

# 単相用零相変流器の残留特性

山 本 行 雄 \*

## Residual Voltage on Zero-phase Sequence Current-transformer for Single-phase

Yukio Yamamoto

### 1. ま え が き

送配電系統の接地、漏電事故に際しこれを検出し回路の遮断、警報をおこなうために零相変流器が広く使用されている。特に配電系統に使われる低圧用零相変流器は漏電警報器として重要であり、各種法規<sup>(1)</sup>によっても使用ならびに設置に関する規定がなされている。

零相変流器の基本的な特性は零相特性と残留特性であり、前者は事故によって流れる不平衡電流のため2次側に生ずる電圧すなわち零相電圧の特性をいい、後者は事故が生じていなくとも変流器の磁氣的、幾何学的非対称等によって2次側に現われる残留電圧の特性をいう。

残留電圧は事故検出感度の低下、リレーの誤動作等の原因となるからこれをできるだけ小さくする必要があり各種のくふう<sup>(2)</sup>がなされている。しかしながら残留電圧の発生機構は複雑であり、これを定量的に解析することは困難とされてきたが筆者らは磁心の透磁率分布に注目することによって理論的に算出が可能であることをすでに発表<sup>(3)</sup>した。

本論文では漏電警報を目的として使用される単相用零相変流器について残留電圧の発生原因が主に磁心の透磁率の不均一性にあると考えて、さらにくわしく理論的な解析をおこなった。零相変流器の平均磁路上の透磁率に不均一性の生ずる原因は、磁心窓内を1次電流が往復することによってつくられる不平等磁界によるものであり、これによってできる透磁率分布を数式的にモデル化した場合、および透磁率の不均一性を直接測定した場合の二種類の方法で残留電圧を算出し、実験との比較をおこないほぼ満足すべき一致をみた。

### 2. 残留電圧の発生機構

単相用零相変流器の基本的な構成は図1に示すように、線路に地絡事故がなければ1次電流  $i_1$  は磁心窓内で往復しているため、これによって生ずる磁束は相殺し合って2次側には電圧を誘起しないはずであるが、実際には零相変流器の磁氣的、幾何学的非対称等により残留電圧  $v_r$  が発生する。非接地側の線路に地絡が生ずると地絡電流  $i_0$  が流れ1次導体の電流は、一方は  $i_0 + i_1$ 、他方は  $i_1$  となり両者間の電流差により2次端子  $a-a'$  に零相電圧  $v_0$  が生ずる。したがって事故時の電圧は  $v_2 = v_0 + v_r$  となる。

\*電気工学科

残留電圧に影響を与える因子には次のよう  
なものが考えられる。

- (1) 1次電流の大きさ
- (2) 1次導体の配置
- (3) 2次負担
- (4) 2次巻線の巻線方法
- (5) 磁心の透磁率分布の非対称

実際の測定ではこれらの要因が重なり合っ  
た状態でとり出されるが、ここでは要因(2)、

(4) が幾何学的に平衡のとれた状態、すなわち  
1次導体は対称位置に配置し2次巻線は均一分  
布巻とし、これらの条件のもとで解析をおこなう  
ものとする。

1次電流によって作られる磁束の磁路は図2(a)の  
ように極めて空隙部の大きな状態になっている。磁  
心に巻かれた2次巻線にはそれぞれの部分の磁束に

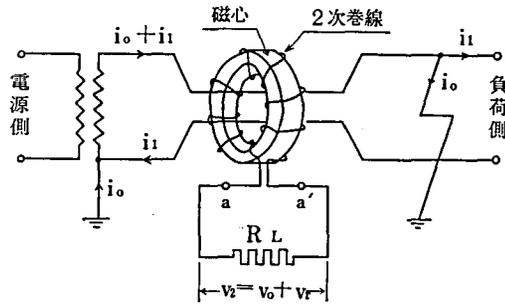
よる誘起電圧のベクトル和としての電圧が発生する。磁束 $\phi_1$ と $\phi_2$ が対称であれば誘起電圧 $e_r$   
は零になるはずであるが実際には磁心の特性が一樣ではないため磁束分布は非対称になり零には  
ならない。いま図2で1次導体を結ぶ $O_1-O_2$ 軸が中心 $O$ の周囲に回転した場合磁心の透磁率に不  
均一があれば磁束の分布も変化するから $e_r$ もそれにつれて当然変化する。2次巻線端子に負担  
 $R_L$ を接続すれば残留電流 $i_r$ が流れ、負担に加わる電圧すなわち残留電圧は

$$v_r = R_L i_r \tag{1}$$

$i_r$ が流れることにより図2(b)のような磁  
路を通る磁束が生じ、この磁束によるリアク  
タンスの影響が現われるため誘起電圧と残留  
電圧とは等しくならない。また1次電流と2  
次電流によってできる磁路が異なるため、磁  
化特性の測定にあたってはそれぞれに応じた  
試験が必要になる。なお実験には表1に示す  
ような試料を使用した。

