コンデンサ電動機のテンソル解析

中　村　喜　太　郎*

Tensor Analysis of Single Phase Condenser Motor

Kitaro Nakamura

1. ま　え　が　き

誘導機の特性解析法には，等価回路解析法，実回路解析法，テルソン解析法などがあって，それぞれ特長をもっている。回転機の解析にテルソルの適用を提案したのは，GE社のKron 氏である。 Kron 氏の2軸行列法に対し，その後，竹内氏が多軸行列法を発表した。同氏は，2軸行列法ではインピーダンス・テルソルが複雑になって，解析が面倒な回転機に，この多軸行列法を適用し，その基本方程式から各種非同期機の諸特性式を導出された。

筆者は，コンデンサ分相形単相誘導電動機を多軸行列法によって解析し，その電流対称分およびトルクを与える基本式を導いてみた。その結果，最大始動トルクを得るときの容量リアクタンス，ならびに対称運転を行なうために必要な条件などが明らかになった。

2. 非対称巻2相誘導機の電圧方程式とインピーダンス・テンソル

図1は，巻回数が非対称である固定子巻線 A_1，B_1 に，不平衡な外部インピーダンス Z_A，Z_B を接続した場合の2相機を示す。固定子巻線 A_1，B_1 はそれぞれ不平衡な抵抗 R_a，R_b，漏れインダクタンス l_a，l_b，主自己インダクタンス L_a，L_b をもっている。回転子巻線は，平衡な抵抗 R_2，漏れインダクタンス l_2，主自己インダクタンス L_2 をもち，巻線軸は対称2相であるとする。ただし，回転子側の諸定数は，すべて2相に換算した値である。

いま，固定子の各相に e_{1a}, e_{1b} なる電圧が印加され，回転子の各相に e_{2a}，e_{2b} なる電圧が印加されているとして，このときの電圧平衡式を行列で表示すれば，(1)式および(2)式のようになる。

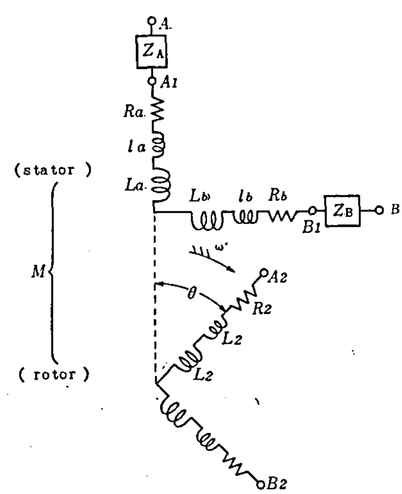

図1

---

*電気工学科

$$\begin{bmatrix} e_{1a} \\ e_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a+p(l_a+L_a) & \\ & R_b+p(l_b+L_b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_A & \\ & Z_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \end{bmatrix}$$

$$+Mp \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) \\ \cos\left(-\frac{\pi}{2}+\theta\right)/b & \cos\theta/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2^a \\ i_2^b \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\begin{bmatrix} e_{2a} \\ e_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2+p(l_2+L_2) & \\ & R_2+p(l_2+L_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2^a \\ i_2^b \end{bmatrix}$$

$$+Mp \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(-\frac{\pi}{2}+\theta\right)/b \\ \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) & \cos/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに，b は固定子の主巻線 A_1 と補助巻線 B_1 との有効巻数比で，主巻線を基準にして $L_a=L_1$ とおけば，$L_b=L_a/b^2=L_1/b^2$ として表わされる。M は主巻線と回転子巻線との間の最大相互インダクタンスで $M=\sqrt{L_1L_2}$ である。そうして，$p=d/dt$，$\theta=\omega' t$ である。

つぎに，巻線対称軸変換行列〔A_{2s}〕，〔A'_{2s}〕および対称座標変換行列〔A_2〕を，

$$[A_{2s}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -jb & jb \end{bmatrix},\ [A'_{2s}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j/b & j/b \end{bmatrix},\ [A_2] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}$$

とおいて

$[A_{2s}]^{-1}=[A'_{2s}]^*{}_t$，$[A'_{2s}]^{-1}=[A_{2s}]^*{}_t$，$[A_2]^{-1}=[A_2]^*{}_t$（〔　〕*は共役行列を示す）

