長野工業高等専門学校紀要第 47 号(2013)　1-5

ハミルトニアン・アルゴリズムによる楽音合成

大　矢　健　一*

Hamiltonian Algorithm Sound Synthesis

OHYA Kenichi

Hamiltonian Algorithm (HA) is an algorithm for searching solutions in optimization problems. This paper introduces a sound synthesis technique using Hamiltonian Algorithm and shows a simple example. "Hamiltonian Algorithm Sound Synthesis" uses phase transition effect in HA. Because of this transition effect, totally new waveforms are produced.

キーワード：ハミルトニアン・アルゴリズム，楽音合成，音楽情報処理

1．は　じ　め　に

情報処理学会に音楽情報科学研究会という研究会があることからわかるように，音楽情報科学は情報処理の 1 つの研究分野となっている．そしてまた，音楽情報科学の中も研究分野は多種多様に細分化されており，その中の１つに筆者が研究している「楽音合成」という分野がある．コンピュータの歴史における黎明期の時期において，すでにコンピュータを音楽情報のために使うという試みがなされていた．特に早かったのが楽音合成であり，コンピュータを用いた最初の楽音合成の実験は，ベル研においてローズらにより 1957 年に行なわれた[4]．当時のそれは，真空管による巨大な IBM704 型コンピュータであった．音楽家にとってはコンピュータもまた単なる表現手段の一つに過ぎず，それ以降，コンピュータの発展にともなって，楽音合成の技術も進歩していった．

とはいえ，つい近年まではコンピュータといえどもハードウェア的には厳しいものであったため,「より簡素で，より効果の高いアルゴリズム」が，歴史的には長い期間，求められてきた．そういう中，最初に大きな成功をおさめたのが「FM 合成」という楽音合成モデルであり，スタンフォード大学のジョン・チョウニング博士が開発したものである[4]．それは，非常に簡単なアルゴリズムでありながら，幅広い種類の楽音を合成することが可能であり，特に，それまで困難であった非整数次倍音を含むチューブラベルなどの金属音系の楽音合成も全く同じアルゴリズムで実現できた．当時，ヤマハがこの技術を実用化し，FM 合成を搭載したシンセサイザは世界中で爆発的に売れ，その新鮮なサウンドは当時創られた音楽の多くで聞くことができた．

しかしながら，それから 10 年もすると FM 合成による楽音は飽きられることにもなった．人類の歴史の中で，FM 合成によるサウンドを聞くことができたのは，当然ながら FM 合成技術が確立されたあとが初めてだったのであるが，それから 10 年もすると当時は新鮮だったサウンドがそのようには聞こえなくなってしまった．人類の耳は，わずか 10 年で順応してしまったのである．これは当時，衝撃的であった．

その後，研究者の間では楽音合成技術が研究されてきた．1990 年代に実用化された楽音合成技術に「物理モデル」というものがある[8]．これは，たとえば弦楽器であれば，弦の振動を物理的にシミュレーションして楽音を合成するというものである．この手法により，ピアノやギターなどの弦楽器，フルートやトランペットなどの管楽器の楽音が合成された．各種パラメータを変更することにより，さまざまな楽音を合成することができたが，希望するピッチの楽音を得るのに難点があった．そしてまた，生成される楽音はモデルそのものによってまずは制限

*電子情報工学科准教授
原稿受付　2013 年 5 月 20 日

されるという本質的な制約があった．すなわち，全く新たな楽音を創造しようというときには，全く新たなモデルをまず創造しなくてはならなかったのである．

1990 年代後半には，筆者もまた，リカレントニューラネットワークを用いた新たな楽音合成モデルを提唱した．これは，時間そして出力ともに連続値を扱うニューロンを用いたモデルであり，モデル全体は数学的には多数の微分方程式から構成される．合成された楽音は，微分方程式の解として表現されるため，周期的なものから疑似周期的なものまで幅広い楽音合成が可能となっているものであった [2]．

