

作図によりレンズ収差を求める方法

鬼 頭 勇*

1. ま え が き

従来、球面レンズ系の軸外光線を作図法によって追跡する方法は知られていたが、近軸光線や非点収差を作図して追跡する試みは行なわれていない。よって、その作図法を考え、3次の収差 (Seidel の 5 収差) を作図のみによって求めることができるようにした。

2. 近軸光線追跡法

図1において、 n および n' をそれぞれ球面前後の屈折率、 r を球面半径、 S および S' をそれぞれ物点および像点とし、各点の球面からの距離を s および s' とすると、従来の符号のつけ方⁽¹⁾を用いれば、Abbe の不変量の関係から1つの球面について

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} + \frac{n}{s} \quad (1)$$

の関係式が得られる。これが成りたつように作図するには図2のようにすればよい。すなわちレンズ系の図を適当な尺度でえがき、光軸上に1点 P_0 をとって P_0 からの距離が n と n' に比例して光軸に垂直な直線 NN' と $N'N'$ をひく。

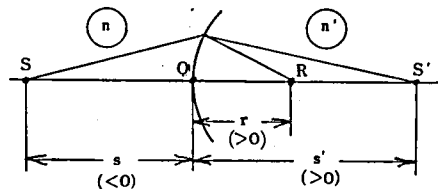


図 1

また、球面と光軸との交点Oにおいて光軸に垂直な直線OHをひき、その上に任意点Hをとる。次に、物点SとHを結びSHを入射光線と見なしてそれに平行に P_0A をひき、 NN' との交点をAとする。さらに、RとHを結びそれに平行にABをひき $N'N'$ との交点をBとし、 P_0B に平行に HS' をひけば、 HS' は屈折光線に相当し光軸との交点 S' は近軸像点となる。このことは

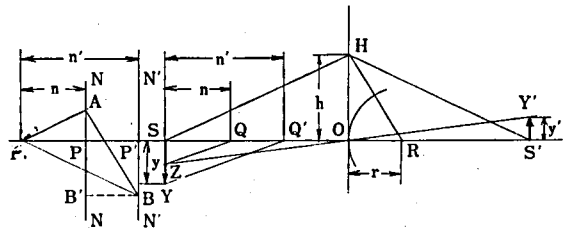


図 2

は

$$PA = \frac{h}{-s} n, \quad P'B = \frac{h}{s'} n', \quad AB = \frac{h}{r} (n' - n), \quad AB' = PA + P'B$$

の関係が成りたつので(1)式が満足されることによって確かめられる。

次に、物体と像の大きさをそれぞれ y と y' とすると、 y' は次式⁽²⁾で与えられる。

* 機械工学科

昭和46年11月20日受理

$$y' = \frac{ns'}{n's} y \quad (2)$$

よって、図2において SY を物体とすると、光軸上に S からの距離が n と n' に比例する点 Q と Q' をとり、 YQ' に平行に ZQ をひき SY との交点を Z として、 ZO を延長し、 S' 点で光軸に立てた垂線との交点を Y' とすれば $S'Y'$ が像の大きさ y' を与えてくれる。ただし、像点 S' が紙面から外に出るときは y' の大きさは求められないが、中間像点が外に出る場合は図3のようにして作図を続行することができる。図において、 O_1 と O_2 を第1レンズ面と第2レンズ面が光軸と交わる点とし、先に述べた方法で光線に相当する直線 S_1H , HL および LS_2' を作図する。ここで、 O_1A と O_1B を第2面前後の屈折率 n_2 と n_2' に比例するようにとり、光軸に平行に LK をひき、 AK に平行に HC をひいて光軸との交点を C とする。さらに C 点で光軸に立てた垂線と直線 O_1Y_1' との交点を D とし、 BE を光軸に垂直に CD に等しくとり、 EO_1 に平行に O_2Y_2' をひき、 S_2' 点で光軸に立てた垂線との交点を Y_2' とすれば、 $S_2'Y_2'$ は第2面による像の大きさを与え、第1面による中間像 $S_1'Y_1'$ を求めなくても済まされる。このことは(2)式によって d を光軸上で測った第1面と第2面の間隔とすると、