であることに注目して，(1)式および(2)式を対称座標変換（絶対変換）すると，(3)式および(4)式のような対称分電圧方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix} = [A'_{2s}]^{-1} \begin{bmatrix} e_{1a} \\ e_{1b} \end{bmatrix} = \left\{ [A'_{2s}]^{-1} \begin{bmatrix} R_a+p(l_a+L_a) & \\ & R_b+p(l_b+L_b) \end{bmatrix} [A_{2s}] \right\}$$

$$\left\{ [A_{2s}]^{-1} \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \end{bmatrix} \right\} + \left\{ [A'_{2s}]^{-1} \begin{bmatrix} Z_A & \\ & Z_B \end{bmatrix} [A_{2s}] \right\} \left\{ [A_{2s}]^{-1} \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \end{bmatrix} \right\}$$

$$+ \left\{ [A'_{2s}]^{-1} Mp \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) \\ \cos\left(-\frac{\pi}{2}+\theta\right)/b & \cos\theta/b \end{bmatrix} [A_{2s}] \right\} \left\{ [A_2]^{-1} \begin{bmatrix} i_2^a \\ i_2^b \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} Z_0 & Z_1 \\ Z_1 & Z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^1 \\ i_1^2 \end{bmatrix} + L_1 p \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1^1 \\ i_1^2 \end{bmatrix} + Mp \begin{bmatrix} \varepsilon^{j\theta} & \\ & \varepsilon^{-j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2^1 \\ i_2^2 \end{bmatrix}$$

$$=\left|\begin{array}{c|c|c|c} Z_0+L_1p & Z_1 & Mp\varepsilon^{j\theta} & \\ \hline Z_1 & Z_0+L_1p & & Mp\varepsilon^{-j\theta} \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} i_1^1 \\ \hline i_1^2 \\ \hline i_2^1 \\ \hline i_2^2 \end{array}\right| \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$\left|\begin{array}{c} e_{21} \\ \hline e_{22} \end{array}\right| = [A_2]^{-1} \left|\begin{array}{c} e_{2a} \\ \hline e_{2b} \end{array}\right| = \left\{ [A_2]^{-1} \left|\begin{array}{c|c} R_2+p(l_2+L_2) & \\ \hline & R_2+p(l_2+L_2) \end{array}\right| [A_2] \right\}.$$

$$\left\{ [A_2]^{-1} \left|\begin{array}{c} i_2^a \\ \hline i_2^b \end{array}\right| \right\} + \left\{ [A_2]^{-1} Mp \left|\begin{array}{c|c} \cos\theta & \cos\left(-\frac{\pi}{2}+\theta\right)/b \\ \hline \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right) & \cos\theta/b \end{array}\right| [A_{2s}] \right\} \left\{ [A_{2s}]^{-1} \left|\begin{array}{c} i_1^a \\ \hline i_1^b \end{array}\right| \right\}$$

$$=\left|\begin{array}{c|c|c|c} Mp\varepsilon^{-j\theta} & & R_2+(l_2+L_2)p & \\ \hline & Mp\varepsilon^{j\theta} & & R_2+(l_2+L_2)p \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} i_1^1 \\ \hline i_1^2 \\ \hline i_2^1 \\ \hline i_2^2 \end{array}\right| \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ただし,

$$\left|\begin{array}{c} i_1^1 \\ \hline i_1^2 \end{array}\right| \equiv [A_{2s}]^{-1} \left|\begin{array}{c} i_1^a \\ \hline i_1^b \end{array}\right|, \quad \left|\begin{array}{c} i_2^1 \\ \hline i_2^2 \end{array}\right| = [A_2]^{-1} \left|\begin{array}{c} i_2^a \\ \hline i_2^b \end{array}\right|, \quad \left|\begin{array}{c|c} Z_0 & Z_1 \\ \hline Z_1 & Z_0 \end{array}\right| = \frac{1}{2} \left|\begin{array}{c|c} Z_a+b^2Z_b & T_a-b^2Z_b \\ \hline Z_a-b^2Z_b & Z_a+b^2Z_b \end{array}\right|,$$

