# 2線源法によるGM計数管の分解時間の近似式

## 上 村 与 四 郎\*

## 1. まえがき

GM計数装置を用いβ線を高い計数率のもとで測定する場合に、真の計数率を 求めるには、その計数管と計数装置によって定まる分解時間による 数え落しの補正を行う必要がある。GM計数管の分解時間は比較的大きく、計数管の種類、印加電圧あるいは線源の位置等によっても異なるので適宜測定する必要がある。分解時間の簡単な測定法としては2線源法がよく用いられている。この方法によって分解時間を求めるときには近似式を用いるが、それによる理論的な誤差は小さいほどよい。

その近似式を導くときには次の(i), (ii), (iii)を考慮する必要がある.

- (i) バックグランドの計数率は線源1および2の計数率に比較して非常に小さいこと.
- (ii) 線源 $1 \ge 2$ をいっしょにした場合の不感時間による計数率の数え落しは、線源1, 2の個々の計数率の和に比較してかなり小さいこと.
  - (iii) 線源1および2の計数率はほぼ等しいこと.

よく用いられている近似式はバックグランドを全く無視しているか、または(iii)のことを考慮していない。しかるに上記の(i),(ii),(iii) を考慮した近似式からは精度が1けた高い分解時間が求められ、その相対誤差は0.1%のオーダーとなる、その上、線源1と2の計数率の差を考慮して簡単な補正を行うならば、さらに精度を1けたないし2けた上げることができる。

### 2. 分解時間の近似式

#### 2-1 計数率のとる範囲

一般にGM計数装置による線源の実測計数率をm,分解時間を $\tau$ とすれば、単位時間当りの不感時間は $m\tau$ であり、真の計数率は $m(1-m\tau)^{-1}$ である。 2線源法では分解時間 $\tau$ について次式が成りたつとしている $^{(1),(2)}$ .

$$m_1(1-m_1\tau)^{-1}+m_2(1-m_2\tau)^{-1}-m_{12}(1-m_{12}\tau)^{-1}-m_b(1-m_b\tau)^{-1}=0 \qquad \cdots \cdots (1)$$

ここに $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_{12}$ はそれぞれ線源 1, 2および線源 1+2のいずれもバックグランドを含んだ計数率で、 $m_3$ はバックグランドの計数率である.

式(1)を満足するでの近似式として

$$\tau_A = \frac{m_1 + m_2 - m_{12}}{2m_1 m_2} \qquad \cdots (2)$$

$$\tau_B = \frac{m_1 + m_2 - m_{12} - m_b}{m_{10}^2 - m_1^2 - m_0^2} \qquad \cdots (3)$$

$$\tau_C = \frac{2(m_1 + m_2 - m_{12})}{(m_1 + m_2)m_{12}} \qquad \cdots \cdots (4)$$

がよく知られているが $^{(1)}$ 、 さらに精度のよい近似式を導くために、式 $^{(2)}$ 、 $^{(3)}$ および $^{(4)}$ を用いて $^{m_1}$ 、 $^{m_2}$ 、 $^{m_{12}}$  および $^{m_b}$ のとるべきおよその範囲およびそれらの関係を明らかにしよう.

- (a) 線源1と2の計数率については $m_1 = m_2$ である。このことは2-5でくわしく論ずる。
- (b) 非常に高い計数率では1 カウント後の平均不感時間は小さくなることが知られているので、2 線源法では数え落しが約10%を越えないようにしなければならない $^{(2)}$ . したがって、およそ  $m_{127}$ <0.1 である.
- (c) (b)と式(4)より  $(m_1+m_2-m_{12})/(m_1+m_2)$  <0.05であり、また $m_{12}$ は $m_1+m_2$ よりわずかに小さいので(a)、(b)より  $m_1\tau$  <0.05、 $m_2\tau$  <0.05であることがわかる。
- (d) 不感時間による数え落しも考慮して一定の測定時間  $t_i$  における計数率  $m_i$  の統計的変動を標準偏差  $\sigma_i$  で表わすと