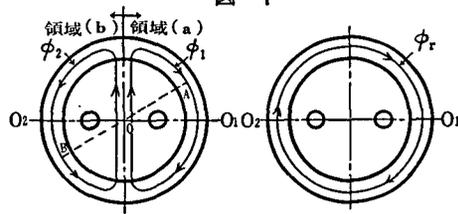
### 3. 磁界の分布

磁心窓枠の中心 $O$ に関して対称位置になる  
ように1次導体を配置し、互いに逆方向の1  
次電流 $+i_1$ と $-i_1$ を流すとき図3の平均磁路上P点の磁界は $+i_1$ による磁界 $H_1$ と $-i_1$ による磁  
界 $H_2$ のベクトル和であり、2次巻線に起電力を誘起する原因となるのは $H_1$ 、 $H_2$ の円周方向成



零相変流器の基本構成

図 1



(a) 1次電流による磁束 (b) 2次電流による磁束

零相変流器の磁気回路

図 2

表 1 試料の仕様

試料番号	内径×外径×厚さ	1次導体間隔
1	40×60×10mm	2d=24mm
2	"	"
3	95×125×25	"
4*)	"	{(α)24 {(β)66

\*)試料4では 2d=24, 66 について測定し  
たが、それぞれを4(α)、4(β)とよぶことに  
する。

備考) 各試料共：2次巻数 1000, 巻線径  
0.26φ, 磁心材質ハイパロイC

分  $H_{\phi 1}$  と  $H_{\phi 2}$  の和  $H_{\phi 1} + H_{\phi 2}$  である。これは  $H_1$  と  $H_2$  のベクトル和  $H$  の円周方向成分  $H_{\phi}$  になる。

$+i_1$  による磁界  $H_1$  は

$$H_1 = i_1 / 2\pi r_1 \quad (2)$$

$$H_{\phi 1} = H_1 \cos \delta_1 \quad (3)$$

三角形の余弦法則から

$$d^2 = r_a^2 + r_1^2 - 2r_a r_1 \cos \delta_1 \quad (4)$$

$$\cos \delta_1 = \frac{r_a^2 + r_1^2 - d^2}{2r_a r_1} \quad (5)$$

式(2)と(5)を(3)に代入して

$$H_{\phi 1} = \frac{i_1}{4\pi r_a} + \frac{r_a^2 - d^2}{4\pi r_a r_1^2} i_1 \quad (6)$$

となり  $r_1$  には次の関係が成り立ち、 $1/r_1$  は(8)式のように変形される。

$$r_1^2 = r_a^2 + d^2 - 2r_a \nu d \quad (7)$$

$$\nu = \cos(\varphi - \theta)$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_a} \left( 1 + \frac{d^2 - 2r_a \nu d}{r_a^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{r_a} \left\{ P_0(\nu) + \left( \frac{d}{r_a} \right) P_1(\nu) + \left( \frac{d}{r_a} \right)^2 P_2(\nu) + \left( \frac{d}{r_a} \right)^3 P_3(\nu) + \dots \right\}$$

$$= \frac{1}{r_a} \sum_{j=0}^{\infty} \left( \frac{d}{r_a} \right)^j P_j(\nu) \quad (8)$$

ここに  $P_j(\nu)$  は Legendre 関数で一般に

$$P_j(\nu) = \frac{(-1)^j}{j!} \frac{d^j}{d\nu^j} \left\{ (1-\nu)^j \left( 1 - \frac{1-\nu}{2} \right)^j \right\} \quad (9)$$

したがって

$$H_{\phi 1} = \frac{i_1}{4\pi r_a} + \frac{r_a^2 - d^2}{4\pi r_a} i_1 \left\{ \frac{1}{r_a} \sum_j \left( \frac{d}{r_a} \right)^j P_j(\nu) \right\}^2 \quad (10)$$

同様にして  $-i_1$  による磁界は

$$H_2 = -i_1 / 2\pi r_2 \quad (11)$$

$$H_{\phi 2} = H_2 \cos \delta_2$$

$$= -\frac{i_1}{4\pi r_a} - \frac{r_a^2 - d^2}{4\pi r_a} i_1 \left\{ \frac{1}{r_a} \sum_k \left( \frac{d}{r_a} \right)^k P_k(\nu) \right\}^2 \quad (12)$$