$$Z_a(p) \equiv (R_a+pl_a)+Z_A$$

$$Z_b(p) \equiv (R_b+pl_b)+Z_B$$

である。ここで,(3)式および(4)式を一括して行列方程式で書くと,(5)式のようになる。

$$[e'] \equiv \left|\begin{array}{c} e_{11} \\ \hline e_{12} \\ \hline e_{21} \\ \hline e_{22} \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c|c|c} Z_0+L_1p & Z_1 & Mp\varepsilon^{j\theta} & \\ \hline Z_1 & Z_0+L_1p & & Mp\varepsilon^{-j\theta} \\ \hline Mp\varepsilon^{-j\theta} & & R_2+(l_2+L_2)p & \\ \hline & Mp\varepsilon^{j\theta} & & R_2+(l_2+L_2)p \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} i_1^1 \\ \hline i_1^2 \\ \hline i_2^1 \\ \hline i_2^2 \end{array}\right|$$

$$\equiv [Z'][i'] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

上式が,非対称な固定子巻線に不平衡な外部インピーダンスを接続した2相誘導機の,巻線対称座標軸における基本電圧方程式である。

つぎに,インピーダンス・テンソル$[Z']$から$\theta=\omega' t$を消去するため,(5)式を(6)式のような整流行列

$$[K]=\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&\varepsilon^{-j\theta}&\\&&&\varepsilon^{j\theta}\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots(6)$$

で変換する。これを一文字式で示せば，(7)式のようになる。

$$[e'']\equiv[K]^{-1}[e']=\{[K]^{-1}[Z'][K]\}\{[K]^{-1}[i']\}\equiv[Z''][i'']\quad\cdots\cdots(7)$$

ここで，ヘビサイド演算子法における変移定理

$$\varepsilon^{\mp j\theta}p\varepsilon^{\pm j\theta}=p\pm j\omega'$$

を用いれば，変換されたインピーダンス・テンソル$[Z'']$は(8)式のようになる。

$$[Z'']=[K]^{-1}[Z'][K]$$

$$=\begin{bmatrix}Z_0+L_1p&Z_1&Mp&\\Z_1&Z_0+L_1p&&Mp\\M(p-j\omega')&&R_2+(l_2+L_2)(p-j\omega')&\\&M(p+j\omega')&&R_2+(l_2+L_2)(p+j\omega')\end{bmatrix}\cdots(8)$$

また，変換された電圧ベクトル$[e'']$および電流ベクトル$[i'']$は，(9)式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}[e'']=[K]^{-1}[e']&=\begin{bmatrix}e_{11}\\e_{12}\\ \\ \end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}e_{1a}+je_{1b}b\\e_{1a}-je_{1b}b\\ \\ \end{bmatrix},\\ [i'']=[K]^{-1}[i']&=\begin{bmatrix}i_1^1\\i_1^2\\i_2^1\varepsilon^{j\theta}\\i_2^2\varepsilon^{-j\theta}\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}i_1^a+ji_1^b/b\\i_1^a-ji_1^b/b\\(i_2^a+ji_2^b)\varepsilon^{j\theta}\\(i_2^a+ji^b)\varepsilon^{-j\theta}\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(9)$$

ここで，誘導電動機では $e_{2a}=e_{2b}=0$ である。

つぎに，回転子側の要素を取り除くため，短絡行列を

$$[1]=\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\end{bmatrix},\quad[S]=\begin{bmatrix}1&\\&1\\-\dfrac{M(p-j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p-j\omega')}&\\&-\dfrac{M(p+j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p+j\omega')}\end{bmatrix}\quad(10)$$

と選んで，(8)式のインピーダンス・テンソルの2次側を消去すると

$$[Z'''] = [1][Z''][S]$$

$$= \begin{bmatrix} (Z_0+pL_1)-\dfrac{M^2\cdot p(p-j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p-j\omega')} & Z_1 \\ Z_1 & (Z_0+pL_1)-\dfrac{M^2p(p+j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p+j\omega')} \end{bmatrix} \quad\cdots(11)$$

となり，電圧および電流は

$$[e'''] = [1][e''][S] = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix},\quad [i'''] = [1][i''][S] = \begin{bmatrix} i_1^1 \\ i_1^2 \end{bmatrix} \quad\cdots\cdots(12)$$

となる。

3. 電流とトルク

電流$[i''']$は，

$$[i'''] = [Z''']^{-1}[e''']$$

として求められる。よって，(11)式および(12)式より

$$\begin{bmatrix} i_1^1 \\ i_1^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\varDelta} \begin{bmatrix} (Z_0+L_1p)-\dfrac{M^2p(p+j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p+j\omega')} & -Z_1 \\ -Z_1 & (Z_0+L_1p)-\dfrac{M^2p(p-j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p-j\omega')} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix} \quad\cdots\cdots(13)$$