である $^{(2)}$ . ここに添字 $^{i}$ は  $^{1}$ 1、 $^{2}$ 3、 $^{1}$ 2および $^{b}$ bをとる。計数率 $^{m_{1}}$ 5、 $^{m_{2}}$ 3、 $^{m_{12}}$ および $^{m_{b}}$ 6、計数率 $^{m_{1}}$ 7、 $^{m_{2}}$ 7、 $^{m_{12}}$ 3、 $^{m_{12}}$ 3、 $^{m_{12}}$ 3、 $^{m_{12}}$ 4、 $^{m_{12}}$ 5、 $^{m_{12}}$ 7、 $^{m_{12}}$ 7  $^$ 

$$\frac{\sigma_{\rm r}}{\tau} = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_b^2)^{\frac{1}{2}}}{m_1 + m_2 - m_{12} - m_b}$$

で与えられる。測定時間  $T(=t_1+t_2+t_{12})$ を標準偏差 $\sigma$ 、が最小になるように計数率 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_{12}$ のそれぞれの測定時間 $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_{12}$ に振り分けるには、Tをそれぞれの計数率の平方根に比例して振り分ければよく、(a)より $m_1=m_2=m$ とし、また $m_{12}=2m$ としてよいので $t_1:t_2:t_{12}=1:1:\sqrt{2}$ とすばよい、およその $\sigma$ 、を求めるために、簡単に $g_i=1$ とし式(6)の $\sigma_0^2$ と $m_b$  を省略する。上記のように配

$$\sigma_r = 1.707 (m^3 T)^{-\frac{1}{2}} \cdots (7)$$

分された測定時間を用いて式(2), (5), (6)より

を得る。図1はTをパラメーター と した m と  $\sigma$ 。 の関係を示す。  $\sigma$ 、 はTの平方根に  $\overline{\nu}$  比

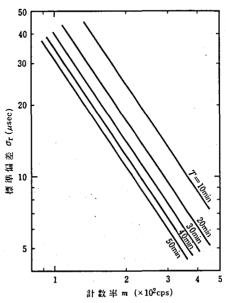


図 1  $\sigma_r = 1.701 (m^3 T)^{-\frac{1}{2}}$  のグラフ

例するので、**T**を大きくとることにっては**c**. の大幅な減少を期待することはできない.むしろ計数率 **m** を適当に大きくとること の方がよい.

表 1に  $\sigma$ . をたとえば  $10\mu$ sec 等に押さえる のに必要な時間T (min) と計数率m (cps) のおよその下限を示す。また表 2 にたとえば $\tau$ が  $100\mu$ sec 等のとき,不感時間 $m_{12}\tau$  の割合をたとえば10%等に押さえるのに必要な計数率m (cps) のおよその上限を示す。表 1 , 2 よりたとえば  $200\mu$ sec 程度の分解時間として,30分の測定時間で標準偏差を  $20\mu$ sec 以内にし,かつ数え落しの割合を10%に押さえるには,線源 1 または 2 の計数率と しては  $160\sim250$ 

表1 計数率mの下限 (cps)

測定時間 T (min)		標準偏	差 στ (/	usec)
T (min)	10	20	30	40
20	290	180	140	115
30	250	160	120	100
40	230	145	110	. 90

表 2 計数率mの上限 (cps)

分解時間 τ(μsec)	数える	落しの割合が	1127 (%)
$\tau(\mu \text{sec})$	6	8	10
100	300	400	500
200	150	200	250
300	100	130	170

cps をとればよい. GM計数管の分解時間を 80~400 $\mu$ sec と見積もった場合に、mとしては 100~500cps (6000~30000cpm) の範囲をとればよいことになる. した がっ てこ の 場合に、 $m_1\tau>0.01$ 、 $m_2\tau>0.01$ および  $(m_1+m_2-m_{12})/(m_1+m_2)>0.01$ が得られる.

(e) バックグランド $m_b$ はふつう 50cpm より小さく,  $m_1$ ,  $m_2$  したがって  $m_{12}$  に対する比は  $10^{-8} \sim 10^{-4}$  のオーダーである.

