斜橋における横げたの配置について
（その3）

山　崎　英　樹*

Studies on the Arrangement of Cross Beams in Skew Girder Bridges (Third Report)

Hideki Yamazaki

1. まえがき

斜格子の横げたの配置方法の差による性能の違いを調べるために前報[1]では，3本主げた4本横げたの格子について，理論解を求め弾性実験を行なって検討した。

本報は，前報と同一の格子について極限荷重を求め，それの比較により斜交，直交両者の機能を検討したものである。前報の解析結果からわかるように，部材断面にH型を用いた場合は直交，斜交両格子共に曲げモーメントに比較してねじりモーメントが極めて小さい* ので，以下の塑性計算においては，ねじりを無視して，単純塑性理論により2種の格子の極限荷重を計算した。

2. 極限荷重

2—1 極限荷重の計算方法

いま，ある構造物に荷重が作用し，これが次第に増加していくと構造物の各所に塑性ヒンジが形成されていき，その個数が不静定次数＋1になった時構造物は崩壊する。この最大限の荷重が極限荷重である。

これの計算方法は色々とあるが，そのうちで上界定理に属するものとして仮想変形法，下界定理に属する方法として塑性モーメント分配法の2つの解法が実際に広く使われているが，本報においては仮想変形法によるものとする。

仮想変形法は次のような順序で行なわれる。

(1) 考える構造物について，変形機構条件を満足する崩壊形式を仮定する。

(2) この崩壊形式について，仮想変位の原理によって崩壊荷重を計算する。

(3) 次に，この崩壊荷重によってモーメント分布図を作り，仮定された塑性ヒンジ以外の場所で，塑性条件を満足しているかどうかを確認する。満足していれば，これが極限荷重である。

(4) 塑性条件を破っていれば，新らしい崩壊形式を仮定して計算を前述のように行なう。

---

* 土木工学科

* 斜交格子にては，ねじりモーメントは曲げモーメントの1％弱の大きさであり，直交格子にては0.01％程度で全く問類にならない。

3．斜格子の極限荷重

3—1　断面性状

斜格子の形状寸法は前報図—1に，部材の断面性状を表—1に示した。

表1

	使用鋼材 SS41	断面係数 $S\,cm^3$	塑性断面係数 $Z\,cm^3$	形状係数 $f=Z/S$	降伏モーメント M_y kg·cm	全塑性モーメント M_p kg·cm
主げた	H—175×90×5×8	138.3	164.3	1.19	331 200	394 320
横げた	H—100×50×5×7	37.4	47.5	1.27	89 760	114 000

ここで，$M_y=\sigma_z S$，$M_p=\sigma_y Z$，σ_y：降伏点で使用鋼材はSS41であるので，$\sigma_y=24\mathrm{kg/mm^2}$として計算した。

主げた，横げたの全塑性モーメントをそれぞれ M_p，jM_p とすると，係数 $j=0.289$ となる。

次に崩壊形式について考察する。図—1(b)に示すように可能な塑性ヒンジの数は$N=20$，* この構造の不静定次数は$R=12$であるから基本崩壊形式の数は

$$n=N-R=8$$

となる。

したがって，基本崩壊形式の組合せによってできるすべての崩壊形式について極限荷重を求め，それらの内で最小のものが真の極限荷重であり，それに対応する崩壊形式が求むる真の崩壊形式である。このことは，上界定理によって証明されることであって，このようにすれば各崩壊形式について，いちいち塑性条件を検討する必要がない。**

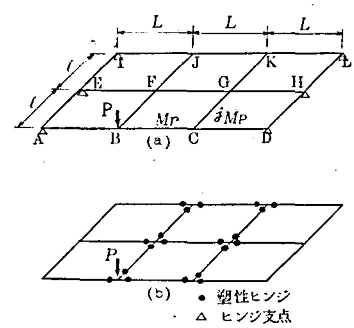


図1

本報においては，斜格子の起こり得る崩壊形式をすべて考え，上記の上界定理により計算を進めるものとする。

3—2　斜交格子の極限荷重

3—2—1　B点載荷の場合

基本崩壊形式を図—2(a)〜(h)に示す。(a)〜(g)は，はり形式，(h)は節点形式である。各形式について極限荷重を計算する。図中の θ は回転角，黒丸は塑性ヒンジである。

