

# 回転乱流場の小スケール

植木良昇\*

## Small Scale in Circulating Turbulence Field

UEKI Yoshinori

Small scale statistics in turbulence have been studied by analyzing scaling exponents of velocity structure functions. Within the framework of local isotropy presented by Kolmogorov, these exponents are uniquely determined. However, in anisotropic flow there is few information on this theme. We report here how the large-scale anisotropy penetrates the small scales or the relation between small -scale statistics and large-scale anisotropy in circulating flow is discussed. A third point regarding concerns the generation of the Refined Kolmogorov Similarity Hypothesis(RKS). A new form of GESS, making use of the second-order structure function, is supported by experimental data.

キーワード：乱れ，旋回流，非等方性，慣性領域，コルモゴルフ

### 1. ま え が き

静止流体中で回転する円筒周りの乱流の尺度則を調べた。この流れは平板とは異なり遠心力やコリオリ力が働き複合乱流ともいわれる。尺度則は平均流に対しては壁法則やべき法則があり当流れに対して著者は検討した<sup>(1)</sup>。Sreenivasan と Antonia<sup>(2)</sup> は乱流における問題点はコルモゴルフの尺度則が実際の流れとどれだけずれているかを実験的に調べることでありと力説している。Zhou と Antonia<sup>(3)</sup> は格子乱流での乱流の微細構造について研究した。Mi と Antonia<sup>(4)</sup> は噴流のスペクトルのべき法則指数がせん断や間欠係数により影響されると報告している。Shafri と Antonia<sup>(5)</sup> は粗面乱流境界層での乱流の微細構造について研究した。

コルモゴルフが提示した乱流に関する仮説には、1941年に提示した普遍仮説(K41)<sup>(6)</sup>とその後の修正仮説(K62)<sup>(7)</sup>がある。前者は小スケールの運動は局所等方的であり、その統計的性質は平均散逸率 $\langle \varepsilon \rangle$ と動粘性係数 $\nu$ によって一意的に決定されるという理論である。しかし一様等方性乱れを除くとk41は支持されなかった。その主な原因は、小スケールの統計を平均散逸率 $\langle \varepsilon \rangle$ によって表現しようとしたところに

あった。エネルギー散逸率の分布は空間ゆらぎを取り込む必要がある。そこでコルモゴルフはエネルギー散逸率の局所平均値を用いる事によってK41仮説を修正した。K62では速度構造関数のスケーリング指数はK41から僅かではあるがズレが生じる補正係数 $\mu$ で修正される。これは間欠性 $\mu$ と呼ばれ、実験で求めるしかなく理論的に決定できない量でありこれが重要となる。そこで速度構造関数・スペクトル・散逸に対して回転乱流の場合とはK41と修正K61との間の差に焦点をあて議論を進める。

次に近年、Benzi<sup>(8)</sup>が中心となって活発に研究がされているコルモゴルフの新たな変形尺度法則と呼ぶべき解析にも注目をする。目的はこれらの尺度が等方性乱流・大気乱流・平板境界層と当流れでの違いを調べ当流れに働く遠心力の効果を見いだすことにある。

### 2. 実 験 方 法

本実験条件における流れ場を図1に示す。ここで用いた実験装置は従来のもので同一である<sup>(1)</sup>。円柱は直径 $d=300\text{mm}$ でy軸まわりを回転し、レイノルズ数は $Re=U_w d/\nu=6.2 \times 10^5$ に設定した。ただし、 $U_w$ は円柱表面速度である。平均速度と乱流量の測定はI型熱線プローブを用い、20kHzでサンプリングをおこなった。測定の前後に検定を行い特性が変化してないことを確認した。測定時間は30分間である。

\* 機械工学科教授

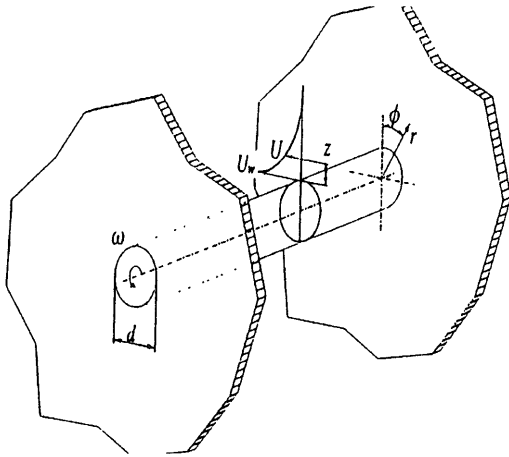


図1 流れ場

これだけでは壁からの距離の増大とともに今回の統計量は収束に不十分であったのでこれらが収束するまでさらに4回以上平均したものを平均量とした。その傾向は壁から離れるにつれて大きくなった。