#### 2-2 バックグランドを引いた計数率による式

線源 1, 2 および 1+2 の実測計数率  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_{12}$  からバックグランド $m_b$  を引いた正味の計数率をそれぞれ  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_{12}$  とおけば,

$$m_1 = a_1 + m_b, \qquad m_2 = a_2 + m_b, \qquad m_{12} = a_{12} + m_b \qquad \cdots (8)$$

となる。式(2)、(3)、(4)は( $\Theta$ )より、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_{12}$ をそれぞれ $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_{12}$ と置き換えてもおよそなりたち、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_{12}$ についての条件(a)~( $\Theta$ )は $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_{12}$ についても成りたつ。 $m_{b\tau}$ は( $\alpha$ )または( $\alpha$ )と、( $\alpha$ )より $\alpha$ 1の第1項を変形すれば、

$$\frac{m_1}{1-m_1\tau} = \frac{a_1}{1-a_1\tau} + \frac{m_b}{(1-a_1\tau)(1-a_1\tau-m_b\tau)} = \frac{a_1}{1-a_1\tau} + \frac{m_b}{(1-a_1\tau)^2}$$

となる. 式(1)の第2, 第3の項も同様にして得られ, 式(1)は

$$a_1(1-a_1\tau)^{-1}+a_2(1-a_2\tau)^{-1}-a_{12}(1-a_{12}\tau)^{-1}-\Delta m_b=0 \qquad \cdots \cdots (9)$$

となる. ただし 
$$\Delta m_b = -m_b \{ (1-a_1\tau)^{-2} + (1-a_2\tau)^{-2} - (1-a_{12}\tau)^{-2} - 1 \}$$
 .....(10)

である。式(0)を $a_1\tau$ ,  $a_2\tau$ ,  $a_{12}\tau$  についての級数に展開して整とんすると

$$\begin{split} & \Delta m_b \! = \! -m_b \! \{ 2 \left( a_1 \! + \! a_2 \! - \! a_{12} \right) \tau \! + \! 3 \left( a_1^2 \! + \! a_2^2 \! - \! a_{12}^2 \right) \tau^2 \! - \! S \} \\ & \text{total} \quad S \! = \! 4 \left( a_{12}^3 \! - \! a_1^3 \! - \! a_2^3 \right) \tau^3 \! + \! 5 \left( a_{12}^4 \! - \! a_1^4 \! - \! a_2^4 \right) \tau^4 \! + \! 6 \left( a_{12}^5 \! - \! a_1^5 \! - \! a_2^5 \right) \tau^5 \! + \! \cdots \end{split}$$

となる。式(3)の $m_b$ を省略して  $(a_1^2+a_2^2-a_{12}^2)_{\tau}=-(a_1+a_2-a_{12})$  を用いると

$$\Delta m_b/m_b = (a_1 + a_2 - a_{12})\tau + S$$
 .....(11)

となる. Sは集束し、かつ  $a_{12}\tau$ <0.1 であるので S< $4<math>a_{12}$  $^3\tau^3/(1-1.25a_{12}\tau)$ <0.005である. 式(1)の第1項は式(2)と(c)より  $(a_1+a_2-a_{12})\tau=2a_1a_2\tau^2$ <0.005であるので、 $\Delta m_b/m_b$ は0.01 を越えることはなく $10^{-3}\sim 10^{-4}$ のオーダーである。ゆえに  $\Delta m_b$ は十分に無視できて式(9)は

$$a_1(1-a_1\tau)^{-1}+a_2(1-a_2\tau)^{-1}-a_{12}(1-a_{12}\tau)^{-1}=0$$
 .....(12)

となる. これはバックグランドを引いた計数率についての式であり, τは容易に求められる. すなわち

$$a_1 a_2 a_{12} \tau^2 - 2a_1 a_2 \tau + (a_1 + a_2 - a_{12}) = 0$$

となり、これより

ただし

である(3).