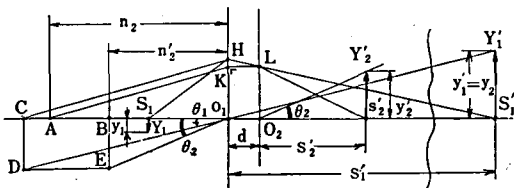


図 3

$$y_2' = \frac{n_2 s_2'}{n_2' s_2} \cdot y_2 = \frac{n_2 s_2'}{n_2' s_2} \cdot y_1',$$

$$\tan \theta_2 = \frac{y_2'}{s_2'} = \frac{n_2}{n_2' s_2} \cdot y_1' = \frac{n_2 s_1'}{n_2' (s_1' - d)} \cdot \frac{y_1'}{s_1'} = \frac{n_2}{n_2'} \cdot \frac{s_1'}{s_1' - d} \cdot \tan \theta_1$$

であることから確かめられる。

屈折面が平面のときは、図2において、 RH すなわち AB が光軸に平行になるだけで、同じように作図すればよい。

3. 軸外光線追跡法⁽³⁾

これは従来から用いられている方法で、図4のようにレンズ系を作図し、その光軸上の任点 P_0 を中心として半径が屈折率 n と n' に比例する同心円をえがく。次に、入射光線 SH をひき、 SH に平行に P_0A をひき半径 n の円との交点を A とし、球面中心 R と H を結ぶ線に平行に AB をひき半径 n' の円との交点を B とする。ここで、 P_0 と B を結ぶ線に平行に HS をひけばそれが屈折光線となる。このことは図から $n \sin i = n' \sin i'$ の関係、すなわち、屈折の法則が成り立つことから明らかである。

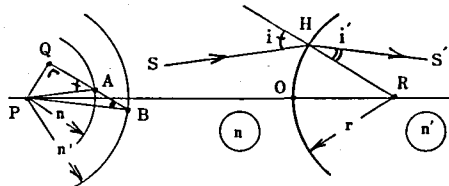


図 4

4. 非点収差追跡法

非点収差の計算式⁽²⁾は子午面と球欠面に対してそれぞれ次の式が用いられる。

$$\frac{n' \cos^2 i'}{t'} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{r} + \frac{n \cos^2 i}{t}$$

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{r} + \frac{n}{s}$$

ただし、 n 、 n' および r は(1)式と同じで、 i と i' は光線の入射角と屈折角、 t と t' は物体と像の午座標、 s と s' は球欠座標をあらわす。

これらの式は以前⁽⁴⁾筆者が示したように近軸計算式(1)と同じ形にすることができる。すなわち、 $n \cos i = N$ と $n' \cos i' = N'$ を球面前後の屈折率(相当屈折率)とし、 t と t' の代りにそれぞれ $t/\cos i = T$ と $t'/\cos i' = T'$ を、 s と s' の代りに $s \cos i = S$ と $s' \cos i' = S'$ なる新座標を用いればよい。よって、先に示した近軸光線追跡法をそのまま非点収差追跡に利用することができる。

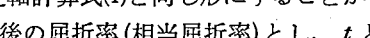


図5において、 $t(s)$ 点は軸外物点であって、ここから発した入射光線 $tH(sH)$ は屈折して光線 $Ht'(Hs')$ となる。この作図は軸外光線追跡法によればよい。次に、子午物点 t に対する像点 t' を求めるために、 tH に垂直に $t\tau$ を引き、 RH の延長との交点を τ とすると τH は新座標 T を与える。また、軸外光線追跡