---

* ねじりを無視しているので，端横げたAE，EI，DH，HLに生ずる塑性ヒンジは，内力仕事に関係しないので可能な塑性ヒンジの数から除外してある。

** 塑性条件の検討：崩壊形式が全崩壊の場合には，モーメントの分布を一義的に定めることができるが，局部崩壊の場合には定めることが困難である。したがって局部崩壊形式の塑性条件の吟味は大層手間のかかる仕事になる。そこで起こりそうな崩壊形式を仮定してそれの塑性条件を吟味するよりも，起こり得るすべて形式について極限荷重を求め，その最小値を採用する方が能率的である。

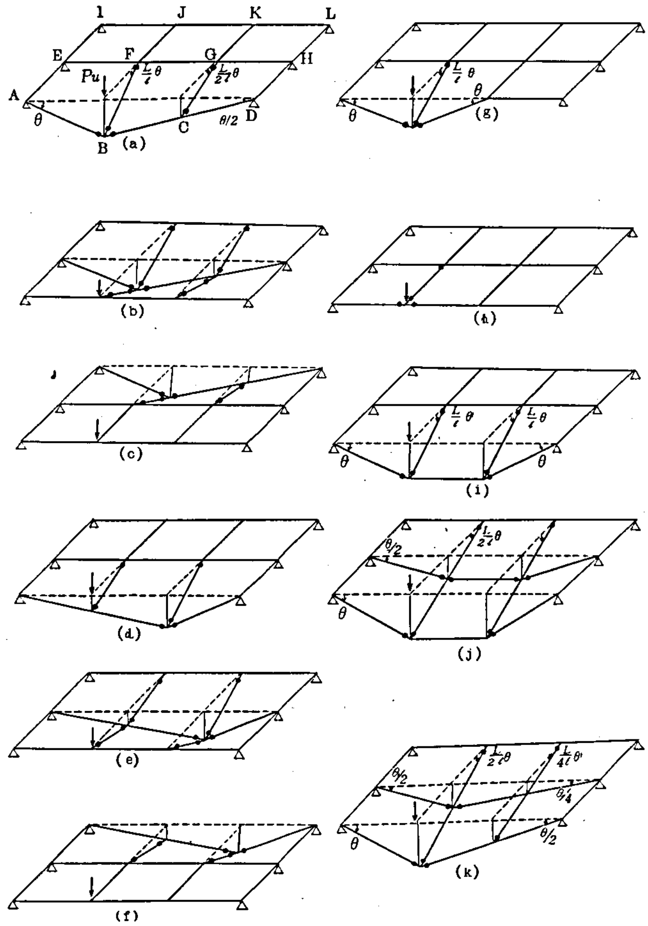


図2

(1)　崩壊形式(a)

荷重 P_u による外力仕事は $W_{ex}=P_uL\theta$,

全塑性モーメントによる内部仕事は

$$W_{in}=M_p(\theta+\theta/2)+jM_p(\theta L/l+\theta L/2l)\times 2$$

$$=\frac{3}{2}\left(1+j\frac{2L}{l}\right)M_p\theta$$

$$=2.726M_p\theta$$

$W_{ex}=W_{in}$ より

極限荷重は

$$P_u=2.726M_p/L. \tag{1}$$

(2)　崩壊形式(g)