#### 2-3 第1の近似式

バックグランドを引いた計数率 $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_{12}$  を以下しばらくは簡単に線源 1, 2 および 1+2 の計数率ということにする。式(3), (4)より  $\tau$  についての近似式を導くために、次 の よ う に u, v, w をおく.

$$u = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$v = \left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2}\right)^2$$

$$w = \frac{a_1 + a_2 - a_{12}}{a_1 + a_2}$$
.....(15)

u は線源 1 、2 の計数率の算術平均であり、v は線源 1 、2 のずれの程度を表わす。w は線源 1 と 2 を別個に測定した計数率の和を基準にとった線源 1+2 の数え落しの割合である。w の値は(e), (d)より  $0.01\sim0.05$  であり、v は2-5で論ずるようにw より小さくオーダーは  $10^{-3}$  以下である。式傾を用いると式傾は,

$$D = \frac{1 - v - 4w(1 - w)}{4u^2(1 - v)(1 - w)^2}$$
 ......(16)

となる。v < 1であるのでv を省略した場合の $D \sim D_1$ とおき、 $\tau$  の第 1 の近似を $\tau_1$ とおけば、それは次のように求められる。

D1 の誤差 AD1 は式(6), 切より

$$\Delta D_1 = D_1 - D = \frac{vw}{u^2 (1 - v) (1 - w)} \qquad \dots (19)$$

である.  $\Delta D_1/D_1$  はおよそ vw に等しくそのオーダーは  $10^{-4}$  以下であるので,その 2 次以降を略して,式(3),(0),(0),(0)より  $\tau_1$  の誤差  $\Delta \tau_1$  および相対誤差  $\Delta \tau_1/\tau_1$  は

$$\varDelta \tau_1 {=} \tau_1 {-} \tau {=} \sqrt{D} {-} \sqrt{D_1} {=} {-} \frac{\varDelta D_1}{2\sqrt{D_1}}$$

であるので次のように求められる.

$$\Delta \tau_1 = -\frac{vw}{u(1-v)(1-2w)}, \qquad \frac{\Delta \tau_1}{\tau_1} = -\frac{v(1-w)}{(1-v)(1-2w)} \quad \cdots \cdots (20)$$

第1の近似式似を $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_{12}$ および $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_{12}$ ,  $m_b$ を用いて書き直すと次のようになる.

$$\tau_1 = \frac{2(a_1 + a_2 - a_{12})}{(a_1 + a_2) a_{12}} \qquad \dots (21)$$

$$\tau_1 = \frac{2(m_1 + m_2 - m_{12} - m_b)}{(m_1 + m_2 - 2m_b)(m_{12} - m_b)} \qquad \cdots (22)$$

#### 2-4 第2の近似式

より精度の高い近似式を求めるために、式(x)より  $\Delta \tau_1 = -v\tau_1$  とおき第2の近似値  $\tau_2$  を  $\tau_2 = \tau_1 - \Delta \tau_1$  から求めると次のようになる.

$$\tau_2 = \tau_1 \left\{ 1 + \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 - 2m_b} \right)^2 \right\} \qquad \dots (24)$$

2-3と同様にして  $\tau_2$  の相対誤差  $\Delta \tau_2/\tau_2$  を求めると,

$$\frac{\Delta \tau_2}{\tau_2} = -\frac{v \left(v + w - vw - v^2w\right)}{(1 - v^2) \left(1 - 2w - 2vw\right)} = -\left(v^2 + vw\right) \qquad \dots (25)$$

が得られ、これは vw のオーダーとなる。 したがって  $\tau_2$  の相対誤差のオーダーは  $10^{-4}$  以下である。

次に $1+v=(1-v)^{-1}$ であるので、別の第2の近似値  $\tau_2$  を求めると

$$\tau_2' = \frac{\tau_1}{1 - v} = \frac{w}{u(1 - v)(1 - w)} = \frac{(a_1 + a_2)(a_1 + a_2 - a_{12})}{2a_1 a_2 a_{12}} \qquad \cdots \cdots (26)$$

が得られる。この相対誤差はほとんどーvwとなりでのそれと比べて大差はない。

#### 2-5 τ1 の相対誤差について

式200で明らかなように、71の相対誤差はほとんどーである。

2個の線源の計数率 $a_1$ ,  $a_2$ はほとんど等しいことが望ましく,そのことがあらかじめわかっていれば測定時間の配分はきわめて容易となる。もしも $a_1$ と $a_2$ のずれがかなり大きい場合でもその比がわかっていれば分解時間の標準偏差が最小になるように配分すればよい。しかしそのように時間の配分を最適の条件に保っておいて $a_1$ と $a_2$ の比を変えると標準偏差は変わる。 $a_1$ と $a_2$ の比が1のときすなわち $a_1$ = $a_2$ のときに $a_1$ は最小になる。