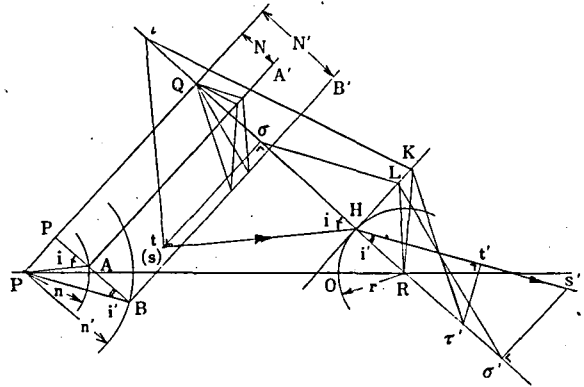


圖 5

のときに求めてある点 A と点 B を通る直線に P_0 から垂線をおろしてその足を P とすれば、 PA と PB の長さはそれぞれ相当屈折率 N と N' を与える。よって、 P 、 A および B から RH に垂線をおろして点 Q と直線 AA' および BB' を定め、近軸光線追跡法を用いて c' 点を求める。さらに、 c' 点から屈折光線 Ht' に垂線をおろしてその足を v' とすれば子午像点が求まったことになる。球欠像点を求めるには、 s 点から RH に垂線をおろしてその足を σ とすれば、 σH は新座標 S を与え、この σ 点を出発点として近軸光線追跡法を適用すれば像点 σ' が求められ、 σ' 点で RH に立てた垂線が屈折光線と交わる点を s' とすれば球欠像点が定まる。次の面に移行するには、屈折光線が次の面と交わる点から v' 点と s' 点までの距離をそれぞれ新たな子午および球欠座標として作図を続ければよい。

しかしながら、中間像点が紙面の外に出る場合が生ずるので、そのときには図6および図7に従って作図する必要がある。図6は子午面に対する作図を示し、 t_1P は入射光線、 Pt'_1 は屈折光線で、 τ_1K_1 と $\tau'_1K'_1$ は前述の方法で作図した線を示し、 τ_1 と τ'_1 は子午物点と像点であって、 τ'_1 が紙面外に出てしまうものとする。はじめに、第1レンズ面の中心 R_1 と τ_1 を結ぶ線上に任意点 A をとり、 Pt'_1 に垂直に AB をひき、 Pt'_1 と第2面との交点 Q および第

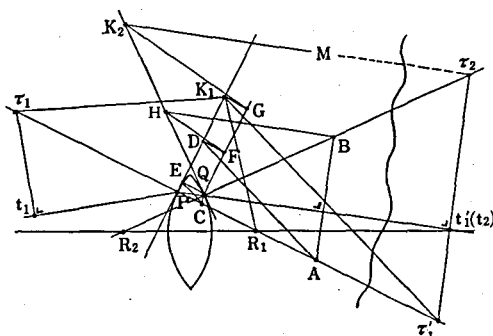


図 6

図 6 を通って HB に平行に K_2M をひけば、この直線は第 2 面に対する子午物点 τ_2 を通るので作図を続行することができる。このことは

$$\frac{QB}{Q\tau_2} = \frac{CA}{C\tau_1'} = \frac{ED}{EK_1} = \frac{QF}{QG} = \frac{QH}{QK_2}$$

であることから明らかである。図 7 は球欠面に対する作図を示し、 s_1P と $s_1'P$ は入射光線と屈折光線を、 σ_1L_1 と $L_1\sigma_1'$ は前述の方法で作図した線を示し、 σ_1 と σ_1' は球欠物点と像点で σ_1' が紙面の外にあるものとする。はじめに、 σ_1R_1 線上に任意点 A をとり、 σ_1R_1 に垂直に AB をひいて Ps_1' との交点を B とし、 Ps_1' と第 2 面の交点 Q と R_2 を結ぶ線に B より垂線 BC をおろしてその足を C とする。次に、 AB に平行に QD をひいて σ_1R_1 との交点を D とし、 A と D を通る $L_1\sigma_1'$ に平行な線をひき、 σ_1R_1 に垂直な直線 PL_1 との交点を E および F とし、 FQ に平行に EG と L_1H をひき、 Q を通り PL_1 に平行な直線との交点を G および H とする。ここで、 QR_2 に垂直に QL_2 をひき、その上に任意点 I をとって IG に平行に HL_2 をひき、 IC に平行に L_2M をひけば、この直線は第 2 面の球欠物点 σ_2 を通るので作図を続けられる。このことは子午面の場合と同じように確かめることができる。