外部仕事は

$$W_{ex}=P_uL\theta,$$

内部仕事は

$$W_{in}=M_p(\theta+\theta+\theta)+2\times jM_p\times L\theta/l$$

$$=\left(3+2j\frac{L}{l}\right)M_p\theta$$
$$=3.818M_p\theta,$$

$W_{ex}=W_{in}$ より

$$P_u=3.818M_p/L. \tag{2}$$

(3) 崩壊形式(b)〜(f)および(h)の場合は，外力 P_u が仕事をしないでので

$W_{ex}=0$ より

$P_u=\infty$

となる。

基本崩壊形式のうちで最小の P_u は，式(1)で形式(a)の場合である。したがって，真の形式は(a)と他の形式との組合せでおこるものであり，これを図—2(i)〜(k)に描いてある。ただし全く生ずる可能性のない形式は省略してある。これらの組合せ形式の極限荷重を計算してみる。

(4) 崩壊形式(i)

$$W_{ex}=P_uL\theta,$$
$$W_{in}=M_p(\theta+\theta)+4\times jM_p\times\frac{L}{l}\theta$$
$$=2\left(1+2j\frac{L}{l}\right)M_p\theta$$
$$=3.635M_p\theta.$$

$W_{ex}=W_{in}$ より

$$P_u=3.635M_p/L. \tag{4}$$

(5) 崩壊形式(j)

$$W_{ex}=P_uL\theta,$$
$$W_{in}=M_p(\theta+\theta+\theta/2+\theta/2)+4\times jM_p\times L\theta/2l$$
$$=(3+2jL/l)M_p\theta$$
$$=3.818M_p\theta.$$

$W_{ex}=W_{in}$ より

$$P_u=3.818M_p/L. \tag{5}$$

(6) 崩壊形式(k)

$$W_{ex}=P_uL\theta,$$
$$W_{in}=M_p(\theta+\theta/2+\theta/2+\theta/4)+jM_p(2\times L\theta/2l+2\times L\theta/4l)$$
$$=\frac{3}{4}\left(3+2j\frac{L}{l}\right)M_p\theta$$
$$=2.863M_p\theta.$$

$W_{ex}=W_{in}$ より

$$P_u=2.863M_p/L^*. \tag{6}$$

式(1)〜式(6)を比較すると形式(a)の値が最小であるので，これが真の崩壊形式であり，極限荷重は

$$P_u=2.726M_p/L$$

なることがわかる。

上式に表―1の数値を代入すると

$P_u=2.826\times4.10750\div1.0=11.197(t)$

となる。

3―2―2　F点載荷の場合

基本崩壊形式のうち，はり形式は図―2の(a)～(f)と同様であって，その他の形式を図―3に示した。

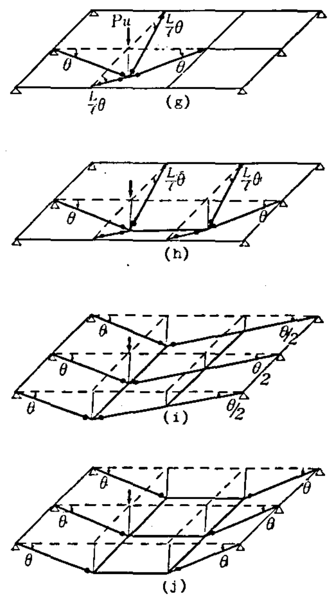


図3

(1) 崩壊形式(b)（図―2参照）

$W_{ex}=P_u\theta L,$

$W_{in}=3(1/2+2jL/l)M_p\theta$

$=3.952M_p\theta,$

$\therefore\ P_u=3.952M_p/L.$　(7)

(2) 崩壊形式(g)（図―3）

$W_{ex}=P_u\theta L,$

$W_{in}=(3+4jL/l)M_p\theta,$

$\therefore\ P_u=4.635M_p/L.$　(8)

(3) 崩壊形式(h)

$W_{ex}=P_uL\theta,$

$W_{in}=2(1+4jL/l)M_p\theta,$

$\therefore\ P_u=5.270M_p/L.$　(9)

(4) 崩壊形式(i)

$W_{ex}=P_uL\theta,$

$W_{in}=4.5M_p\theta,$

$\therefore\ P_u=4.5M_p/L.$　(10)

(5) 崩壊形式(j)