### 3. 実験結果

#### 3-1 瞬時速度の比較

物理的なイメージが得やすいので瞬時の速度と速度増分1次、2次、3次を同時に示したのが図2である。 $du^2$ に比べて $du^3$ の間欠性が極めて強い。そのことが $du^3$ の平均値の収束性が悪い原因であることが予想される。

#### 3-2 慣性領域の決定

尺度を計算するためには慣性領域を事前に決定しなければならない。一様等方性乱流においてNavier-Stokes方程式から得られる数少ない結果として、3次速度構造関数に対する式(1)が導かれる

$$\langle \delta u^3 \rangle = -\frac{4}{5} \langle \varepsilon \rangle r \quad (1)$$

慣性領域の判定条件として(1)式が成立している領域とする。しかし回転流れは式(1)は成立しなかった。そこで $\langle \delta u^3 \rangle / r$ の一定の代わりに3次速度構造関数を距離 $r^\alpha$ でわった値が一定となる領域を求めた。図3は境界層中の3点での比較を示したグラフである。

上の図から得られた指数 $\alpha$ の傾向を図4に示す。指数 $\alpha$ の値は壁近くでは $\alpha=1$ に近づいているが $z/D$ が増加するにつれて $\alpha$ の値は小さくなる。指数 $\alpha$ が1に近いのは $z/D=0.07$ 近辺でありさらに壁に近づくと3次速度構造関数が $r^\alpha$ に比例する領域が消滅し指数 $\alpha$ は存在しない。さらに重要なことは指数 $\alpha > 1$ が平板で指数 $\alpha < 1$ が円柱である。

$\alpha$ に影響する因子はいくつか考えられる。1つはせん断で円柱のごく壁近傍で激しく変化し外層ではあまり変化しない。2つめは相対乱れ(乱れと局所速度

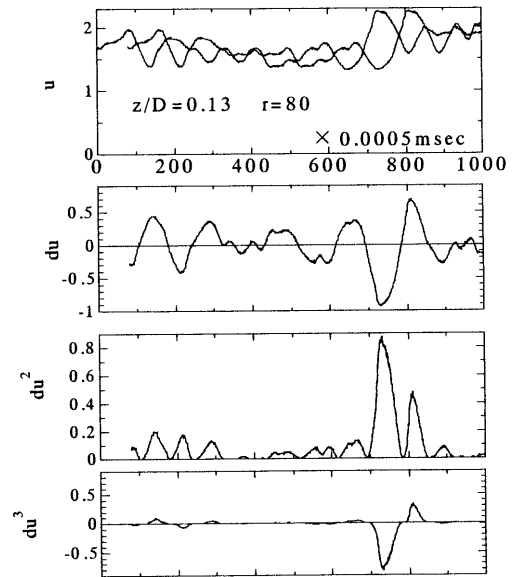


図2 瞬時波形

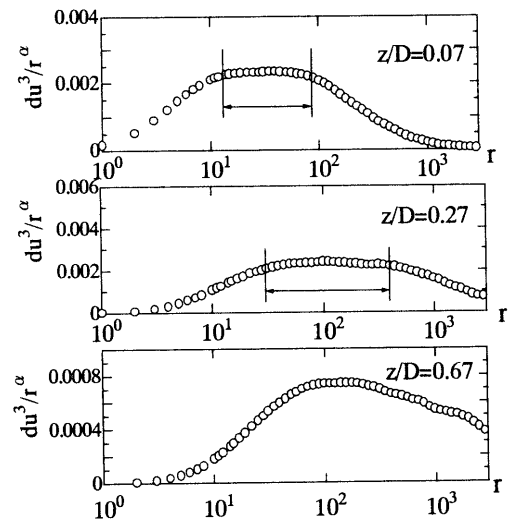
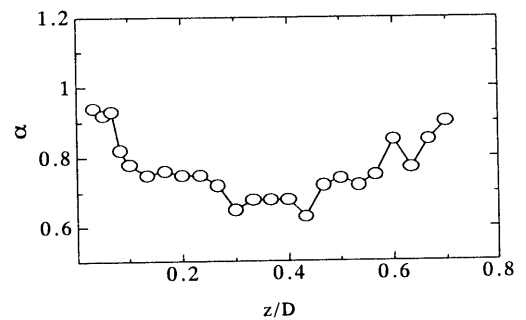
図3 指数 $\alpha$ により正規化された3次構造関数