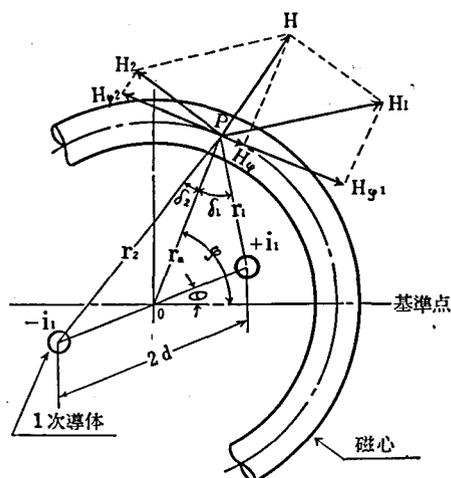
$H_{\phi} = H_{\phi 1} + H_{\phi 2}$  であるから(10)式と(12)式から

$$H_{\phi} = \frac{r_a^2 - d^2}{4\pi r_a} i_1 \left[ \left\{ \left( \frac{1}{r_a} \right) \sum_j \left( \frac{d}{r_a} \right)^j P_j(\nu) \right\}^2 - \left\{ \left( \frac{1}{r_a} \right) \sum_k \left( \frac{d}{r_a} \right)^k P_k(\nu) \right\}^2 \right]$$

$$= \frac{1}{\pi r_a} \left[ 1 - \left( \frac{d}{r_a} \right)^2 \right] i_1 \sum_{j+k: \text{奇数}} \left( \frac{d}{r_a} \right)^{j+k} P_j(\nu) P_k(\nu) \quad (13)$$

ただし  $j+k$ : 奇数  $\nu = \cos(\varphi - \theta)$

(13)式による磁界の分布と実際の測定値との様子を図4に示した。図においては  $-90^\circ \leq (\varphi - \theta) \leq 90^\circ$  の範囲だけがかけられているが、それ以外の範囲では正負の符号は変化しても同様の傾向を



磁心と1次導体の構成

図 3

示すので省略してある。磁界の分布は $d/r_a$ の大きさによってその状況が変わり、それが1に近い場合には Legendre 関数の高次の項の影響が強くなり、先端がかなり鋭くなっている。 $d/r_a \ll 1$  とみなせる場合には

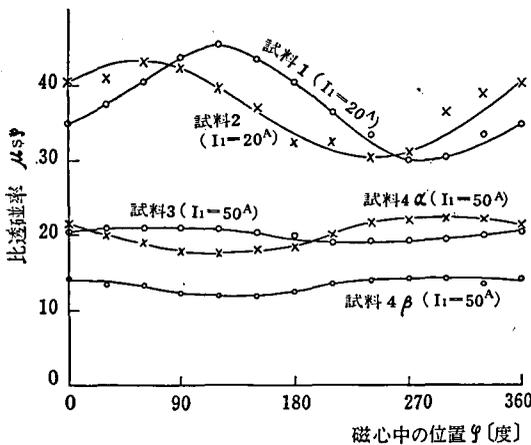
$$H_\varphi = \frac{d}{\pi r_a^2} i \cos(\varphi - \theta) \quad (14)$$

と近似でき、図の  $r_a=54, d=12$  の場合がこれに相当している。なお図では1次電流は正弦波でその実効値が1Aの値に換算してある。

### 4. 透磁率と磁束分布

1次導体を磁心窓内で往復させた場合の磁界は(13)式で示すような不平等磁界となるため、透磁率は磁心の内部で一様にはならないで、位置 $\varphi$  ( $\varphi$ は基準点からの角度)の関数として、次のような Fourier 級数の形で表わされるものとする。

$$\mu_\varphi = \bar{\mu} + \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m \sin(m\varphi + \gamma_m) \quad (15)$$



磁心の透磁率分布

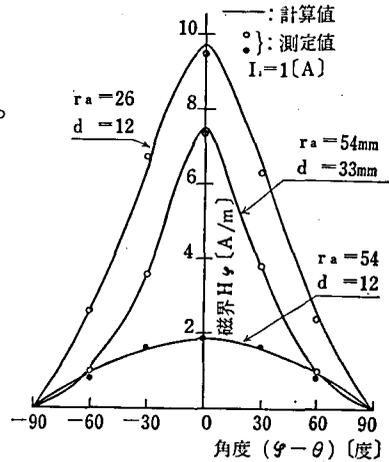
図 5

ただし  $\bar{\mu}$ : 透磁率の平均値,  $\mu_m$ : 透磁率の不均一による変動分の第 $m$ 項,  $\varphi$ : 磁心内の位置,  $\gamma_m$ : 第 $m$ 項の基準点からのずれ,  $m=1, 2, 3, \dots$

(15)式の両辺を $\mu_0$ で割って比透磁率の形で表わすと

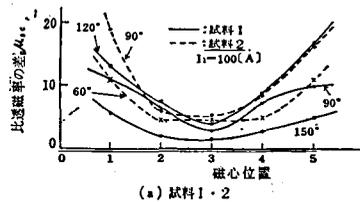
$$\mu_{s\varphi} = \bar{\mu}_s + \sum_m \mu_{sm} \sin(m\varphi + \gamma_m) \quad (16)$$