$W_{ex}=P_uL\theta,$

$W_{in}=6M_p\theta,$

$\therefore\ P_u=6M_p/L.$　(11)

(6) 崩壊形式(a)～(f)ただし(b)は除く。

$W_{ex}=0.$

$\therefore\ P_u=\infty.$　(12)

式(7)～(12)のうち最小のものは式(7)である。したがってF点載荷時の真の崩壊形式は，図―2(b)でありこの時の極限荷重は

$$P_u=3.952M_p/L$$

である。表―1のデータを入れると

$$P_u=3.952\times4.1075\div1.0=16.23(t)$$

となる。

＊　ねじりを無視するという仮定からいうと，節点J，Kにおける横げたの塑性ヒンジは発生しないことになり，この時 $P_u=2.557M_p/L$ で，形式(a)の P_u より小さい。しかし前報[1]の図―4，図―5よりこの形式は不適当なものであることがわかる。

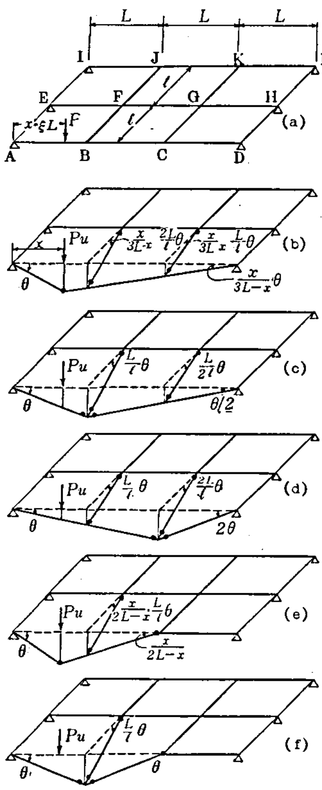
3—2—3　J点載荷の場合

構造の対称性によりB点載荷時と同じ P_u となる。

以上各節点に載荷して極限荷重を求めたが，ここで式(1)と式(7)の比較によりわかるように端主げた載荷した時の方が値が小さい。つぎに，端主げたの任意の位置に載荷して，載荷位置と極限荷重の関係を調べる。