図4 3次構造関数の尺度指数

の比)で円柱の場合は壁で相対乱れは小さく平板とは逆である。相対乱れからみると壁では等方性が強く、非等方性は壁から離れると強まる。

3つめはリチャードソン数で、 $\alpha$ の最小値をとる領域はリチャードソン数が最小値をとる領域と重なる。つまり 指数  $\alpha$  は速度の-2乗領域で最小値をとる領域と重なる。4つめはテイラーのマイクロスケールにもとづくレイノルズ数  $R_\lambda$  であり、 $\alpha$  の変化に対応していることも注目すべきである。5つめの影響は間欠係数が考えられるが平板と異なり壁近傍から値が下降しているためその差も考慮すべきである。

**3-3 ESS 尺度によるスケール指数**

レイノルズ数が大きくない場合にも、スケールリング指数を得る方法が提案されている。これは Extended Self Similarity (ESS) と呼ばれ、 $\langle |\Delta u_r|^3 \rangle$  に対して、速度構造関数  $S_n(r)$  をプロットしたときに得られる傾きがスケールリング指数と等しくなることを利用する方法である。当流れでは  $du^2$  から  $du^8$  について調べたのが図5である。スケール指数  $\beta$  は図6に示した。次数  $n$  の上昇とともにコルモゴルフ仮説に比べて値が小さい事がわかる。

**3-4 散逸の相関の分布**

散逸の自己相関は次式で定義される。

$$R_\epsilon = \epsilon(x) \epsilon(x+r) \sim r^\mu \quad (2)$$

散逸の相関の式(2)はコルモゴルフの修正理論 K61 からの結論であるべき法則を示す。得られた指数  $\mu$  は散逸の間欠性またはゆらぎを示す尺度となる。指数  $\mu$  の値は実験的にしか求まらずおよそ 0.2-0.25 と考えられている<sup>9)</sup>。図7に示すごとく明瞭にべきを表す直線部が存在する。 $\mu$  の計算範囲は3次構造関数での慣性領域を基準としている。当実験では  $\mu$  の値は 0.2-0.25 で大気乱流の場合とほぼ同じ値を示している。Mi と Antonia<sup>(4)</sup> による噴流の実験では  $\mu$  はせん断率と間欠係数によって変化することが報告されている。

**3-5 スペクトルの分布**

図9は新しい変数<sup>(9)</sup>で無次元化したパワースペクトルである。 $z/D=0.07 \sim 0.4$  にてほぼ一致している。ここで  $\eta$  はコルモゴルフの最小スケール、 $\epsilon$  は平均散逸、 $k$  は波数を示す。

スペクトルのべき法則のスケール指数の再確認をした。コルモゴルフの-5/3法則が厳密に成立しているかを判定するには従来の対数表示では不十分である。すなわち、Mi と Antonia ら<sup>(5)</sup> が噴流の場合に用いた手法すなわちスペクトルを周波数の  $\gamma$  乗で割った値が一定かどうかを計算した。図10はその結果である。一定領域がみてとれるが、3次構造関数ほど明瞭には顕れていない。当流れの指数  $\gamma$  の分布を図11に示す。コルモゴルフの K41 の仮定は局所等方で成立し  $\gamma = -5/3 = -1.67$  である。