実際にわが国で市販されている 2 線源法用の線源も、線源 1 と 2 の放射能の強さができるだけ等しくなるように、基準の強さからのずれが10% 以内になるように 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 と 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4 に 4

## 2-6 他の近似式の誤差との比較

式(2), (3), (4)でそれぞれ与えられる  $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  の理論的な相対誤差を  $\tau_1$  のそれ と比較するために、 $\tau_2$  の誤差がきわめて小さいので真値  $\tau$  の代わりに基準として用い、 $(\tau_A-\tau_2)/\tau_2$ ,  $(\tau_B-\tau_2)/\tau_2$ ,  $(\tau_C-\tau_2)/\tau_2$  および  $(\tau_1-\tau_2)/\tau_2$  を とる。まず式(2), (3), (4)のそれぞれに式(8)を代入し式(6)とさらに次のように定義した z を用いて  $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  を書き直す。

$$z = \frac{m_b}{a_1 + a_2} \qquad \qquad \cdots \cdots (27)$$

そうすると  $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  はいずれも u, v, w および z で表わされ, それらを式図で割ると u が消える. v, w, z および z/w のオーダーはおおむね $10^{-2}\sim 10^{-3}$  であるのでそれらの多 項式に展開して 2 次以降を省略する z, z, z よび z/w についての z 次式 が 得られ

近似式	相対	誤 差	相対誤差の範囲(オーダー)
$\tau_A = \frac{m_1 + m_2 - m_{12}}{2m_1 m_2}$	$\frac{\tau_A-\tau_2}{\tau_2}$	$\frac{z}{w}-w-5z$	-10 <sup>-2</sup> ~+10 <sup>-2</sup>
$\tau_B = \frac{m_1 + m_2 - m_{12} - m_b}{m_{12}^2 - m_1^2 - m_2^2}$	$\frac{\tau_B-\tau_2}{\tau_2}$	3w	+10 <sup>-2</sup> (~+10 <sup>-1</sup> )
$\tau_C = \frac{2(m_1 + m_2 - m_{12})}{(m_1 + m_2)m_{12}}$	$\frac{\tau_C - \tau_2}{\tau_2}$	$\frac{z}{w}-v-3z$	+10-2
$\tau_1 = \frac{2(m_1 + m_2 - m_{12} - m_b)}{(m_1 + m_2 - 2m_b)(m_{12} - m_b)}$	$\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_2}$	- <b>v</b>	-10 <sup>-3</sup>
$\tau_2 = \tau_1 \left\{ 1 + \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 - 2m_b} \right)^2 \right\}$	$\frac{\varDelta  au_2}{ au_2}$	$-vw-v^2(+2wz)$	$ \begin{array}{c c} -10^{-5} \sim +10^{-5} \\ (-10^{-4} \sim +10^{-4}) \end{array} $

表3 各近似式の相対誤差

る. それらの式から1を引いて  $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$  の相対誤差が求められる. それらの結果を  $\tau_1$  および  $\tau_2$  の相対誤差とともに表 3 に示す. ただし  $\tau_2$  の相対誤差と しては式偽に基づき v とw の 2 次の項までとってある.

ここで  $\tau_1$  および  $\tau_2$  の相対誤差は式似より導かれているので  $\Delta m_b$  を省略したことによる誤差は考慮されていない。それを求めるために式(4)と式(2) が $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_{12}$  と  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_{12}$  に関して同形であることに注目する。式(4)の  $\tau_C$  は  $m_b$  を省略したことによる誤差を z として含み、それは z/w-3z となって現われている。  $\Delta m_b$  を省略したことによって  $\tau_1$  および  $\tau_2$  の相対誤差に影響する分は,z/w-3z に  $\Delta m_b/m_b$  を掛けた値となる。式(2)より  $a_{12}\tau=2w$  となり, $a_{12}=a_1+a_2$  を用いて  $(a_1+a_2-a_{12})\tau=2w^2$  となるので,式(1)より大ざっぱに  $\Delta m_b/m_b=2w^2$  とおける。これを z/w-3z に掛けて wと zについての z 次の項までとりおよそ z w を得る。これは z の相対誤差には十分影響するので表 z に括弧に入れて示した。