ここで，

$$\varDelta = \left\{(Z_0+L_1p)-\frac{M^2p(p+j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p+j\omega')}\right\}\left\{(Z_0+L_1p)-\frac{M_2p(p-j\omega')}{R_2+(l_2+L_2)(p-j\omega')}\right\}-Z_1^2$$

である。

定常状態では，電圧，電流を実効値におきかえ，$p\equiv j\omega$，$s\equiv(\omega-\omega')/\omega$ とおいて，(13)式の固定子電流の対称分および$\dot{\varDelta}$はつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1^1 \\ \dot{I}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\{Z_0(j\omega)+j\omega L_1\}+\dfrac{(2-s)\omega^2M^2}{R_2+j(2-s)\omega(l_2+L_2)}\right]\dfrac{\dot{E}_{11}}{\dot{\varDelta}}-Z_1(j\omega)\dfrac{\dot{E}_{12}}{\dot{\varDelta}} \\ \left[\{Z_0(j\omega)+j\omega L_1\}+\dfrac{s\omega^2M^2}{R_2+js\omega(l_2+L_2)}\right]\dfrac{\dot{E}_{12}}{\dot{\varDelta}}-Z_1(j\omega)\dfrac{\dot{E}_{11}}{\dot{\varDelta}} \end{bmatrix} \quad\cdots\cdots(14)$$

$$\dot{\varDelta} = \left[\{Z_0(j\omega)+j\omega L_1\}+\frac{(2-s)\omega^2M^2}{R_2+j(2-s)\omega(l_2+L_2)}\right]$$

$$\left[\{Z_0(j\omega)+j\omega L_1\}+\frac{s\omega^2M^2}{R_2+js\omega(l_2+L_2)}\right]-\{Z_1(j\omega)\}^2$$

そうして，固定子電流と回転子電流との関係は，(7)式，(8)式，および(9)式から，

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_2{}^1\\ \dot{I}_2{}^2\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{js\omega M}{R_2+js\omega(l_2+L_2)} & \\ & \dfrac{j(2-s)\omega M}{R_2+j(2-s)\omega(l_2+L_2)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1{}^1\\ \dot{I}_1{}^2\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots(15)$$

として求められる。

さて，コンデンサ電動機では，$\dot{Z}_A=1/j\omega C$，$\dot{Z}_B=0$ であるから，

$$\dot{Z}_a(j\omega)=(R_a+j\omega l_a)+\frac{1}{j\omega C}=R_a+j(x_a-x_c),\quad \dot{Z}_b(j\omega)=R_b+j\omega l_b=R_b+jx_b$$

となる。したがって，

$$\dot{Z}_0(j\omega)=\frac{1}{2}(Z_a+b^2Z_b)=\frac{R_a+b^2R_b}{2}+j\frac{(x_a+b^2x_b)-x_c}{2}=R_1+j\left(x_1-\frac{x_c}{2}\right)$$

$$\dot{Z}_1(j\omega)=\frac{1}{2}(Z_a-b^2Z_b)=\frac{R_a-b^2R_b}{2}+j\frac{(x_a-b^2x_b)-x_c}{2}\simeq-j\frac{x_c}{2}$$

（ただし，$R_a-b^2R_b\simeq0$，$x_a-b^2x_b\simeq0$ である。）

となるから

$$\dot{Z}_0(j\omega)+j\omega L_1=\frac{R_a+b^2R_b}{2}+j\frac{(x_a+b^2x_b)+2\omega L_1}{2}-j\frac{x_c}{2}\equiv R_1+j\left(X_1-\frac{x_c}{2}\right)$$

（ただし，$R_1=(R_a+b^2R_b)/2$，$X_1=(x_a+b^2x_b+2\omega L_1)/2$ である。）

となる。

また，コンデンサ電動機の電源は単相であるから　$\dot{E}_{1a}=\dot{E}_{1b}=\dot{E}$　とおけば，

$$\begin{bmatrix}\dot{E}_{11}\\ \dot{E}_{12}\end{bmatrix}=[A_{2s}]^{-1}\begin{bmatrix}\dot{E}_{1a}\\ \dot{E}_{1b}\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\dot{E}(1+jb)\\ \dot{E}(1-jb)\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots(16)$$