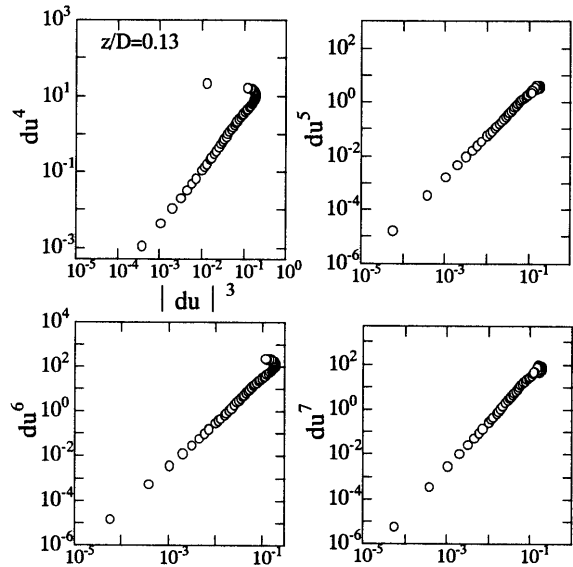


図5 速度構造関数の ESS 尺度による両対数表示

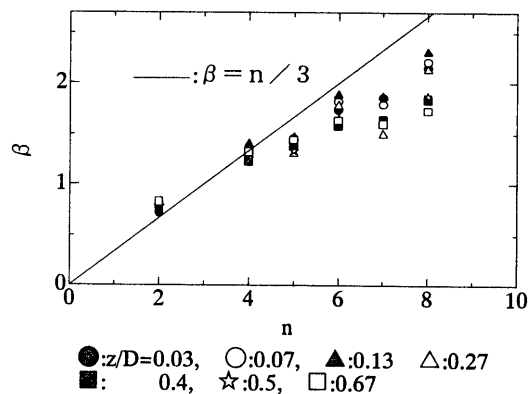


図6 速度構造関数の指数の結果

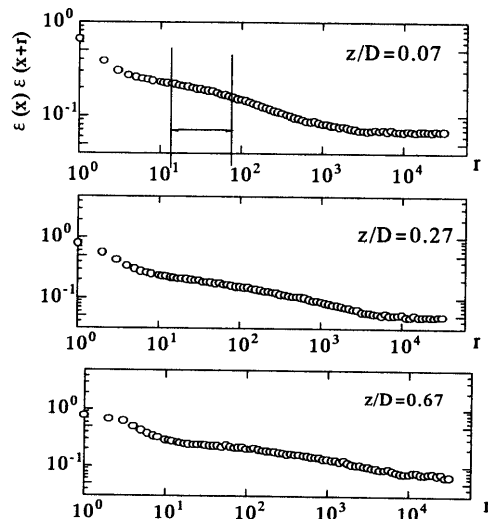


図7 散逸の相関

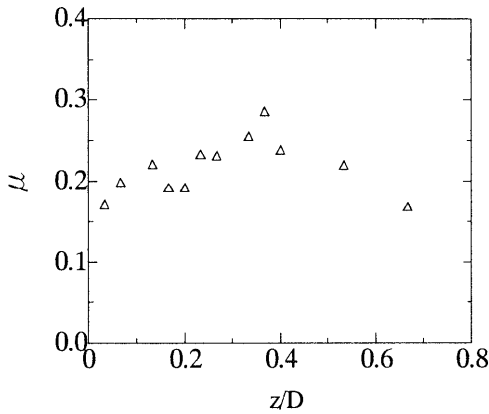


図8 散逸の尺度指数

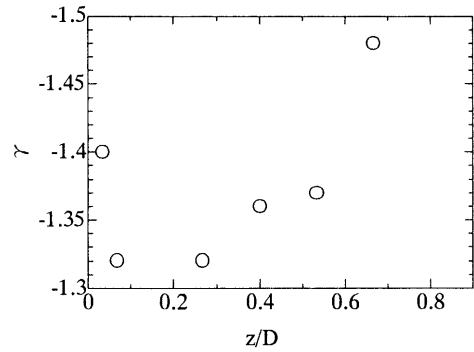


図11 スペクトルの尺度指数

$z/D=0.07$ で $\gamma=-1.4$ でやや等方性に近いが-2乗領域では $\gamma=-1.3$ となり非等方性が強くなる。しかし-1乗領域では $\gamma=-1.5$ となりやや等方性に近い。-2乗領域ではリチャードソン数が最低でここでは流れが極めて不安定でありそれがスペクトル分布に影響していると思われる。指数 $\alpha$ と同様に遠心力やコリオリ力が働く当流れではこれらがせん断率よりも強い効果を持っていると解釈できる。

