

歯車とセオドライトの位置関係による

ピッチ測定への影響

堀 内 征 治

1. ま え が き

歯車のピッチ測定においては、現在一方で、その迅速化が検討されているが、他方、これを高精度で測定するには、セオドライトとコリメータによる時間をかけての方法が一般的である。この方法では、任意の2つの歯の間の累積ピッチ誤差を、2回の測定で直接求めることができ、かつ、その2つの歯の位置などに関係なく、同一な測定精度が得られるという特徴があり、また、この精度を期待するために、次のような点に向上を企む必要のあることが指摘されている⁽¹⁾⁽²⁾。

- i) テーブル主軸の回転精度
- ii) 歯車とテーブルの取り付けに関する精度
- iii) 位置決め用割り出し精度

ところで、実際の測定にあたっては、その使用状態、すなわち多くの場合、歯車と軸とが一体となった状態で行うことも多く、その場合には、上記の ii) は、歯車の軸への取付方に関する精度と置き換えることができる。この取付方による測定の影響としては、すでに指摘されている偏心によるもののほかに、セオドライト中心線・歯車回転軸の中心線および歯車中心線の3者の間の不一致による影響、すなわち歯車とセオドライトの位置関係による影響が考えられる。これらの位置関係は本来それぞれの中心線が、ともに鉛直でなくてはならないが、軸と歯車が一体となっている場合に、わずかながら相違をみせることがあり、また、その状態を修正することが困難、あるいは不可能な場合も経験する。この状況下でのピッチ測定への影響が、意外に少なくないように思われたので、本報では、この問題について解析し、また実験結果と比較して、その影響量を求めた。さらに、この影響量をもとに、上記の状況下での実際の測定値に対する補正表を作り得たので、あわせて報告する。

2. 計算式の導入

この測定における軸間相互の位置関係については、3つの状態が考えられる。ここでは、それぞれの場合のピッチ測定への影響量を算出する式について解析する。

2-1 鉛直な歯車回転軸の中心線に対して歯車中心線が傾きをもつ場合

ここでのセオドライト中心線は、鉛直であり、したがって、歯車回転軸の中心線とは一致しなくても影響はあらわれない⁽¹⁾が、便宜的に一致しているものとして考える(図1)。このとき、歯車中心線が鉛直軸に対してなす角を θ とし、また、歯車は誤差の無い理想的なも

のとする。

図1に示すように、歯車面は、セオドライト度盛板を底とする円柱における、傾斜角 θ の切断面上にあると考えられ、歯車のピッチ円と、セオドライト度盛板円との大きさを等しくすると歯車面は、度盛板円をX-X軸を中心に θ だけ傾けたものになる。ここで、歯車の送り角度 ϕ を正確に割り出し、そのときセオドライト度盛板に投影された角度 ψ を読み取るものとする、この両者の差が求める影響量 δ となる。

計算式導入のため、セオドライト度盛板・歯車面の両中心を一致させ、かきかえたものを図2に示す。実際に歯車を回転させると、いわゆる、もみすり運動の影響で、歯車の各点は図のような同一軌跡を描くことはないが、解析的には全く同義とみなすことができる。ここで、Aを基準の歯のピッチ点とし、歯車をOを中心にk歯分回転するとAはB'の位置に達し、

$$\phi = 2\pi k / Z \text{ (rad)} \quad Z: \text{歯数}$$

が、歯車の回転角となる。このときの影響量 δ は図2から、次のように導びかれる。

$$\begin{aligned} \tan\psi &= \tan\phi \cdot \cos\theta \\ \delta &= \phi - \tan^{-1}(\tan\phi \cdot \cos\theta) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

したがって、逆に θ を知れば δ が計算され、測定値 ψ に対して、この δ を補正することにより、真の回転角 ϕ が求められることになる。

ところで、実際は歯車に累積ピッチ誤差があるものと考えなければならない。そこで歯車に少し大きめな累積誤差があると仮定し、それによる影響を求めると、表1の例に示すような計算結果が得られ、これから、 δ を算出する場合は累積ピッチ誤差を考慮しなくても良い事がわかる。

上の(1)式を計算した結果が、図11の破線で示したものであり、影響量 δ は、回転角 ϕ について正弦的に変化している。また、図3に示すように、 θ に対する δ の最大値*の変化をみると、 θ が 1° を越えると、明らかに補正が必要である。

