限に広がっていくであろう。現代化は数学を特定なものに応用する能力をつけることを目途していない。より普遍的なことへの適用をなす態度を目ざしている。しかし、数学指導が数学の中の適用のみを説き、一般原理を明かし続けても現実問題に対する数学的处理能力は自らつくものではない。多少の時間をさいても実際問題をともし力をつけることは意味があるし、抽象的すぎてついていけない者を多くしている現代化のゆきすぎの是正にもなる。数学指導者がこの点を重視し現実問題の中に多くの素教材を求めることは事態を好転させる。また各教科が独自の指導をしている教育体系では、関連教科の進度の不一致は学習効果を悪くしている場合もある。他教科との連絡を密にして必要度を知り、指導時期を考えていくことも大切である。

(3)について 数学の思考対象は時代とともに拡大していく。図形・数・写像・関数・変換・行列などの対象の全体を集合としてとらえることが現代数学の特色であり、抽象化への第一歩である。集合の中で演算を定義し、そこに構造の概念が生まれる。ブルバキの思想は全数学を代数・位相・順序の三構造の理念によって統一、総括しようとするところにある。現代数学の発展はその構造のパターンの追究にあるといえる。実例を用いて構造を理解させ、さらに高度な体系を構成していく力をつけさせることに数学教育の現代的意義がある。この構造的なみ方は、未知な事象に対する問題解決の手段に通じる活用面をもっている。かつての典型ユークリッド幾何に代わるものが様々の形で現われている理由はここにある。指導対象の理解力、興味の程度、利用度を考えて教材を選ぶことが学習効果に大きく影響する。

(4)について 数学はどんな科学で何を目的・対象にしているのか、数学の発展はどんな推進力によってなされてきたか、数学と諸科学との関連はどうなっているのかとの質問が多い。また数学の内容・程度が高まるにつれ形式論理に流れ易くなるため、数学の演繹理論が普遍性に通じ役立つものに発展することの保証はどこにあるのかといった疑問も生れる。自然科学が数学の発展に与えた直接的な作用、また逆の作用についての認識をもたせることは、数学の文明における役割りを理解し、数学を尊重する態度を身につけ、さらに数学学習の目的をとらえ、学習意欲を促進させる大きな意義がある。

5. 指導の実際（内容）

ここでは、活用重視の指導の一つの型を示す。1974年度本校1年1クラス（42名）に対し実施したものの概要である。まず現行教育課程標準の中で教材の検討を行い、教科書の古典的形式の難問は除き、活用上重要でない項目は扱いを簡略化し、20余時間を生み出した。1年の内容を一通り学習し終えた段階で、前述の四つの柱に基づき作成したプリント教材を用いて指導した。中心的目標を、微分積分学習の準備として、関指概念全般を整理・再構成することにおいた。（実践の詳細資料は、1975年日数教全国大会にて発表した⁽²⁾。）

5-1 基礎計算力の学習

1年間の学習進行の中で平板的に扱ってきた事項を、整理統合して5群50項目に分類する。

実用上よく出てくるものと簡便算の習得もねらう。要点を解説し、計算練習の問題を選出し学年末休業に自学自習させる。

5-2 具体的問題への応用

数学の分類項目を離れて、実生活・図形・物理・化学・宇宙天体など種々の分野にわたる1年程度の数学を用いる問題を与え、説明し、演習をする。数学的にとらえ、処理することを重視し、計算では、数表・計算尺・ポケット電卓などの活用を取り入れる。

5-3 数学の構造の理解と発展的構成

数学の理論構成のモデルとして、代数的構造を取りあげる。数の拡大の類似として関数の集合の拡大を考え、微積分法の対象となる関数を全体的にとらえ明確にする。

- (1) 数学の構造 数の集合、演算の諸法則、閉じている。(自然数から複素数まで)
群・環・体の定義と実例(数・剰余系・多項式など)
- (2) 写像・関数 定義域・値域、中への・上への・一対一の写像、合成・逆写像、
写像の集合。関数について同様の諸定義
- (3) 基本関数 正べき関数 x^n (n :自然数)、指数関数 a^x ($a>0$, $a\neq 1$)、円関数 $\sin x$,
 $\cos x$ の実生活からの着想と抽象

(4) 基本関数をもとにして関数の集合を拡大する

- ① 加, 減, 乗法で閉じた関数の集合をつくる。

関数の集合 $\mathcal{A}=\{1, x^n\}$ (n :自然数)の要素の一次結合式(係数域は実数)の全体 \mathcal{A}_0 。 $\mathcal{A}_0 \ni f, g$ について $f \pm g, fg$ をふつうの計算で定義するとこれも \mathcal{A}_0 に入る。

さらに広い関数の集合 $\mathcal{B}=\{1, x^n, a^x, \sin x, \cos x\}$ ($a>0$, $a\neq 1$, $n=1, 2, 3, \dots$)の要素の一次結合式の全体を台として、 \mathcal{A}_0 と同様にして加減乗法で閉じた関数の集合 \mathcal{B}_0 をつくる。