3-6 Benziの修正理論の検討

従来のESS法では局所散逸が考慮されていなかったが、Benzi等<sup>(8)</sup>は考慮して次の式を得た。

$$\langle \delta u^p \rangle \propto \frac{\langle \varepsilon_r^{p/3} \rangle}{\langle \varepsilon \rangle^{p/3}} \langle \delta u^3 \rangle^{p/3} \quad (3)$$

式(3)はRKSHと略称され等方性流れでは両対数表示すると勾配が1となり実験データで確認されている。一様せん断流れでは両対数表示ですべての領域で直線となるが勾配が0.98となる<sup>(8)</sup>。(3)式に基づいて表示したのが図12と13で $z/D=0.33$ と $z/D=0.003$ の場合である。

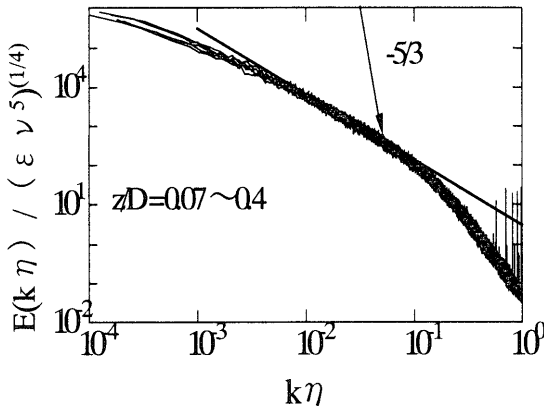


図9 無次元スペクトル

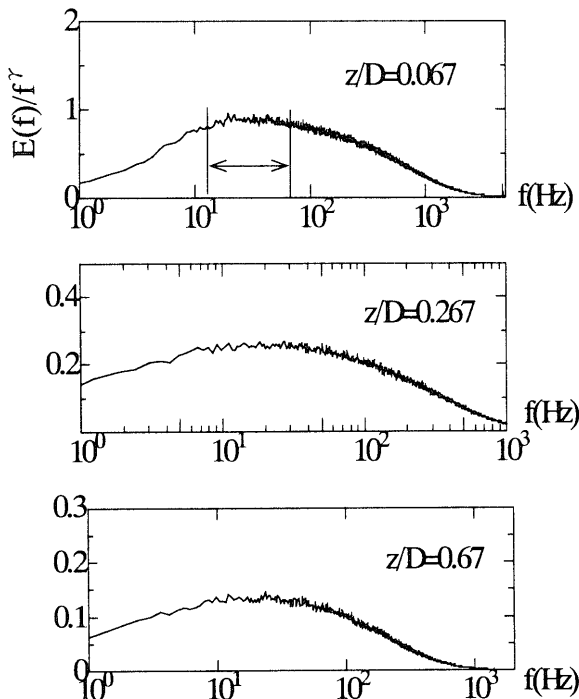


図10 指数γにより正規化されたスペクトル

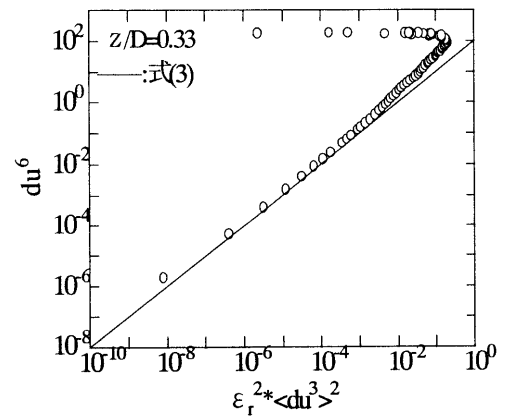


図12 RKSHによる6次速度構造関数の表示

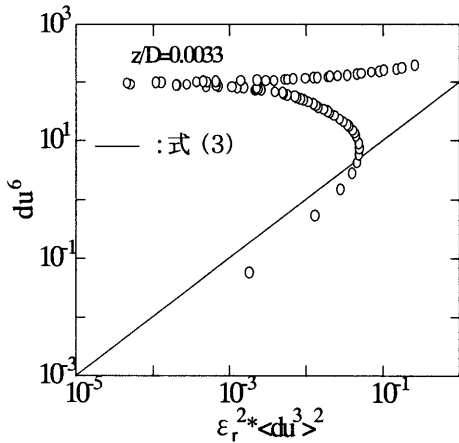


図 13 RSKH による 6 次速度構造関数表示

$z/D=0.33$  でも勾配 1 にのる領域は僅かである。とくに  $r$  が大きいところでは完全にはずれている。 $z/D=0.0033$  ではこの傾向はもっと激しくなる。