となる。そうして，$\omega M=X_m$，$\omega(l_2+L_2)=X_2$　とおけば，(14)式は

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1{}^1\\ \dot{I}_1{}^2\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\left\{R_1+j\left(X_1-\dfrac{x_c}{2}\right)+\dfrac{(2-s)X_m{}^2}{R_2+j(2-s)X_2}\right\}\dfrac{\dot{E}_{11}}{\dot{\Delta}}+j\dfrac{x_c}{2}\dfrac{\dot{E}_{12}}{\dot{\Delta}}\\ \left\{R_1+j\left(X_1\ \dfrac{x_c}{2}\right)+\dfrac{sX_m{}^2}{R_2+jsX^2}\right\}\dfrac{\dot{E}_{12}}{\dot{\Delta}}+j\dfrac{x_c}{2}\dfrac{\dot{E}_{11}}{\dot{\Delta}}\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\left\{(R_1+jX_1)+\dfrac{(2-s)X_m{}^2}{R_2+j(2-s)X_2}\right\}(1+jb)+bx_c\\ \left\{(R_1+jX_1)+\dfrac{sX_m{}^2}{R_2+jsX_2}\right\}(1-jb)-bx_c\end{bmatrix}\frac{\dot{E}}{\dot{\Delta}}\quad\cdots\cdots(17)$$

となる。ただし，$\dot{\Delta}$は，

$$\dot{\Delta}=\left\{R_1+j\left(X_1-\frac{x_c}{2}\right)+\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2+j(2-s)X_2}\right\}\left\{R_1+j\left(X_1-\frac{x_c}{2}\right)+\frac{sX_m{}^2}{R_2+jsX_2}\right\}+\frac{x_c{}^2}{4}$$

である。ここで，さらに

$$R_s=R_1+\frac{sX_m{}^2}{R_2{}^2+s^2X_2{}^2}R_2,\quad R_{2-s}=R_1+\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}R_2$$

$$X_s=X_1-\frac{s^2X_m{}^2}{R_2{}^2+s^2X_2{}^2}X_2,\quad X_{2-s}=X_1-\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}$$

$X_c = x_c/2$

とおけば，固定子電流の対称分は，結局(18)式のようになる。

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_1{}^1 \\ \hline \dot{I}_1{}^2 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} \left[\left\{R_1+\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}R_2\right\}+b\left\{2X_c-\left(X_1-\frac{(2-s)^2X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}X_2\right)\right\}\right] \\ +j\left[b\left\{R_1+\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}R_2\right\}+\left\{X_1-\frac{(2-s)^2X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}X_2\right\}\right] \\ \hline \left[\left\{R_1+\frac{sX_m{}^2}{R_2{}^2+s^2X_2{}^2}R_2\right\}-b\left\{2X_c-\left(X_1-\frac{s^2X_m{}^2}{R_2{}^2+s^2X_2{}^2}X_1\right)\right\}\right] \\ -j\left[b\left\{R_1+\frac{sX_m{}^2}{R_2{}^2+s^2X_1{}^2}R_2\right\}-\left\{X_1-\frac{s^2X_m{}^2}{R_1{}^2+s^2X_2{}^2}X_2\right\}\right] \end{vmatrix} \frac{\dot{E}}{\dot{\Delta}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} \{R_{2-s}+b(2X_c-X_{2-s})\}+j\{bR_{2-s}+X_{2-s}\} \\ \hline \{R_s-b(2X_c-X_s)\}-j\{bR_s-X_s\} \end{vmatrix} \frac{\dot{E}}{\dot{\Delta}} \quad \cdots\cdots (18)$$

ここに，

$$\dot{\Delta} = (R_{2-s}+jX_{2-s})(R_s+jX_s)+\{(R_s+R_{2-s})+j(X_s+X_{2-s})\}(-jX_c)$$

つぎに，対称構造の誘導機では，そのトルク・テンソル$[G_s]$は(8)式のインピーダンス・テンソル$[Z'']$から，

$$[G_s] = \begin{vmatrix} -jM & \\ \hline & jM \end{vmatrix} \quad \cdots\cdots (19)$$