- ② 四則(加, 減, 乗, 除法)で閉じた関数の集合をつくる。

\mathcal{A}_0 を台として、 $\mathcal{A}_0 \ni f, g$ に対し f/g を $f(x)/g(x)$ ($g(x)\neq 0$)で定義して、この形の関数の全体 \mathcal{A}_1 をつくる。 \mathcal{A}_1 は四則で閉じている。 \mathcal{B}_0 について同様に \mathcal{B}_1 をつくる。 \mathcal{B}_1 にて、 $\tan x, \cot x, \sec x, \operatorname{cosec} x$ を定義して三角関数は6種類でそろえる。

- ③ 基本関数の逆関数をつくる。(基本関数とこの逆関数を合せて基本的関数とする)

x^n に対し $x^{\frac{1}{n}}$ ($n=2, 3, \dots$)、 a^x に対し $\log_a x$ ($a>0$, $a\neq 1$)、三角関数に対し逆三角関数 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x, \tan^{-1} x$ など。

- ④ 合成関数の考えにより関数の集合をさらに拡大する。

\mathcal{B}_1 の中の任意の二つ(結局任意有限個)の関数に対し合成関数の演算を入れ(実関数として意味のあるもの)、 \mathcal{B}_1 の要素をふやし、それを台として四則で閉じた関数の全体を \mathcal{B}_2 とする。次に $\mathcal{C}=\{1, x^n, x^{\frac{1}{m}}, a^x, \log_a x, \sin x, \cos x, \tan x, \sin^{-1} x, \cos^{-1} x, \tan^{-1} x\}$ ($a\neq 1$, $a>0$, $n=1, 2, \dots$, $m=2, 3, \dots$)をもとにして、 $\mathcal{B}_0, \mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2$ と同様に作った関数の集合を $\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ とする。 \mathcal{C}_2 の関数を初等的関数という。これら関数の集合の間の関係は右の通りである。

$$\begin{array}{l} \mathcal{A}_0 \subset \mathcal{A}_1 \\ \cap \\ \mathcal{B}_0 \subset \mathcal{B}_1 \subset \mathcal{B}_2 \\ \cap \\ \mathcal{C}_0 \subset \mathcal{C}_1 \subset \mathcal{C}_2 \end{array}$$

- ⑤ 初等的関数を簡単な関数の合成に分解する。

ex. $y=\log_a |\cos x|$ ($y=\log_a u, u=\sqrt{v}, v=w^2, w=\cos x$)

(5) 関数の総合的把握

- ① 関数の性質 基本的関数の特性、関数を式の形から分類する。
- ② 関数のグラフ 関数の特性とグラフの一体化、変換、ディリクレ式定義の関数。
- ③ 関数値の求め方 数表、計算尺、計算機器による平方、平方根、立方、立方根、常用対数、三角関数の値、一次補間法の習得、対数方眼紙の効用、各種計算能力の比較。

5-4 数学史の学習

3年までの数学の範囲内のことを主にして、年代・国・人名などをとりあげ、時代的背景、著名数学者やその著書、定理の出現時や画期的意義などをとり扱う。次の時代区分で「数学史概観」の資料を与え、一部解説し、参考書を示し自学自習させる。

古代数学 ①バビロニア ②エジプト ③古代ギリシア ④ヘレニズム ⑤ローマ

中世数学 ①インド ②中国 ③アラビア

15世紀, 16世紀, 17世紀, 18世紀

6. 指導の実際（結果と考察）

前節の指導の結果と考察を述べる。数学の理解、数学的处理能力、学習目的、意欲などを全体的に評価するために、テスト、アンケート、レポートの三方法で測定を試みた。

6-1 テスト

2年時の初め基礎計算力、応用力、関数概念の理解のテスト（各1時間、各100点満点）を行った。問題例（その平均成就率）、と成績集計をかかげる。

問1) 整数全体の5を法とする剰余系の中で、0を除いた $\{1, 2, 3, 4\}$ は乗法に関して群をなすことを乗積表、単位元、逆元をあげて示せ。 (73%)

問2) ①関数 $x+2^x+2\sin x$, $3^x/1+x^2$, $\log_2 x$, $\cos 2^x$, $2^x(x^2+x+2)$, $\cos^{-1} x$, $\tan x$, $3^{\sin x}$, \sqrt{x} , x^5+2x^4+x の中から次の各条件をみたすものを選び。

ア. \mathfrak{B}_0 に入る イ. \mathfrak{B}_1 に入り \mathfrak{B}_0 に入らない ウ. \mathfrak{B}_2 に入り \mathfrak{B}_1 に入らない

② $2^{\sin^2 x}$ をBの関数の合成に分解せよ。 (52%)

問3) ① $x<0$, $0\leq x<1$, $1\leq x$ に対しそれぞれ $y=x^3$, 0 , $(x-1)^2$

② $y=\sin x+\cos x$ この二つの関数のグラフをかけ (82%)

問4) ある濃度の水溶液が1 lある。100ml 使用すると同量の蒸留水を加える。濃度がはじめの1/5 以下になるのは何回目か。数表を用いよ。 (20%)