 $au_A$ と $au_c$  を求める式は $au_b$  を含んでいない. 当然両者ともバックグランドを無視したことによる誤差が $au_c$ として現われている。また $au_A$ と $au_B$ の相対誤差の式の中にはauは含まれていない。これは線源 au1と au2の計数率のずれが大きくても、 $au_A$ 2  $au_B$ 0 誤差には影響を与えないことを意味する。いいかえれば、まえがきの(iii) の条件を見のがしている。それに対してau1 を与える式はまえがきで述べた(i), (ii), (iii) の条件をすべて考慮したものとなっている。au2 およびau2のオーダーはau2/au0それより小さいので、バックグランドを無視したことによって相対誤差に及ぶ影響はほとんどau2/au2 であり、線源 au2 との計数率のずれを無視したことによって相対誤差に及ぶ影響で比べて au3 けた以上大きくなっている。

 $w \ge z/w \ge int 10^{-2}$ ,  $v int 10^{-3}$ 以下,  $z int 10^{-3} \sim 10^{-4}$ のオーダーであることから導いた各近似式の与える分解時間の相対誤差の範囲をオーダーで同じ表に示す。

表(3)から次のことが明らかとなる.

- (1)  $\tau_B$  の誤差は常に正であり、数%ときには10%を越える、 $\tau_A$ ,  $\tau_C$  の誤差はいずれも数%で、 $\tau_C$  のそれはほとんど正であるが、 $\tau_A$  のそれは正および負となりときには 0 に近いこともある、 $\tau_1$  の誤差は、 $\tau_A$ ,  $\tau_C$  のそれよりも1けた以上小さく負である。 $\tau_2$  の誤差は $\tau_1$  のそれよりもさらに $1\sim2$ けた小さい。
- (2)  $\tau_B$  の誤差はwに依存し、一定の分解時間では計数率に およそ比例し、一定の計数率 では分解時間におよそ比例する.
- (3)  $\tau_A$  の誤差はwとzに依存する。 $\tau_C$  の誤差の式はさらにvを含んでいるが、vの値はwやz/wより1けた以上小さいので、 $\tau_A$  の場合と同じくwとzに依存する。

$$\frac{z}{w} = \frac{2m_b}{(a_1 + a_2) \, a_{12}\tau}$$

であるので、z/wはバックグランド、計数率、および分解時間により決まり、 $\tau_A$ 、 $\tau_C$  の誤差に影響する要因は他の場合よりも多い。

(4)  $\tau_1$  の誤差は $\tau_1$  のみに依存しているので、線源1, 2 の位置に注意して測定しさえすれば、用いる2 個の線源の放射能の強さの差によって決まる.

 $\tau_2$ ,  $\tau_2'$  の第2近似の場合を別にすれば,種々の近似式の与える分解時間の理論的な相対 誤差についての(1)~(4)の考察から,誤差の精度がよく,また測定条件による影響を受けるこ とが最も少なく、しかも補正を簡単に行うことができるという理由から、τ<sub>1</sub> を求める近似式が最もすぐれていることがわかる。