この場合磁化特性は線形であると仮定して測定点に、往復電流によってできる適当な大きさの磁界を加え(実験では $H_\varphi$ の最大値)図5のような分布が得られた。磁化特性に非線形性が現わ

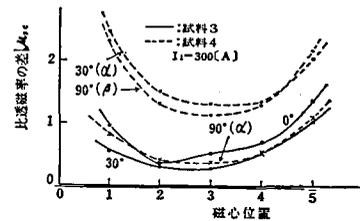


磁界の分布

図 4



(a) 試料1・2



(b) 試料3・4

透磁率の不均一性

図 6

れると透磁率分布は一次電流によって変化するわけであるが、図にはそのうちの一部を例にとっ  
て示してある。磁路の空隙が多いため比透磁率の値は数10の程度でしかない。

これらの分布はゆるやかな変動をしており(16式において

$$\mu_{\varphi} = \bar{\mu} + \mu_1 \sin(\varphi + \gamma_1) \quad (17)$$

とみなすことができ、(17式)によって透磁率分布はモデル化される。

磁心内の円周方向の磁束は

$$\phi = S \mu_{\varphi} H_{\varphi} \quad S: \text{磁心の断面積} \quad (18)$$

であるが2次誘起電圧は $\phi$ そのものではなく $\phi$ を全円周にわたって平均化した値 $\bar{\phi}$ によって生ず  
る。

$$\begin{aligned} \bar{\phi} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S \mu_{\varphi} H_{\varphi} d\varphi \\ &= \frac{S i_1}{2\pi r_a^2} \left\{ 1 - \left( \frac{d}{r_a} \right)^2 \right\} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{j < k} \left( \frac{d}{r_a} \right)^{j+k} P_j(\nu) P_k(\nu) \right\} \times \left\{ \sum_m \mu_m \right. \\ &\quad \left. \sin(m\varphi + \gamma_m) \right\} d\varphi \quad (19) \end{aligned}$$

$H_{\varphi}$  と  $\mu_{\varphi}$  がそれぞれ(14式)、(17式)で近似できる場合は

$$\bar{\phi} = \frac{S d}{2\pi r_a^2} i_1 \mu_1 \sin(\theta + \gamma_1) \quad (20)$$

1次電流が大きき場合磁心は強く磁化され、磁化特性の非線形性は増加し、このため透磁率は  
極めて複雑に変動し(17式)のようなモデル化では誤差が多くなってくる。このような場合は図2に  
示した領域(a)の位置Aの透磁率 $\mu_a$ と、中心0に関して対称な領域(b)の位置Bの透磁率 $\mu_b$ との  
差を $\mu_c$ とすると

$$\mu_c = \mu_a - \mu_b \quad (21)$$

AとBとでは磁界は大きさが等しく方向が反対であるから

$$\bar{\phi} = \frac{S}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mu_c H_{\varphi} d\varphi \quad (22)$$

比透磁率の差 $\mu_c/\mu_0 = \mu_{sc}$ の様子が図6に示されている。 $\mu_{sc}$ はそれぞれの1次電流によって異  
なるが図は各試料において流した電流の最大値における値である。

この場合サーチコイルは磁心を12等分して巻かれており、 $H_{\varphi} = 0$ になる位置に巻かれたコイル  
( $\theta = 0^{\circ}$ のときは $\varphi = 90^{\circ}, 270^{\circ}$ )の逆直列にされた組合せを0、それより時計方向に $30^{\circ}$ ずつずれ  
たコイルの組合せを順次1, 2, 3, 4, 5と名づける。コイル位置0では磁束もほとんど零で $\bar{\phi}$ に  
影響を与えないと思われるから、この点での測定はおこなわれていない。

## 5. 残 留 電 圧

2次巻線に誘起される電圧は磁心の磁束の平均 $\bar{\phi}$ によって決められるが、負担抵抗 $R_L$ が接続  
されると残留電流 $i_r$ が流れ、この電流によって生ずる磁束 $\phi_r$ は当然 $\bar{\phi}$ を打消すように作用する。  
したがって残留電圧 $v_r$ は負担 $R_L$ によっても変化する。まず2次巻線に誘起する電圧は