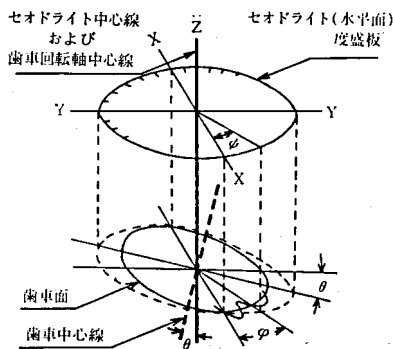


図1 軸の相互関係(1)

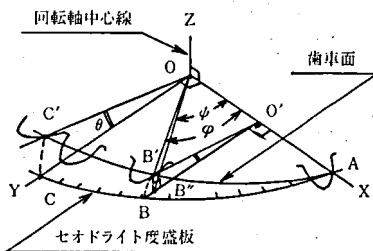


図2 計算式導入説明図

- $\angle AOB'' = \psi$,
- $\angle AOB' = \phi$,
- $\angle BO'B' = \angle COC' = \theta$,
- ・B''はXY平面(水平面)へのB'の投影

表1 累積ピッチ誤差に関する計算例 ($\theta=1^\circ$, 累積ピッチ誤差=1')

歯車回転角 (ϕ)	セオドライト回転角 (ψ)	補正量 (δ)
30°00'	29°59'46"	14"
30°01'	30°00'46"	14"

* δ の最大値: $d\delta/d\phi=0$ を満足する ϕ_0 を定め、(1)式にこれを代入して求める。 θ が微小角の場合は、 ϕ_0 が第1象限では、ほぼ 45° になり、計算ではこの位置における δ を最大値とした。

2-2 鉛直なセオドライト中心線に対して、歯車回転軸の中心線（歯車中心線と一致）が傾きをもつ場合

この状態は図4に示すように、歯車が回転軸に対して直角に取付いている場合である。この回転軸の中心線が鉛直ならば、歯車のピッチはセオドライトにより、正確に読み取られるが、これが鉛直軸に対して θ の傾きをもっている場合は測定に影響をおよぼす。この図のように、セオドライトはまず水平に設定されるが、歯車の回転に伴っていわゆる、もみすり運動を行うため、解析的に全く同義に、歯車回転軸の中心線を鉛直と考え、軸相互の関係を相対的に移動し、これから、前節と同様にして次式を得る。

$$\tan\varphi = \tan\psi \cdot \cos\theta$$

$$\delta = \tan^{-1}(\tan\varphi \cdot \sec\theta) - \varphi \dots \dots \dots (2)$$

ここで求めた δ は、前節のものほとんど一致し、図示すると図11の破線に重なる。

ところで、セオドライトが上述の運動をするために生ずる測定への影響を考慮する必要がある、これを ε で表わして関係を求める。

図5において測定の基準をAAにとり、回転軸OZ（歯車軸）の回転角を φ とすると、前述のように、セオドライトは ψ 回転することになり、セオドライトの中心線は、回転軸の回りにTOからT'Oと移動する。このときの回転角 ψ を読むために、再び鏡筒を指標にあわせるが、このとき ψ だけ正確に戻すと、セオドライトの鏡筒は平面OT'Pに含まれ、指標Sを得られない。角度の読み取りには、鏡筒が指標を含む平面上になければならないから、この平面OT'Sと平面OT'Pとが、セオドライト度盛板上でなす角が影響量となる。ところが、 θ は微少であり、 ε への影響はほとんど無視されることから、平面OT'Sと水平面との交線と、OYのなす角度が近似的に ε をあらわす。

図5より、3点O、T'、Sの座標は

$$O (0, 0, 0)$$

$$T' (h\sin\theta\sin\varphi, h\sin\theta\cos\varphi, h\cos\theta)$$

$$S (0, l, (h-l\sin\theta) \sec\theta)$$

これから、平面 OT'S の方程式は

$$x + \frac{(h-l\sin\theta) \tan\theta \cdot \sin\varphi}{l\cos\theta - (h-l\sin\theta) \tan\theta \cos\varphi} y - \frac{l\sin\theta \sin\varphi}{l\cos\theta - (h-l\sin\theta) \tan\theta \cos\varphi} z = 0$$