Benzi は壁近傍でも成立する式を導いた。すなわち Karman・Howarth の式はエネルギー輸送  $du^3/r$  と散逸  $\varepsilon$  の平衡を表しているが、壁近くではエネルギー生産が重要なので Benzi はそれを考慮して修正した。すなわち Benzi は次元解析から  $du/dy \cdot \delta u^2$  が極めて重要な役割をするから従来の ESS の  $\delta u^3$  のかわりにせん断流では  $\delta u^2$  がその役目をするとして (4) 式を得、GKRS と呼ぶ。

$$\langle \delta u^p \rangle \propto \frac{\langle \varepsilon_r^{p/2} \rangle}{\langle \varepsilon \rangle^{p/2}} \langle \delta u^2 \rangle^{p/2} \quad (4)$$

図 14 は式 4 に従って図示したものである。方程式 (4) の表示がはるかに  $r$  の広い範囲で成立している。この傾向をより明瞭に理解するための図の縦軸と横軸の値を比として表したのが図 15 である。 $r=1$  のときにその比が 1 でなければならないが RSKH の理論に基づく式 3 によるデータの合致は不十分であるが Benzi の理論に基づく式 4 によるデータの合致は十分に

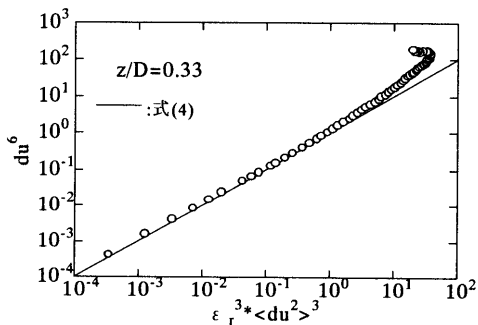


図 14 GKRS による 6 次速度構造関数

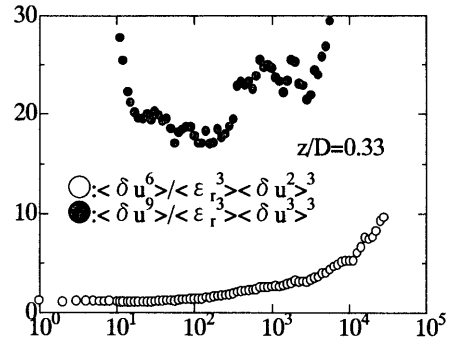


図 15 RSKH と GKRS の比較

成立している。しかも  $z/D=0.33$  では  $r=1$  から 100 の間ほぼ 1 で一定であり Benzi の仮説が成立している。壁に近づくとも一定領域は狭くなる。当流れで Benzi が仮定した条件とは異なる条件での領域すなわち壁から離れたリチャードソン数が最低の領域で成立している。

### 3-7 平坦度

(5) 式は速度差から導かれる平坦度の定義式です。式 (6) は RSKH から導かれる局所散逸表現の平坦度の式です。式 (7) は Benzi の導いた局所散逸から得られる平坦度です。2つの全く異なる手法から得られた平坦度を図 16 に示すが  $z/D=0.33$  のリチャードソン数が低いところで良く一致することが分かる。Benzi の理論式 (7) が形式的に良く合う。

$$F(r) = \frac{\langle \delta u^4(r) \rangle}{\langle \delta u^2(r) \rangle^2} \quad (5)$$

$$F_b = \frac{\langle \varepsilon_r^{4/3} \rangle}{\langle \varepsilon_r^{2/3} \rangle^2} \quad (6)$$