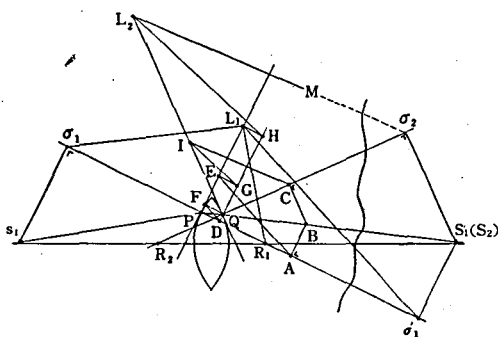


図 7

午面の場合と同じように確かめることができる。

5. Seidel の 5 収差

1. 以上の作図法によって、次のように Seidel の 5 収差を求めることができる。すなわち、球面収差については図 8(a) のように近軸光線 P 、輪帯光線 Z と周辺光線 M を作図し、近軸像面位置で縦収差と横収差を知って収差曲線を描くことができる。コマ収差については(b)のように軸外物点から主光線 P_r と上下の周辺光線 A と B を作図し、近軸像面と周辺光線 A' および B' との交点の midpoint M から、主光線 P_r' の近軸像面との交点 I までの距離を測れば、コマ収

差量とその性質(内向か外向か)を知りうる。また、像の歪曲は(b)に示す主光線像 $S'I$ と近軸像 $S'I_0$ の大きさの比によって求められる。次に、非点収差については、作図の後に、(c)に示すように、子午像点 t' と球欠像点 s' の近軸像面からの距離を測ればよく、また t' と s' の間の midpoint m の軌跡を求めれば像面の彎曲を知ることができる。なお、色収差を知るためには屈折率を変えて同じように作図すればよい。

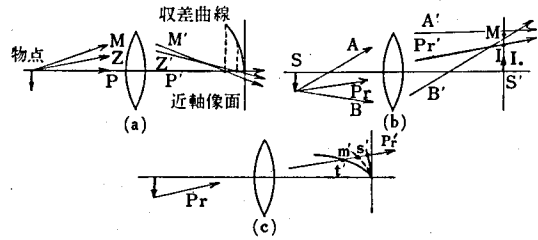


図 8

6. 作図法の精度

作図によって求めた収差値の精度を知るために、図9および表1に示すような両凸レンズについて、高さ10mmでレンズから50mm離れた物体の像を、物体側でレンズから10mm離

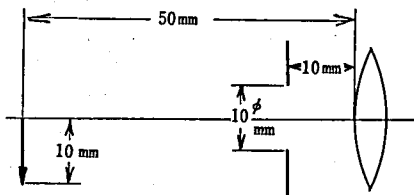


図 9

表1 レンズデータ

$r_1 = +25.0\text{mm}$	$d = 5.0\text{mm}$
$r_2 = -25.0\text{mm}$	
ガラス：硼珪クラウンBK7	
焦点距離：25.0627mm	

表2 収差に関する計算値と作図値との比較

項 目	計 算 値	作 図 値
近軸像点位置 (レンズ面からの)	46.9311mm	46.68mm
近軸像の大きさ	9.4065 "	9.36 "
球面収差量 周辺光線	-6.5217 "	-6.24 "
輪帯光線	-3.1952 "	-3.28 "
コマ収差量 (向 き)	1.59208 " (内向)	1.60 " (内向)
主光線像の大きさ	8.9947 "	9.02 "
歪 曲	-4.378%	-3.6%
子午像点位置 (レンズ面からの)	39.4875mm	39.60mm
球欠像点位置 (")	43.8496 "	43.80 "
非点隔差	4.3621 "	4.20 "

れた位置に内径10mmの絞りを置いた場合について、計算法と作図法で求めてその収差量を比較してみた。その結果、表2に示すような数値が得られた。

作図には武藤工業製のドラフタとケント紙を使用し、レンズ系は5倍に拡大して作図を行ない、1mm目盛の物差を使って小数点以下1位まで読みとった。作図値と計算値との差は意外に小さく、誤差は4%以内に止まっている。ただし、歪曲については主光線像と近軸像