$$e_r = N_2 \frac{d\bar{\phi}}{dt} \quad N_2: 2 \text{次巻数} \quad (23)$$

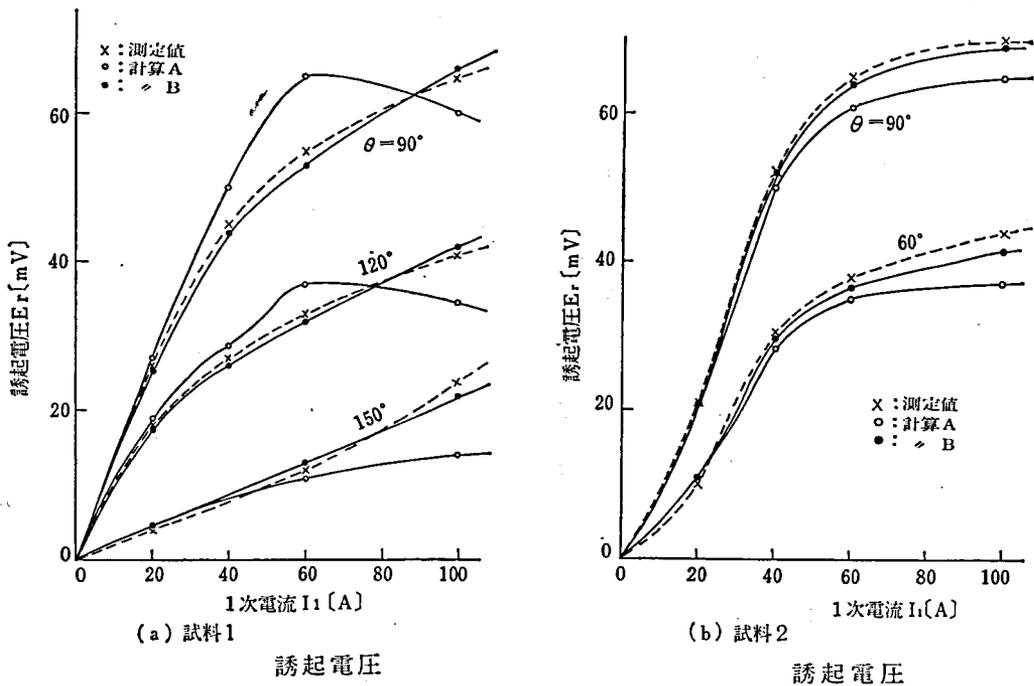


図 7

これによって計算された誘起電圧の実効値を測定値と共に図7, 8に示す。電圧は磁心と1次導体の相対位置 $\theta$ によって変化するのでいくつかの $\theta$ に対する測定がなされている。図におい

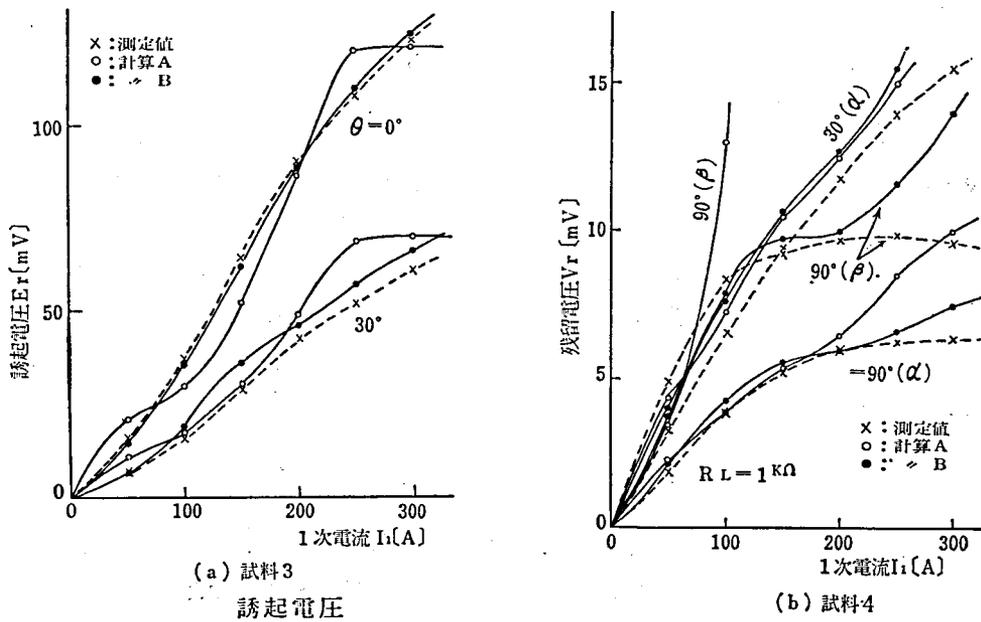


図 8

て透磁率の分布を(1)式でモデル化して計算したものを「計算A」、(2)式の形で透磁率の差から計算したものを「計算B」としてある。モデル化は磁化特性が線形であるとの仮定のもとにおこなわれているので、この条件からずれる状態では測定値との誤差が多くなっているが、実験ではこのモデル化で十分実用になるものと思われる。ただし試料4(β)のように1次電流が磁心のすぐ近くを流れるため強く磁化され、磁化特性の非線形性が強まる状態のもとではモデル化による計算は小電流の範囲でしか使えない。