問5) 長野はほぼ東経138°10', 北緯36°40' の地点にある。長野における次を求めよ。

① 夏至の日の南中時刻、太陽高度 (66%)

② 春分の日の南中時に地上に垂直に立てた1mの棒の影の長さ。数表を用いよ。

演算の理解には素早い反応を示すが、応用問題は興味程に力が伴わない。合成関数の分解は正答率73%であった。関数の集合拡大の指導効果はあったとみてよい。成績集計は級平均点（標準偏差）が、計算力65.8 (18.4), 応用力55.6 (13.8), 関数66.8 (17.6) 点であり、平常テストの平均成就率60%と比べ、1年全範囲テストとしては悪くない。

6-2 学習結果調査

学習成果を自己診断させる無記名アンケート調査。四つの柱と全体についての5区分で、選択方式15項目、記入方式5項目で行った。問例を示す。回答はア. 積極的肯定 イ. 肯定

ウ. 否定その他 の一つを選ばせる。()内はその順に%を示す。

問1) この列举項目の計算力で実用学習にどの程度対処できるか。(3%, 68%, 29%)

問2) このように実用性を強調したり応用問題を解く学習をしたりすることにより、数学の応用力は修得されると思うか。(11%, 76%, 13%)

問3) 関数を分類し特性を考えてグラフをかくことができるか。(6%, 62%, 32%)

問4) この学習により数学史に関心を持つようになったか。(3%, 27%, 70%)

問5) この学習が2年時の微分法学習にどの程度役立っているか。(27%, 46%, 27%)

回答ア, イ, ウをそれぞれ2, 1, 0点として15項目を得点換算したところ、級平均は0.61点であった。この数字は総評価としてやや「1(すなわちイ. 肯定)寄り」であって指導の効果はあったとみられる。この調査はテスト直後に行ったものである。

6-3 レポート

数学史学習は3ヶ月の自習期間を与えて自由研究感想文を提出させた。

(1)数学史への関心。上記(2)問4)と同一の質問に対し(18%, 65%, 17%)と著しく向上。

(2)興味をもつ時代。事項など。多い方からギリシア, エジプト, 17世紀の順。古代に関心が強いのは、初等的でわかりよいから、17世紀は微積分の学習に入ったため。事項はギリシアの幾何学, 実用からの数学の発見(測量術など), 微積分の発見が圧倒的に多い。

(3)主な感想・意見。「科学技術の道具にすぎないと思っていた数学が、実は科学の原動力として発展してきたことを知った」「数学に古い歴史があること、定理・法則を考えただ人の苦勞、発見の必然性を知りえた」「今まで嫌だった数学を別の角度から眺めることができた」とほとんどの学生が数学史学習の意義を認めている。さらに「学ぶ事項の背景・位置がわかり数学学習に意欲がわく」「項目導入時に数学史を説明してほしい」と数学学習へのプラス面を述べている学生も多い。

レポートは内容、量、深度の個人差はあるが、低学年にしては意欲的にとりくんだものが多かった。意図した精神面のプラスと教養的目標は達せられたとみてよい。

6-4 指導の考察

この実践は計算偏重を改め、数学を役立てる態度を養うことに主眼をおき、学習に目的と意欲をもたせようと試みた。学年末集中方式をとったため時間的制約があり十分な指導ができたとはいえない。しかし諸データはかなりよい反応を示している。対象が1年生であるだけに、今後の指導の改良、継続により一層の効果が期待できる。

7. む す び

活用態度の育成は、数学教育の目標の核心にふれるものであり、にわかにその成果は期しがたい。活用の機能は、抽象数学を現代社会から孤立させないで、他への展開を無限にする働きをもち、数学を学ぶ者・教える者をしてつねに新鮮さを持続させる意義をもっている。高専の教育課程の改訂は間近いという。また小・中・高校の教育課程の再改訂も遠くないとさく。数学の指導内容がどのように変わろうとも、つねに対象に適した形で教材を取り入れ、活用態度重視の指導に一層の工夫をこらしていきたいと考えている。

参 考 文 献

- (1) 小倉金之助：数学教育史 岩波書店
- (2) 日数教編：数学教育の現代化 培風館
- (3) ルイブニコフ：数学史(IV) 東京図書
- (4) 小林善一・井上義夫：数学教授法 共立出版
- (5) 平岡 忠：数学教育の目標の史的考察 日数教会誌 1972 第54巻 特集号
- (6) 日数教編：算数・数学学習指導要領(小・中・高校) 1971
- (7) 文部省：高等専門学校教育課程の標準 昭43.3
- (8) 早坂 茂：数学教育の心理学的研究 宮城高専紀要 第5号 昭43
- (9) 佐藤良一郎他：数学教育現代化へのアプローチ 学校教育研究所
- (10) 平川淳康：数学的な考え方——数理思想 日数教会誌 1972 第54巻 5号
- (11) 森 毅：現代数学とブルバキ 東京図書
- (12) 藤原重幸・宮下重敬：数学の活用能力を高めるための指導について 日数教会誌 1975 第57巻 特集号