## 3. 測 定 結 果

測定には、日本医理学研究所製の端窓形GM 計数管 Aloka GM—204B(マイカ窓厚1.8 mg/cm²), 測定台 Aloka PS—1形, プローブ Aloka GP1U形および計数装置 Aloka TDC—6 形を用いた. 線源は日本アイソトープ協会製の  $^{90}$ Sr— $^{90}$ Y の  $^{2}$  線源法用の線源で GM 計数管 と線源間の距離  $^{1}$  cmで $^{1}$ 0000cpm± $^{1}$ 10%のものである. 得られた測定値のうち $^{1}$ 0 計算値が 負となったものと極端に小さいものおよび $^{1}$ 2 $^{1}$ 10%を越えたものを除いた. 測定時間は,  $^{1}$ 14分, $^{1}$ 28分, $^{1}$ 35分の  $^{1}$ 36分の  $^{1}$ 36)で,そのうち $^{1}$ 34分の場合は  $^{1}$ 4 $^{1}$ 2 $^{1}$ 2 $^{1}$ 2の割合を  $^{1}$ 1 :  $^{1}$ 1.5とした.  $^{1}$ 4 $^{1}$ 4 $^{1}$ 5 $^{1}$ 7 $^{1}$ 8 $^{1}$ 8 $^{1}$ 8 $^{1}$ 8 $^{1}$ 8 $^{1}$ 8 $^{1}$ 9 $^{1}$ 8 $^{1}$ 8 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^{1}$ 9 $^$ 

求められたu, v, w, zおよびz/wの各値のうち比較的大きいものと小さいものを含むものを表 4に示す.

データ棚段	印加電圧	測定時間 <i>T</i> (min)		計 数	計 数 率 (cps)			w	z	$\frac{z}{w}$ × 10 <sup>-2</sup>	
番号	. WHEX	(V)	T'(n	nin) $m_1$	$m_2$	$m_{12}$	$m_b$	(cps)	× 10 <sup>-2</sup>	×10 <sup>-3</sup>	×10 <sup>-2</sup>
1	1	1100	28	251.219	235.883	470.653	0.483	243.068	3.28	0.99	3.03
2	1	1050	14	252.896	240.825	468.814	0.558	246.303	4.94	1.13	2.29
3	1	1100	35	275.275	243.933	504.147	0.300	259.304	2.85	0.58	2.03
4	2	1150	34	147.345	136.363	278. 245	0.483	141.371	1.76	1.71	9.71
5	. 2	1000	34	149.145	141.222	277.468	0.418	144.766	4.31	1.44	3.35
6	2	1050	34	146.635	129.837	269.700	0.515	137.721	2.27	1.87	8.23

表

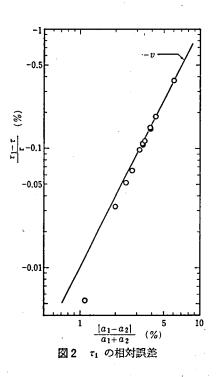
表5  $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ の相対誤差 (%)

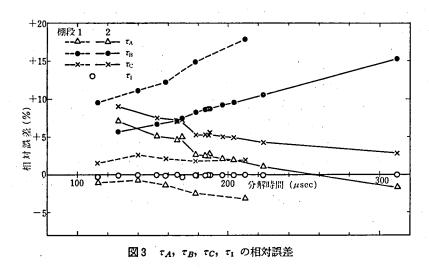
データ 番 号		$\frac{\tau_A - \tau}{\tau} \frac{z}{w}$	-w-5z	$\frac{\tau_{B}-\tau}{\tau}$	3w	τ <u>c-τ</u> 2	-v-3z	$\frac{\tau_1-\tau}{\tau}$	-v	$\frac{\tau_2 - \tau}{\tau}$	2wz -vw-v²
1	139.84	-0.7	-0.8	11.1	9.9	2.6	2.6	-0.10	-0.10	-0.0032	-0.0032
2	211.23	-3.2	-3.2	17.8	14.8	1.9	1.9	-0.05	-0.06	0.0085	0.0082
3	113.41	-1.1	-1.1	9.5	8.5	1.5	1.5	-0.37	-0.37	-0.0090	-0.0084
4	127.00	7.0	7.1	5.6	5.3	9.0	9.0	-0.15	-0.15	0.0032	0.0031
5	311.38	-1.7	-1.7	15.2	12.9	2.8	2.8	-0.07	-0.07	0.0094	0.0092
6	169.40	5.0	5.0	7.4	6.8	7.2	7.3	-0.37	-0.37	-0.0015	-0.0013

次に、分解時間  $\tau$  を式(1)からニュートンの逐次近似式を用いて求め(4)、たとえば  $\tau_A$  について真の相対誤差  $(\tau_A-\tau)/\tau$  を求め z/w-w-5z の値と比較する。  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  についても同様に計算したものを百分率 (%) で表 5 に示す。 表から明らかなように、  $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  の相対誤差として $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ ,  $\tau_A$ 