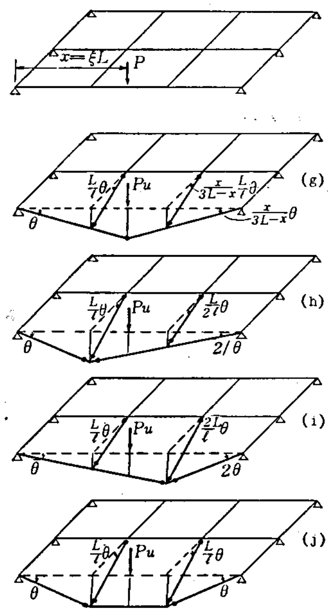
3—2—4　端主げたの任意点に載荷した場合

崩壊形式を図—4，5，6に，それぞれの極限荷重を表—2に示す。



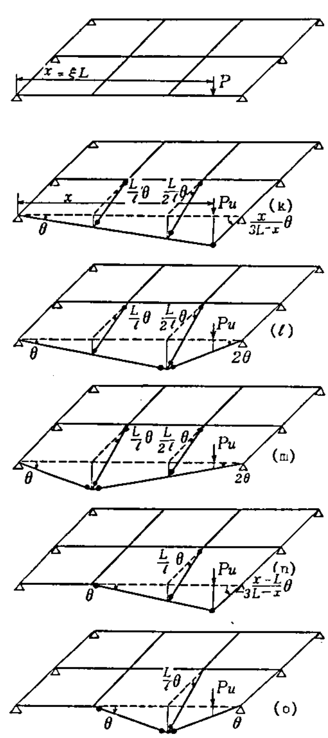
$0 \leq x \leq 2L$ の場合

図4



$L \leq x \leq 2L$ の場合

図5



$2L \leq x \leq 3L$ の場合

図6

表2

崩壊形式	荷重位置	ξ の範囲	極限荷重 P_u	
図—4				
(b)	A～B	0～1	$\frac{3}{3-\xi}\left(\frac{1}{\xi}+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(13)
(c)	〃	〃	$\frac{3}{2}\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{1}{\xi}\ \frac{M_p}{L}$	(14)
(d)	〃	〃	$3\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{1}{\xi}\ \frac{M_p}{L}$	(15)
(e)	〃	〃	$\frac{1}{2-\xi}\left(\frac{2}{\xi}+1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(16)
(f)	〃	〃	$\left(3+\frac{2jL}{l}\right)\frac{1}{\xi}\ \frac{M_p}{L}$	(17)
図—5				
(g)	B～C	1～2	$\frac{3}{3-\xi}\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{1}{\xi}\ \frac{M_p}{L}$	(18)
(h)	〃	〃	$\frac{3}{3-\xi}\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(19)
(i)	〃	〃	$3\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{1}{\xi}\ \frac{M_p}{L}$	(20)
(j)	〃	〃	$2\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(21)
図—6				
(k)	C～D	2～3	$3\left(\frac{1}{3-\xi}+\frac{2jL}{l}\right)\frac{1}{\xi}\ \frac{M_p}{L}$	(22)
(l)	〃	〃	$\frac{3}{2(3-\xi)}\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(23)
(m)	〃	〃	$\frac{3}{3-\xi}\left(1+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(24)
(n)	〃	〃	$\frac{1}{\xi-1}\left(\frac{5-\xi}{3-\xi}+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(25)
(o)	〃	〃	$\frac{1}{3-\xi}\left(3+\frac{2jL}{l}\right)\frac{M_p}{L}$	(26)

表—2において，荷重位置がA～Bにあるとき5形式，B～Cにあるとき4形式，C～Dにあるとき5形式であるが，それぞれの荷重位置の場合にどの形式が真の崩壊を現わしているのか不明である。そこで各式におけるξを変化させてみたものが図—7である。

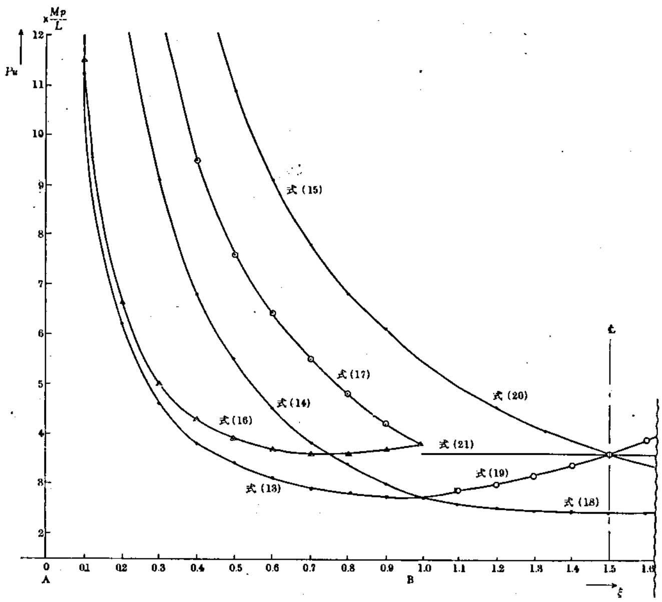


図7

上図よりわかるように，荷重が格間ABにあるとき（0≦ξ≦1）最小値を与えるのは式(13)，格間BCにおいては式(18)である。

したがって，斜交格子の極限荷重は，端主げたの中央部に載荷した時が最小であり，その値は式(18)において$\xi=1.5$として

$$P_u=2.423M_p/L \quad (=8.38t) \tag{27}$$

である。

3—3 直交格子の極限荷重

3—3—1 B点載荷の場合

可能な崩壊形式を図—8に，P_u の計算式を表—3にまとめて示した。

表3

崩壊形式	外部仕事	内部仕事	P_u	式番号
(a)	$P_u 1.5L\theta$	$2(1+4j)M_p\theta$	$2.875M_p/L$	(28)
(b)	$P_u 1.5L\theta$	$2(2+3j)M_p\theta$	$3.823M_p/L$	(29)
(c)	$P_u 1.5L\theta$	$(25/8+4j)M_p\theta$	$2.854M_p/L$	(30)