次に2次回路の方程式は

$$\begin{aligned} e_r &= R_2 i_r + N_2 d\phi_r/dt + v_r \\ &= (R_2 + R_L) i_r + N_2 d\phi_r/dt \end{aligned} \quad (24)$$

$$R_2: \text{2次巻線抵抗} \quad v_r = R_L i_r$$

この種の零相変流器は負担抵抗が大きく  $R_2 \ll R_L$  とみなすことができるから

$$e_r = R_L i_r + N_2 d\phi_r/dt \quad (25)$$

ここで  $|d\phi_r/dt| = X_r i_r$  とおけば  $X_r$  は2次巻線のリアクタンスを表わしている。残留電圧が正弦波とみなし得るならば

$$V_r = \frac{R_L}{\sqrt{X_r^2 + R_L^2}} E_r \quad (26)$$

$V_r$ : 残留電圧の実効値  $E_r$ : 誘起電圧の実効値

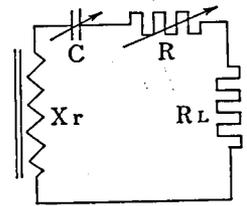
二次リアクタンスは1次電流に予磁化された状態で測定する必要がある。しかしながらこの状態では残留電圧がすでに2次側に発生しており、これに更に2次側から電流を流し込んでリアクタンスを測定するのは無理な場合がある。

そこで図9のように2次側に可変コンデンサCを接続し、2次側の回路を共振させその時のコンデンサ容量から2次リアクタンスを算出した。

$$X_r = 1/\omega C \quad (27)$$

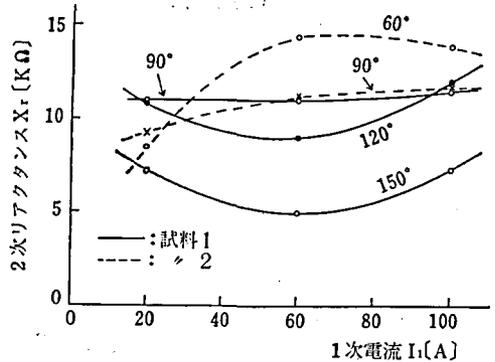
この結果が図9であり、1次電流の大きさ、1次導体と磁心との相対位置θによってもかなり変化していることがわかる。試料3、4では電流と共に増加する傾向を示しているが、資料1、2では必ずしもそうではなく不規則である。

この2次リアクタンスを(26)式に代入することによって残留電圧は計算され図11、12に実験との比較がなされている。図7、8と同様に計算Aは透磁率のモデルによって求めたもの、計算Bは透磁率の差  $\Delta\mu_r$  を使って求めたものである。実験値と計算値とは同様の傾向を示しているが、誘起電圧の場合に比較して両者の差は大きくなっているのは2次リアクタンスの求め方にまだ検討の余地があるものと思わ