となるから，トルクτは，

$$\tau = R_e \begin{vmatrix} \dot{I}_2{}^1 \\ \hline \dot{I}_2{}^2 \end{vmatrix}_t^* \begin{vmatrix} -jM & \\ \hline & jM \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{I}_1{}^1 \\ \hline \dot{I}_1{}^2 \end{vmatrix}$$

$$= R_e \begin{vmatrix} \frac{jsX_m}{R_2-jsX_2}\dot{I}_1{}^{1*} & \frac{j(2-s)X_m}{R_2-j(2-s)X_2}\dot{I}_1{}^{2*} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -j\frac{X_m}{\omega}\dot{I}_1{}^1 \\ \hline j\frac{X_m}{\omega}\dot{I}_1{}^2 \end{vmatrix}$$

$$= R_e \frac{1}{\omega}\left\{\frac{sX_m{}^2}{R_2-jsX_2}\dot{I}_1{}^{1*}\dot{I}_1{}^1-\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2-j(2-s)X_2}\dot{I}_1{}^{2*}\dot{I}_1{}^2\right\}$$

$$= \frac{1}{\omega}\left\{\frac{sX_m{}^2}{R_2{}^2+s_2X_2{}^2}R_2|\dot{I}_1{}^1|^2-\frac{(2-s)X_m{}^2}{R_2{}^2+(2-s)^2X_2{}^2}R_2|\dot{I}_1{}^2|^2\right\} \quad \cdots\cdots (20)$$

として求められる。ここで、(18)式から

$$\dot{I}_1{}^{1*}\dot{I}_1{}^1 = |\dot{I}_1{}^1|^2 = \frac{1}{2}[\{R_{2-s}+b(2X_c-X_{2-s})\}^2+\{bR_{2-s}{}^2+X_{2-s}\}]\frac{|\dot{E}|^2}{|\dot{\Delta}|^2}$$

$$= \frac{1}{2}\{(1+b^2)(R^2{}_{2-s}+X^2{}_{2-s})+4X_c{}^2+4bR_{2-s}X_c-4b^2X_{2-s}X_c\}\frac{|\dot{E}|^2}{|\dot{\Delta}|^2}$$

$$\dot{I}_1{}^{2*}\dot{I}_1{}^2 = |\dot{I}_1{}^2|^2 = \frac{1}{2}[\{R_s-b(2X_c-X_s)\}^2+\{bR_s-X_s\}^2]\frac{|\dot{E}|^2}{|\dot{\Delta}|^2}$$

$$=\frac{1}{2}\{(1+b^2)(R_s^2+X_s^2)+4b^2X_c^2-4bR_sX_c-4b^2X_sX_c\}\frac{|\dot{E}|^2}{|\dot{\varDelta}|^2}$$

ただし,

$$|\dot{\varDelta}|^2=\{R_sR_{2-s}-X_sX_{2-s}+X_c(X_s+X_{2-s})\}^2+\{R_sX_{2-s}-R_{2-s}X_s-X_c(R_s+R_{2-s})\}^2$$

である。

さて,始動トルク τ_s は,(20)式において $s=1$ とおけばよいので,

$$\tau_s=\frac{1}{\omega}\frac{X_m^2R_2}{R_2^2+X_2^2}(\dot{I}_1^{1*}\dot{I}_1^1-\dot{I}_1^{2*}\dot{I}_1^2)_{s=1}$$

$$=\frac{1}{\omega}\frac{X_m^2R_2}{R_2^2+X_2^2}4bRX_c\frac{|\dot{E}|^2}{|\dot{\varDelta}|^2_{s=1}}$$

$$=\frac{1}{\omega}\frac{X_m^2R_2}{R_2^2+X_2^2}4bRX_c\frac{|\dot{E}|^2}{(R^2+X^2)\{R^2+(X-2X_c)^2\}} \quad\cdots\cdots(21)$$

として求められる。

ここで,

$$R=|R_s|_{s=1}=|R_{2-s}|_{s=1}=R_1+\frac{X_m^2}{R_2^2+X_2^2}R_2$$

$$X=|X_s|_{s=1}=|X_{2-s}|_{s=2}=X_1-\frac{X_m^2}{R_2^2+X_2^2}X_2$$

$$|\dot{I}_1^{1*}\dot{I}_1^1-\dot{I}_1^{2*}\dot{I}_1^2|_{s=1}=4bRX_c\frac{|\dot{E}|^2}{|\dot{\varDelta}|^2_{s=1}}$$

$$|\dot{\varDelta}|^2_{s=1}=(R^2-X^2+2X_cX)^2+4R^2(X-X_c)^2=(R^2+X^2)\{R^2+(X-2X_c)^2\}$$