式(28)〜(30)の比較により，正しい崩壊形式は(c)，極限荷重は式(30)で示されるものとなる。

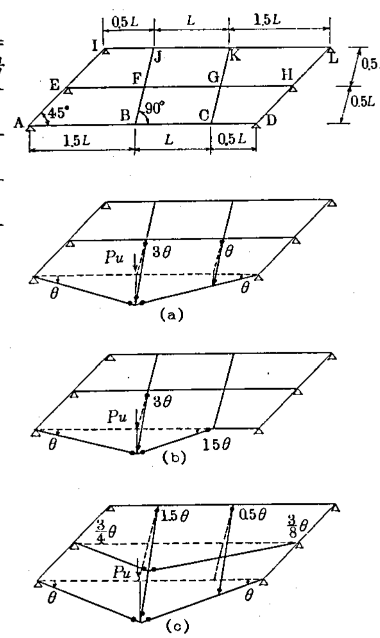


図8

3—3—2 F点載荷の場合

可能な崩壊形式を図—9に，P_u を表—4にまとめて示す。

表4

崩壊形式	外部仕事	内部仕事	P_u	式番号
(a)	$P_u 1.5L\theta$	$(17/4+10j)M_p\theta$	$4.760M_p/L$	(31)
(b)	$P_u 1.5L\theta$	$(59/12+22j/3)M_p\theta$	$4.691M_p/L$	(32)
(c)	$P_u L\theta$	$3(1/2+4j)M_p\theta$	$4.968M_p/L$	(33)

以上により形式(b)が真の崩壊形式であり極限荷重は式(32)で与えられることがわかる。

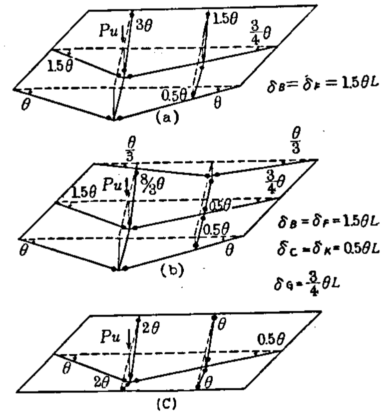


図9

3—3—3 J点載荷の場合

可能な崩壊形式を図—10に，P_u を表—5に示す。

表5

崩壊形式	外部仕事	内部仕事	P_u	式番号
(a)	$P_u 0.5L\theta$	$0.2(6+16j)M_p\theta$	$4.250M_p/L$	(34)
(b)	$P_u 0.5L\theta$	$0.1(33/2+18j)M_p\theta$	$4.340M_p/L$	(35)
(c)	$P_u 0.5L\theta$	$0.5(25/6+6j)M_p\theta$	$5.900M_p/L$	(36)
(d)	$P_u 0.5L\theta$	$(7/3+4j)M_p\theta$	$6.979M_p/L$	(37)
(e)	$P_u 0.5L\theta$	$0.6(7/2+2j)M_p\theta$	$4.894M_p/L$	(38)
(f)	$P_u 0.5L\theta$	$0.2(27/2+16j)M_p\theta$	$7.250M_p/L$	(39)