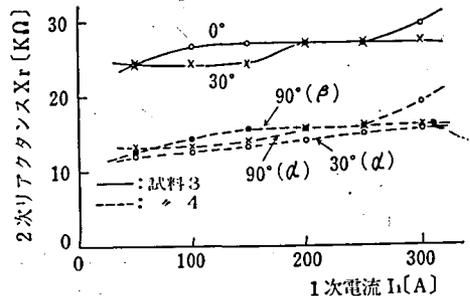


Xrの測定回路

図9



(a) 試料1・2



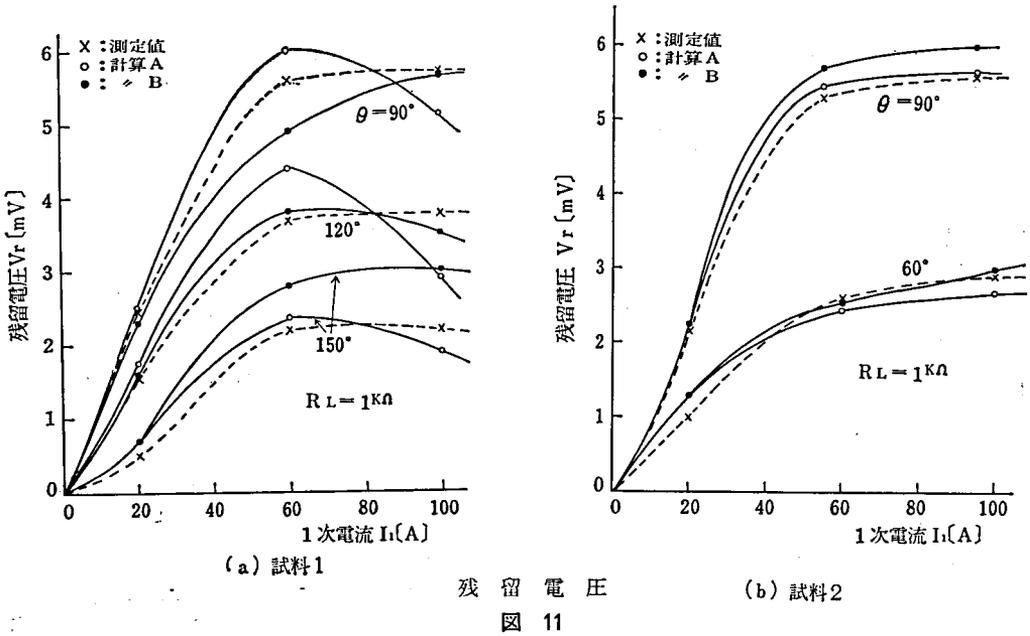
(b) 試料3・4

1次リアクタンス

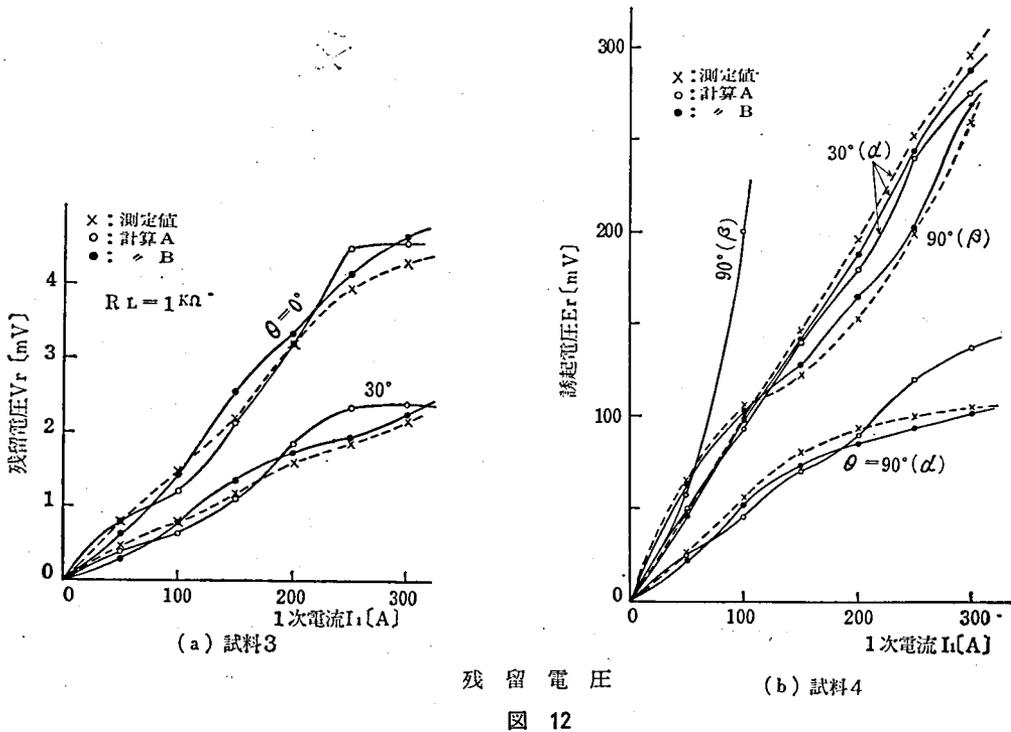
図10

れる。また残留電流 $i_r$ の波形が正弦波であるとのもとに計算をすすめているため、当然波形ひずみの影響も入っているものと考えねばならない。

計算Aは計算Bにくらべて一般に誤差は大きい、計算の簡略な点を考慮すれば、実用上は透磁率のモデル化による方法のほうがすぐれているといえよう。特に1次導体間隔があまり大きくない場合 ( $d/r_0 \ll 1$ ) には、残留電圧を予想することはこの方法で十分可能であるといえる。



残留電圧  
図 11



残留電圧  
図 12

図11, 12では残留電圧は1次導体と磁心の相対角度 $\theta$ をパラメータにとり、1次電流によってどのように変化するかを示したものであるが、残留電圧は $\theta$ によって変るから $\theta$ を $0^\circ$ から $360^\circ$ の範囲にわたって測定する必要のでくる場合もある。

試料1, 2について図13, 14にこの様子を示した。

同一の1次電流であっても相対角度 $\theta$ によって残留電圧はかなり変化し、最大値は最小値に比較して、20Aの場合試料1では4:8倍、試料2では4倍、60Aの場合はそれぞれ6.9倍、14倍になっており、使用の際 $\theta$ を自由に決定できるならばかなり小さな残留電圧のもとでの使用も可