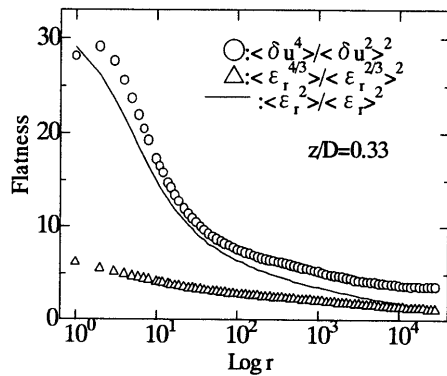


図 16 平坦度による RSKH と GKRS の比較

$$F_w = \frac{\langle \varepsilon_r^2 \rangle}{\langle \varepsilon_r \rangle^2} \quad (7)$$

#### 4. 結論

- (1) 3次速度構造関数を距離  $r^\alpha$  でわった値が一定なる領域はおよそ速度が $-2$ 乗領域であった。
- (2) 当流れと平板との違いが尺度指数  $\alpha$  によって表される。等方性の場合の指数  $\alpha=1$  を境に平板は指数  $\alpha>1$  で当流れは指数  $\alpha<1$  であり指数  $\alpha$  がコリオリ力や遠心力の効果を表す変数として推測される。この流れでは $-2$ 乗領域と壁近傍の境界点および $-2$ 乗領域と $-1$ 乗領域の境界点では指数  $\alpha$  が1に近づき $-2$ 乗領域では最小値をとる。
- (3) 散逸のスケール指数は $-2$ 乗領域では0.25で壁および $-1$ 乗領域では0に近づく傾向にある。
- (4) スペクトル  $E$  の代わりに  $E$  を周波数  $f^r$  で割った値が一定の領域が存在する位置はスペクトルの $-5/3$ 乗法則が成立する領域が速度の $-1$ 乗領域が一見して顕著に見える領域と多いに異なり、 $\alpha$  と同じく $-2$ 乗領域である。
- (5) Benzi の修正理論 (GKRS) は当流れでは $-2$ 乗領域で良く合う。K62からの理論式 (RKSH) と当流れとは合致はしない。Benzi の仮定された条件と当流れの条件は一致しないので新たな解釈が必要となる。

#### 謝辞

本研究の遂行にあたり、ご指導を賜った名城大学教授中村育雄氏並びに名古屋大学助教授辻義之氏に深く感謝の意を表します。実験にご協力をいただいた長野工業高等専門学校学生の玉井心平氏（現在 トステム（株））、平林健景氏（現在 岡谷技術専門学校）、水野一光氏（現在 住友重機工業（株））、ウインストン氏

（現在 東京都立大学学生）、小林陽介氏（現在 信州大学学生）、寺沢恭平氏（現在 （株）コシナ）、松村卓也氏（現 広島大学学生）に心から感謝します。

#### 参考文献

- 1) 中村. 植木 山下, 静止流体中の回転円筒まわりの乱流せん断流, 機論, 49-446,2230(昭和 58)
- 2) Sreenivasan, K, and Antonia, The phenomenology of small-scale turbulence, Annu. Rev. Fluid Mech **29**,( 1997),435-472.
- 3) Zhou, T. and Antonia, J. Reynolds number dependence of Small-scale of grid turbulence, J. Fluid Mech. **342**(2000), 263-293.
- 4) Mi, J. and Antonia, R. A., Effect of large-scale intermittency and mean shear on scaling-range exponents in a turbulent jet, Physical Review E, **64**(2001), 1-8.
- 5) Shafri, R. and Antonia, Small-scale characteristic of a turbulent boundary layer over a rough wall, J. Fluid. Mech. , **342**( 1997),263-293.
- 6) A. N. Kolmogorov, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, Dokl. Akad. Nauk SSSR, **30** (1941), 9-13.
- 7) A. N. Kolmogorov, Refinement of previous hypothesis concerning the local structure of turbulence, J. Fluid Mech. **13**,(1962)82-86.
- 8) P. Gualtieri and C. M. Casciola R. Benzi G. Amati R. Piva, Scaling laws and intermittency in homogeneous shear flow, Physics of fluids **14** (2002),583.-596
- 9) Pope, B., Turbulent Flows, Cambridge University Press, 2000.
- 10) Y. Tsuji, Large Scale Anisotropy and Small Scale Universality over the Rough Wall Turbulent Boundary Layers, Submitted to Physics of Fluids..