図 2 は、 $\tau_1$  の相対誤差 (%) が 2 線源の計数率のずれの程度  $|a_1-a_2|/(a_1+a_2)$  (%) によることを示す。実測値は-vを表わす直線とよく一致する。誤差が小さいところでは実測値は直線から大きくずれているが、これは $\tau_2$  の誤差には十分影響するが $\tau_1$  のそれにはvに対して小さいとして省略されていた 2wz が相対的に大きく影響しているためである。

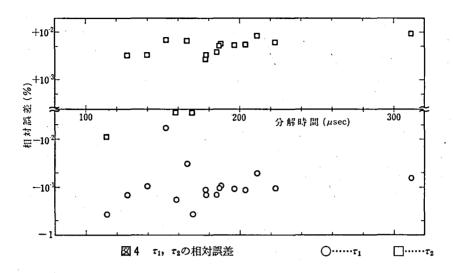
図 3 は、 $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ ,  $\tau_1$  の相対誤差  $(\tau_A - \tau)$  / $\tau$ ,  $(\tau_B - \tau)$ / $\tau$ ,  $(\tau_C - \tau)$ / $\tau$ および  $(\tau_1 - \tau)$ / $\tau$ を百分率 (%) で表わしたものである。 $\tau_A$ ,  $\tau_B$ ,  $\tau_C$ 





の相対誤差はそれぞれ棚段1と棚段2のグループに分けられそれぞれ点線と実線で結んで示す.

図4は、同じたの相対誤差をたのそれとともに表わしたものである。図3と図4から、誤差の正負および大きさ、計数率や分解時間との関係について2-6の(1) $\sim$ (4)において理論的に考察したことがらが実験的に確認された。



## 4. あとがき

2線源法によるGM計数管の分解時間を求める近似式としては式(3)が最もよく用いられている $^{(1)}$ が,計数率および分解時間が大きいときには10%以上の理論的誤差を生ずる.その他のよく使用されている式もふつう数%の相対誤差が現われる.したがって,近似式(2)または 図を用いた方がよい.そのとき相対誤差は0.1%のオーダーであり,しかもその値はほとんどーvに等しいので計算は容易である.同一線源を用いて分解時間を測定するときには他の 測定条件による影響を受けないので一度 v を求めておけば $\tau_1$  の相対誤差の $\tau_2$  のは容易となる.式(2)を用いるときには分母を  $(m_1+m_2-3m_b)m_{12}$ としてもよく,第2近似式(2)のv を求めるときには $\tau_2$  を省略しても結果に大した影響はない.求められる分解時間の統計的変動の大きさから考えて,ほとんど第2の近似式を使う必要はなかろう.しかしもしも若干の煩わしさをいとわなければ, $\tau_2$  の近似式を使う必要はなかろう.しかしもしも若干の煩わしさをいとわなければ, $\tau_3$  の計算を経て式(2)または(3)を用いるよりは,じかに式(3)を用いる方がより容易である。  $\tau_2$  の  $\tau_3$  が自動減算され,しかも cps 単位で計数率が読みとれる計数装置を用いれば, $\tau_3$  の  $\tau_4$  の  $\tau_5$  に  $\tau_5$  の  $\tau_5$  の

本研究は1972年6月から1973年6月にわたり信州大学工学部応用物理学教室で行われた. 研究にあたり、終始多大な御指導をいただいた当教室帯刀正教授、および適切な助言と批判 を承った本校校長森本弥三八先生に感謝いたします.

## 参考文献

- (1) たとえば、日本アイソトープ協会編、新版ラジオアイソトープ講義と実習、丸善1966.
- (2) E. Bleuler, G. J. Goldsmith: Experimental Nucleonics, 1952.
- (3) R. Plesch: Der Totzeiteinfluβ bei Aktivitätsmessungen, Kerntechnik 13. No.6 1971.
- (4) 菅野·阿久津·原:昭和48年(春) 応用物理学会 28p-k-4.