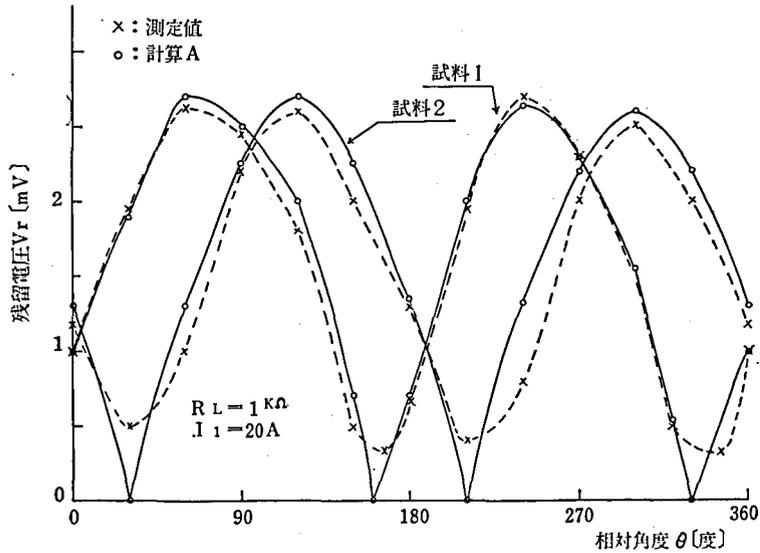


図13. 残留電圧の角度特性

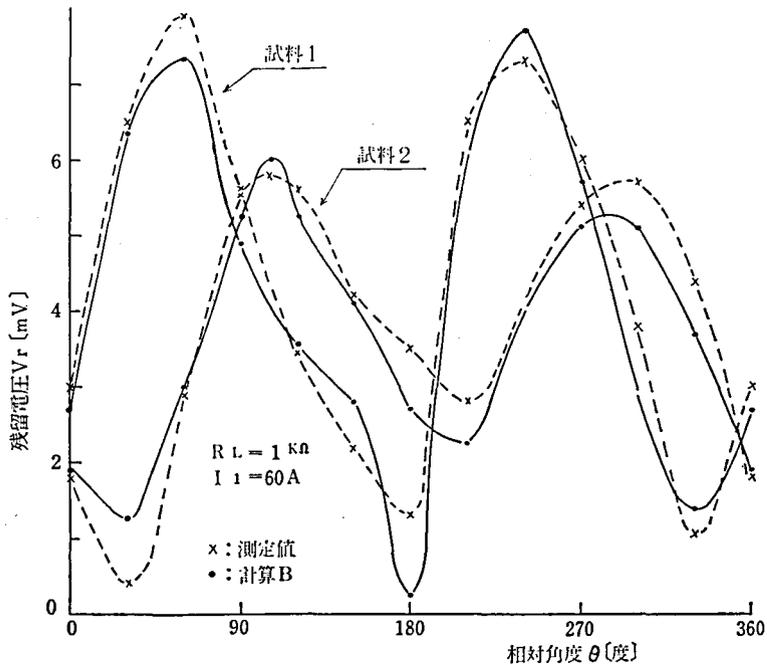


図14. 残留電圧の角度特性

能であるが、そうでない場合は最大値を極力おさえる必要がある。

図13においては1次電流が小さく磁心はほぼ線形特性を持ち、透磁率のモデル化による計算Aが測定値とよく一致している。(20)で $\theta + r_1 = 0$ の場合計算では $V_r = 0$ になるが、測定値は零にならず計算値とずれを生じている。図14は1次電流がかなり大きく非線形性がかなり強いとみられる状態である、このため計算値は計算Bによる値を示した。ここでも残留電圧の最小値付近で計算値と測定値の間にずれを生じているが全般的に両者はほぼ一致しているといえよう。

## 6. あ と が き

磁心の透磁率分布を測定することにより単相用変流器の残留電圧を算出し実験との比較をおこない、残留電圧発生 の要因は磁心の透磁率の不均一性にあることを明らかにし、計算にあたって使用状態における磁心の磁化特性が強い非線形性を示さない限り、磁心の透磁率分布をモデル化することが可能であることを示した。

また2次リアクタンスが残留電圧の大きさを決めるのにかなりの影響を与えることもわかった。

今後に残された課題は、磁心の磁気的特性の簡便な測定方法を考案すること、およびいかにして残留電圧を小さくおさえるかにあると考えられる。

おわりにあたり日ごろより御指導いただいている信州大学工学部山田一先生、試料の提供等種々の御協力を賜った三菱電機春原岑生氏に深く感謝する次第である。

## 参 考 文 献

- (1) たとえば、消防法施行令第22条(昭和42年1月1日施行)
- (2) たとえば、特許37-12067
- (3) 山本、山上、山田;昭42年連大731
- (4) 竹山;電磁気学現象理論173(昭37)