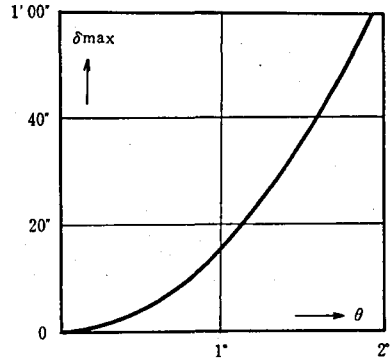


図3 θ に対する δ_{max} の変化

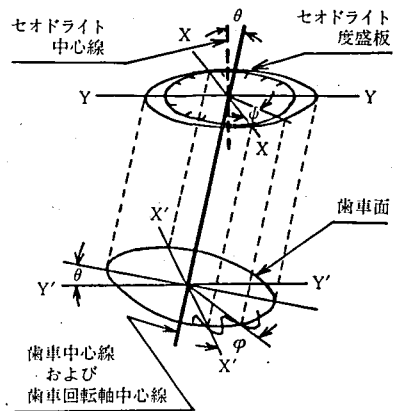


図4 軸の相互関係 (2)

これと水平面 ($z = 0$) との交線を求めると, ε は次式のように与えられる.

$$\varepsilon = \tan^{-1} \frac{x}{y} = \tan^{-1} \frac{(h - l \sin \theta) \tan \theta \cdot \sin \varphi}{l \cos \theta - (h - l \sin \theta) \tan \theta \cdot \cos \varphi} \dots\dots\dots (3)$$

(3) 式を計算した結果を図9の破線で示す. ε は回転角 φ に対して正弦的に変化し, 測定にかなり大きな影響をおよぼすことが注目される.

2-3 歯車回転軸の中心線・セオドライト中心線・歯車中心線が相互に傾きをもつ場合

図6に3者の中心線が相互に傾きをもつ場合を示す. この場合は2-1, 2-2項の要素が加わったものと考えられるが, セオドライトが偏心してもよいという理由から, 仮想的に歯車中心線を回転中心線に置き換えることにより, 前項に帰着できる. ただし, (2)式において次式を満たすことが必要である.

$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

ここで, θ_1 は鉛直線 (セオドライト中心線) と歯車回転軸中心線との間の角, また, θ_2 は歯車中心線と歯車回転軸中心線とのなす角である.

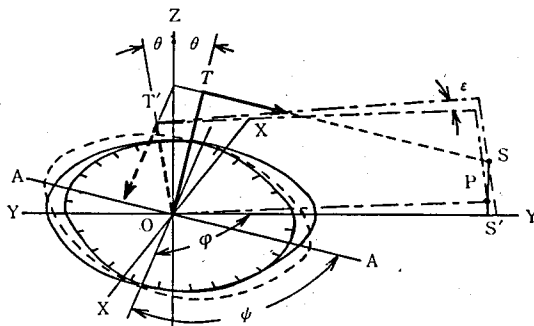


図5 セオドライトの傾斜による影響
PはOT'を軸にφだけ逆回転させたときのセオドライト度盛板面におけるSを通る垂線の足.
また, $\overline{OS'} = l$, $\overline{OT} = h$

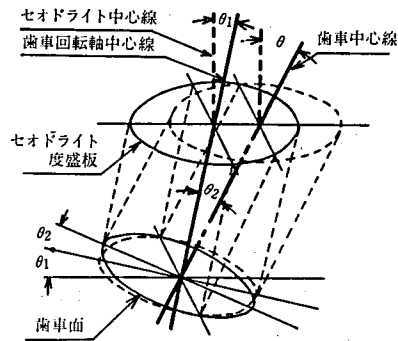


図6 軸の相互関係 (3)

3. 測定結果

前節の計算式を実験により確認するため, 前節2-2の状態では θ を任意の大きさに変化できる装置を作り, ピッチを測定した. このときの歯車回転角の位置決めは, 高精度のウォームで被測定歯車を回転させ, ウォーム1回転を12面鏡とオートコリメータで割り出し, 補正して行う⁽³⁾. また, θ の設定には, やはりウォームギヤを利用して, 歯車軸を支えるフレームの回転角を決め, さらに, セオドライトの指標には, コリメータの十字線を用いる. 以上の測定装置を図7に示す. この装置自体の誤差, たとえば, 割り出し用ウォームのスラスト方向の出入り, 歯車の偏心, 歯車回転軸中心線と歯車中心線の不一致などに関しては, いずれも影響をおよぼさない範囲におさえた.