である。

つぎに,最大始動トルク τ_{smax} は,(21)式において,

$$\frac{d}{dX_c}\left\{\frac{X_c}{R^2+(X-2X_c)^2}\right\}=0$$

とおき,

$$X_c=\frac{1}{2}\sqrt{R^2+X^2}=\frac{1}{2}\sqrt{\left(R_1+\frac{X_m^2}{R_2^2+X_2^2}R_2\right)^2+\left(X_1-\frac{X_m^2}{R_2^2+X_2^2}X_2\right)^2} \quad\cdots\cdots(22)$$

のときに得られる。上式の X_c を(21)式に代入すれば,

$$\tau_{smax}=\frac{1}{\omega}\frac{X_m^2R_2}{R_2^2+X_2^2}bR\frac{|\dot{E}|^2}{(R^2+X^2)(\sqrt{R^2+X^2}-X)} \quad\cdots\cdots(23)$$

として求められる。

つぎに,誘導機において逆相電流が零で,正相電流のみで運転している場合を,一般に対称運転というが,コンデンサ電動機が対称運転となるためには,(18)式の $\dot{I}_1^2=0$ となればよい。

よって,

$$R_e(\dot{I}_1^2)=0,\ I_m(\dot{I}_1^2)=0$$

とおいて,

$$X_c=\frac{1}{2b}(R_s+bX_s)=\frac{1}{2}\frac{R_s^2+X_s^2}{X_s},\ b=\frac{X_s}{R_s} \quad\cdots\cdots(24)$$

を得る。(24)式が任意のすべり s で対称運転となるために必要な条件である。これより,対称

運転となるためには，主巻線と補助巻線との巻数比 b が重要な要素となっていることがわかる。

また，対称運転のときの発生トルク τ_{sy} は，(20)式および(24)式から

$$\tau_{sy}=\frac{2}{\omega}\,\frac{sX_m{}^2R_2}{R_2{}^2+s^2X_2{}^2}\,\frac{X_s{}^2}{R_s{}^2}\,\frac{(R_sR_{2-s}-X_sX_{2-s}+R_s{}^2+X_s{}^2)^2}{\{2X_s(R_sR_{2-s}-X_sX_{2-s})+(R_s{}^2+X_s{}^2)(X_s+X_{2-s})\}^2}*$$

$$*\frac{+(R_sX_{2-s}+X_{2-s})^2|\dot{E}|^2}{+\{2X_s(R_sX_{2-s}+X_2R_{2-s})+(R_s{}^2+X_s{}^2)(R_s+R_{2-s})\}^2} \quad \cdots\cdots(25)$$

として求められる。

一般に，X_c の調整によって得られる任意のすべり s での最大トルク τ_{max} は，上式の τ_{sy} と同一でないことは明らかである。いま，$s=1$ における両者を比較してみる。まず(25)式で $s=1$ とおけば，

$$|\tau_{sy}|_{s=1}=\frac{2}{\omega}\,\frac{X_m{}^2R_2}{R_2{}^2+X_2{}^2}\,\frac{X^2|\dot{E}|^2}{R^2(R^2+X^2)} \quad \cdots\cdots(26)$$

となる。ここで，両者の比を σ とおけば，(23)式および(26)式から

$$\sigma=\left|\frac{\tau_{sy}}{\tau_{max}}\right|_{s=1}=\frac{2X}{R^2}(\sqrt{R^2+X^2}-X)$$

となり，これは R/X の値によって決まる。

4. むすび

本解析法は，固定子のみが非対称巻の場合に限らず，固定子と回転子とがともに非対称巻である一般的な場合にも適用できる。解析の結果，対称運転を行なうためには，主巻線と補助巻線との巻数比が重要な要素となっていることがわかった。そうしてまた，コンデンサ容量の調整によって得られる任意のすべり s での最大トルク（始動トルクも含めて）は，同じすべり s での対称運転時に発生するトルクとは一般に異なることも明らかになった。

実回路定数と等価回路定数との間には一定の関係があるので，本文で得られた特性式は，その定数をすべて等価回路定数におきかえて表わすこともできる。したがって，任意のすべり s において対称運転を行なうための巻線設計も可能である。

参考文献

(1) T. J. Takeuchi: Matrix Theory of Electrical Machinery P. 136～163 (1967)

(2) 見　　城：電気学会誌89，957（昭44—5）

（44. 9 .20受理）