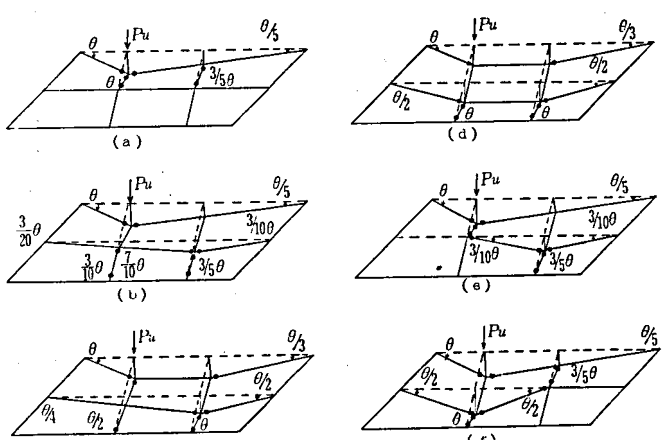


図10

これより崩壊形式(a)が正しく，P_u は式(34)なることがわかる。

4．ま　と　め

前章にて，斜交格子と直交格子についてそれぞれ各節点毎に載荷して極限荷重と崩壊形式

を求めた。これらを総括して図—11に示す。

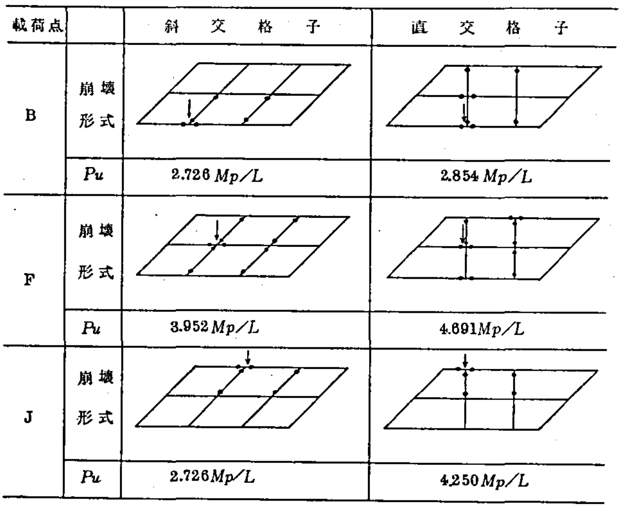


図11

鋼材（SS—41）の降伏点 σ_y $=2400\mathrm{kg/cm^2}$ とし $M_p=3.943$ t·m，$L=1.0$m を用い，斜交格子の P_u を基準とした強度比，および鋼材の単位重量当りの P_u を表—6にまとめた。

ただし，鋼材使用量は，斜交格子で 238.91kg，直交格子で 231.20kg である（前報表—9参照)。

図—11および表—6から次のことがわかる。

表6

載荷点	P_u (t) 斜交	P_u (t) 直交	直交/斜交	P_u/鋼材量 斜交	P_u/鋼材量 直交	直交/斜交
B	10.75	11.25	1.05	45.0	48.6	1.08
F	15.58	18.50	1.19	65.2	80.0	1.23
J	10.75	17.11	1.59	45.0	74.0	1.64

斜交格子においては，どの載荷状態でも載荷げたのみが崩壊し，また塑性ヒンジの発生個所は載荷点に限られている（ただし横げたの塑性ヒンジは別として)。それに反して直交格子においては，載荷げたのみならず他の主げたも崩壊しており，特にF点載荷の場合は全崩壊となっている。このことは直交格子の荷重横分配性能の良好さを示すものである。また，単位鋼材量当りの極限荷重は表—6のように，直交格子の方が大であって経済的にも斜交格子より良好なることがわかる。

以上により斜格子においては，終局状態にても直交構造の方が優秀な構造であるといえよう。

文　献

(1) 山　　崎：斜橋における横げたの配置について（その2)，長野高専紀要第3号。
(2) 山　　崎：同　上　　　　　　　　　（その1)，信大工学部紀要第24号。
(3) 木　　原：塑性設計法，森北出版。
(4) 田　　中：構造物の極限解析，彰国社。
(5) 倉 西 他：ホッジ構造物の塑性解析，コロナ社。
(6) 米　　沢：格子げた構造の極限解析に関する一研究，土木学会論文集第65号。
(7) 田　　中：骨組の塑性力学，コロナ社。
(8) 日本建築学会：建築構造物のリミットアナリシス，日本建築学会。
(9) 村上・吉田：たわみ角法による格子の解析，コロナ社。

(44. 8. 20 受理)