測定は、まず歯車面が水平状態 ($\theta=0$) のときを設定し、ピッチを求める。このとき、もし被測定歯車の取付に偏心があれば、それによる影響量 ϵ を取り除いて基準のデータとする。次に、 θ を変えて同様の測定を行い、得られた値と基準のデータとの差を求める。これから前節のセオドライトが水平に運動しない場合の影響量 ϵ を除けば、これが、歯車とセオ

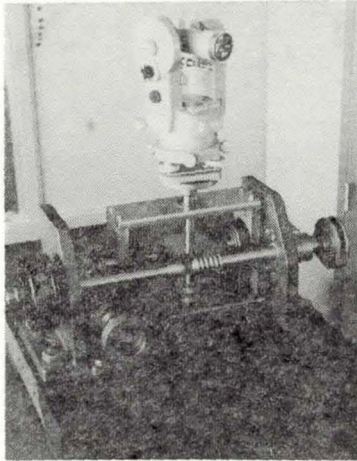


図7 測定装置

ドライトの位置関係によるピッチ測定への影響 δ となる。被測定歯車の諸元を表2に示す。

図8は $\theta=0$ の場合の累積ピッチ誤差で、基準データとなるものであり、また、図9は θ を変えて得られた測定値と基準データの差をプロットしたもので、図中の破線は前述の ϵ の計算値を示す。これらの差が δ で、図10がその結果をあらわす。さらに、これらの各周期の値を平均すると図11のグラフが得られ、これと δ の計算値を比較すると両者がほとんど一致することが確認できる。なお、測定値は数回の結果を平均したもので、ばらつきは $\pm 7''$ 程度におさまり、再現性も認められた。

4. むすび

歯車のピッチ測定において、セオドライトと歯車との相互の位置関係による影響について調べた。それによると、セオドライト

表2 被測定歯車諸元

インボリュート平歯車			
モジュール	2.5	歯数	36
精度		精度	1級
圧力角	20°	転位係数	0

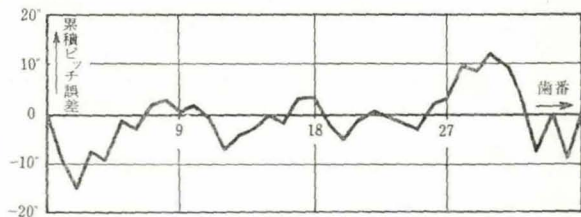


図8 被測定歯車の累積ピッチ誤差

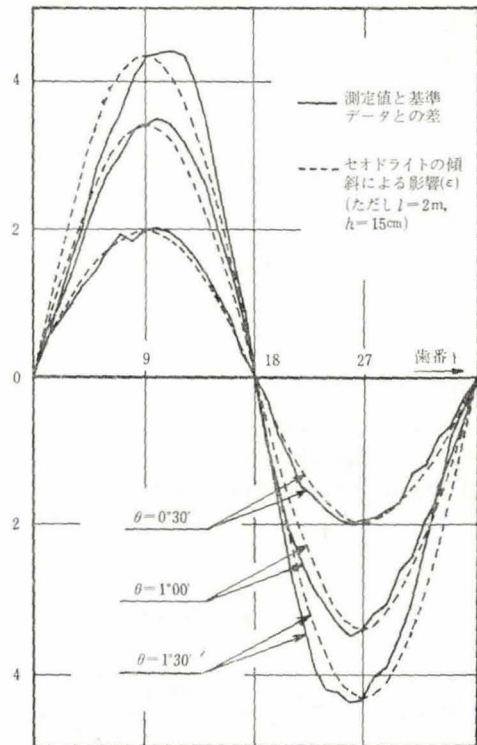
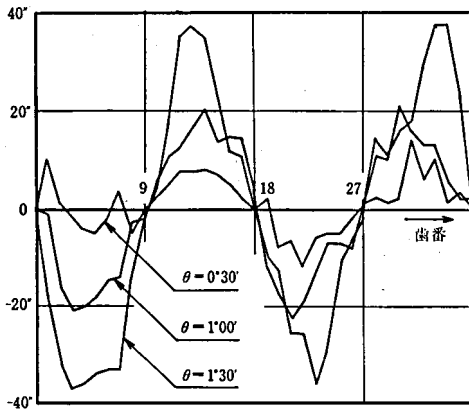
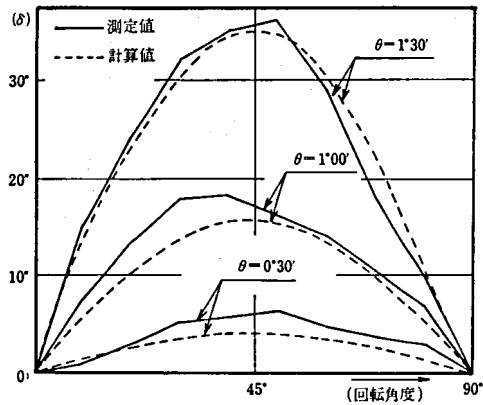