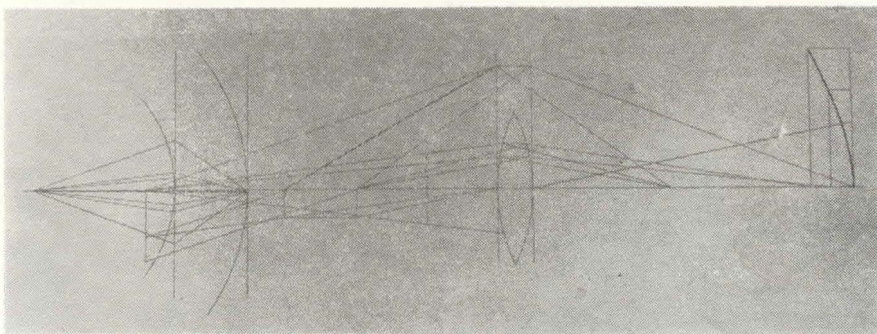


写真1：近軸追跡と球面収差

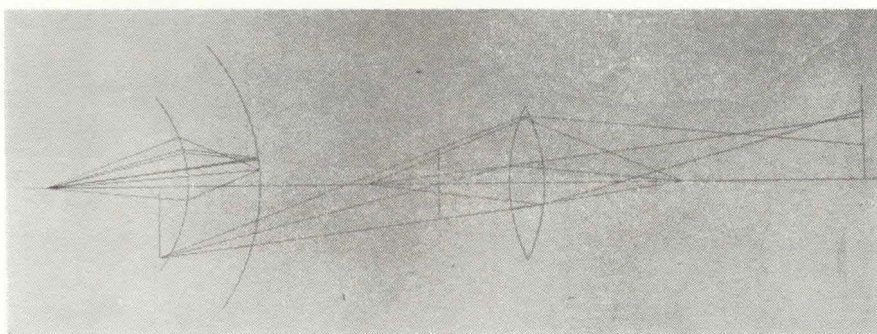


写真2：コマ収差と像の歪曲

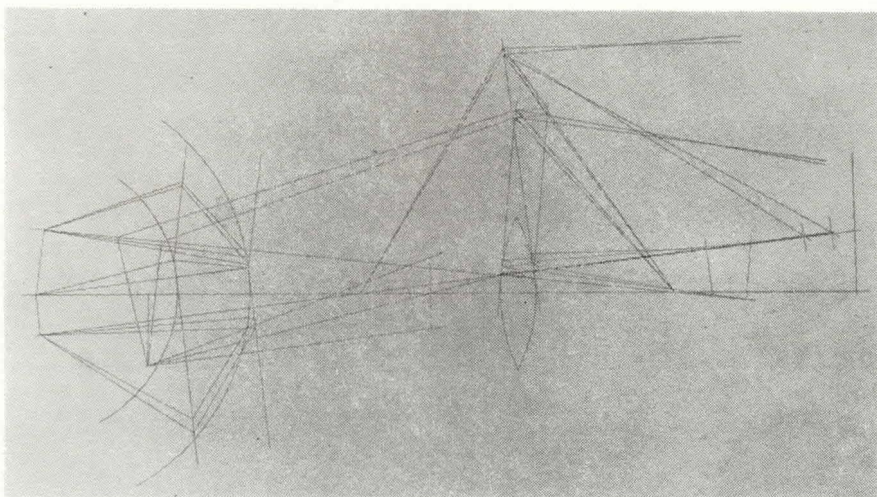


写真3：非点収差と像面の彎曲

の大きさの差を百分率で表わすので誤差が拡大されるが、小数点以下を4捨5入すれば比較的よく一致している。なお、写真1～3は収差追跡図の実例である。

7. 結 び

作図法によってSeidelの5収差が求められることを示したが、この方法では計算法の場合のように1つのレンズ面から次のレンズ面に移行するための転位公式を考慮することは必要でなく、そのまま次の面の追跡に移り得ることは大きな利点であり、また、ある程度の誤差を伴うことはやむを得ないとしても、注意して作図すればかなりの精度で収差値を知ることができるので、簡単なレンズ系の設計には充分役立つ上に、収差計算値の確認にも利用することが可能である。

現在、レンズの収差計算に電子計算機が駆使され、自動設計も行なわれているので、作図法は無用なようにも考えられるが、スライドプロジェクタの集光レンズ系の設計等⁽⁵⁾においては大局をつかむのに作図法の方が都合のよい場合があり、また、レンズ設計を専門としない向きにはレンズ系の収差の程度を知る手段として有効である。

参 考 文 献

- (1) A. E. Conrady, Applied Optics and Optical Design; Oxford U.P., 1929.
- (2) 久保田 広, 光学, 岩波書店, 1964.
- (3) L. C. Martin, Technical Optics, Vol. I, Pitman and Sons, 1948.
- (4) 鬼頭 勇, 光学ニュース, No.38, 応用物理学会光学懇話会, 1958.
- (5) 鬼頭 勇, 長野工業高等専門学校紀要, 第3号, 1969.