図9 測定値と基準データとの差

図10 影響量(δ)の測定結果図11 影響量 δ の測定結果(平均)と計算値

ト中心線と歯車回転軸中心線（あるいは歯車中心線）との間の角度が30分を越えると測定への影響が直接あらわれ、さらに、セオドライトが、水平面内で回転しえないときは、かなり大きな誤差があらわれることがわかった。

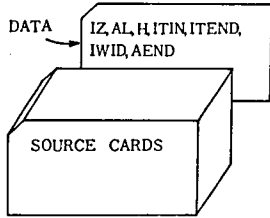
また、軸の相互関係が調整、修正できない場合にも、 θ を測定することにより、真のピッチを求めることができることも示した。この補正量の算出は電子計算機を用いて行い、測定者が簡単に補正表を得られるようにプログラム設計した。このインプット、アウトプットの仕様を図12に示す。

本報の実験において問題となる点を挙げると、 θ の設定方法にある。これは鉛直度の測定方法に適当なものがないことに起因するもので、今後の課題としたい。

最後に、ご指導いただいた信州大学市川誠教授、長野工業高等専門学校堀込泰雄助教授に深謝し、また、ともに労苦を措しなかつた長野工業高等専門学校卒業生 相沢弘之、宮本啓司両氏に感謝の意を表す。

参 考 文 献

- (1) 仙波正荘：歯車 第2巻
- (2) 安東 新；ほか：歯車便覧
- (3) 市川 誠：精密機械 35—12 (1969)



* INFLUENCE OF LOCAL RELATION BETWEEN GEAR AND THEODLITE UPON MEASUREMENT OF PITCH *

**** TABLE FOR RECTIFICATION ****

NUMBER OF TEETH.....Z= 36
 LENGTH BETWEEN THEODLITE AND INDEX.
L=200,00(CM)
 HIGHT OF TELESCOPE.....H= 15.00(CM)
 THETA.....INCLINATION OF THEODLITE
 FAI.....ROTARY ANGLE OF GEAR
 DELTA.....INFLUENCE OF AXIAL RELATION
 BETWEEN GEAR AND THEODLITE
 EPS.....INFLUENCE OF INCLINATION OF
 THEODLITE
 TOTAL.....EPS+DELTA

変数	定 義
IZ	被測定歯車歯数(z)
AL	指標までの距離(l)
H	セオドライトの高さ (h)
ITIN	θ の初期値
ITEND	θ の終値
IWID	θ のきざみ幅
AEND	歯車回転角の終値

THETA	FAI	DELTA	EPS	TOTAL
DO HUN	DO	BYO	BYO	BYO
0 30				
	0.1000E 02	0.13278E 01	0.20728E 02	0.22056E 02
	0.2000E 02	0.24835E 01	0.40825E 02	0.43309E 02
	0.3000E 02	0.34055E 01	0.59680E 02	0.63085E 02
	0.4000E 02	0.38727E 01	0.76718E 02	0.80591E 02
	0.5000E 02	0.38481E 01	0.91423E 02	0.95271E 02
	0.6000E 02	0.33441E 01	0.10335E 03	0.10669E 03
	0.7000E 02	0.23605E 01	0.11213E 03	0.11449E 03
	0.8000E 02	0.11803E 01	0.11750E 03	0.11868E 03
	0.9000E 02	0.00000E 00	0.11930E 03	0.11930E 03
	0.1000E 03	-0.98355E 00	0.11748E 03	0.11649E 03
	0.1100E 03	-0.21638E 01	0.11208E 03	0.10992E 03
	0.1200E 03	-0.31474E 01	0.10329E 03	0.10014E 03
	0.1300E 03	-0.37375E 01	0.91355E 02	0.87617E 02
	0.1400E 03	-0.37375E 01	0.76650E 02	0.72913E 02
	0.1500E 03	-0.33441E 01	0.59620E 02	0.56276E 02
	0.1600E 03	-0.23605E 01	0.40781E 02	0.38420E 02
	0.1700E 03	-0.11803E 01	0.20704E 02	0.19524E 02
	0.1800E 03	-0.64800E 06	0.00000E 00	-0.64800E 06

図12 補正表の入出力仕様