また，2000 年代に入ってからは，従来よりも複雑なアルゴリズムを用いる楽音合成技術が登場してきた．Polotti 氏は，楽音のノイズ部分と細かなゆらぎに注目し，バスーン・クラリネット・フレンチホルンなどの楽音合成に良好な結果を得た [10]．また，Robel 氏は，カオス系で生じるカオスアトラクターを楽音合成に応用し，サックス・フルート・ピアノの楽音合成を行なった [9]．しかしながら，ここでのカオスアトラクターとは,本質的なカオスではなく，疑似周期的という意味におけるカオスアトラクターであった．とはいえ，楽音に対して定常的で調和的な部分と非定常で非調和的な部分とをあらかじめ分けるのではなく，同時に扱っているという点は注目すべき点である．

さて近年において商業的に主流になっているのは，PCM(Pulse-code modulation)を用いたものである．当初においては，複雑な波形情報のデータを高価で容量の少ないメモリーにいかに効率的におさめるかというノウハウが大変であったが，メモリーの大容量化と価格低下により，そういう問題はあっという間に消えてしまった．かつては，ピアノの場合は 88 鍵のうちでいくつかだけ録音し，他の音はそれらから合成するという手法が主流であったが，今や，ふんだんに録音データを使ってリアルさを追求する時代となってしまった．とはいえ，PCM には「元の音が存在しなければならない」という本質的な制約がある．よって，全く新しいモデルによる楽音の合成ということが本質的にできないのである．

そういう中，2000 年代初頭に，筆者はハミルトニアン・アルゴリズムによる楽音合成を提唱した．ハミルトニアン・アルゴリズム(以下，HA)とは，最適化問題を解くための１つのアルゴリズムである．HA を用いた楽音合成は微分方程式により表現され，それらを数値的に解くことにおり，合成された楽音の波形が生成される．生成される楽音のは時間の制限が本質的にないため，PCM 音源に付随するループというものが存在しない．そのため，PCM 音源においては「サンプルされた単調さ」というものが生じてしまうが，HA のときにはそれから解放されることになる．

本論文では，まずは HA について簡単に振り返り，そのあと，HA を用いた一番簡単な楽音合成の例について述べる．

2．ハミルトニアン・アルゴリズム

ハミルトニアン・アルゴリズム(HA)は，解析力学でいうところのハミルトニアンを用いた，最適化問題を解くための１つのアルゴリズムである [5)6)]．HA は，コスト関数 $f(q_i)$ を最小にするように最適解を探索する（ここで, q_i はコスト関数の変数である）．コスト関数に極小値がたくさんあるような関数の場合，最小値を探索することは一般的には難しい．なぜなら，探索しているうちに極小値へ落ち込んでしまい，抜け出せなくなってしまうからである．

さて，HA は「高次元空間」という用語で説明される [7]．通常の空間においては，最小値は非常に狭い限定された範囲にしかないため，最小値を探すのが困難である．しかしながら，HA には「高次元空間」という概念があり，通常の空間と比較するとそれは仮想的な空間であり，通常に余分な項を加えることにより生じる仮想的な空間である．この空間において，座標は運動量に相当することになる．この高次元空間においては，通常の空間における解の狭い範囲が拡大されるため，通常では難しい最適化問題であっても，高次元空間を用いることにより見つけることが容易になる場合も出てくる [6]．

また，HA の用いるハミルトニアンであるが，通常の解析力学におけるものとは異なり，以下の式に示されるように，γ という新たな項があることがわかる．ここで，q_i を一般化座標とし，その共役量である運動量を p_i とする．

$$\mathrm{H}[\mathrm{q_i}, p_i] = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} p_i^{2\gamma} + V[q_i]$$

この式から，$\gamma=1$ のときには解析力学における普通のハミルトニアンと完全に一致する．この γ のあるハミルトニアンのことを HA においては「拡張されたハミルトニアン」と呼ぶ．この特殊なハミルトニアンを用いることにより，最適化問題がスムーズに解けることが報告されている [5)6)]. このハミルトニアンを用いることによる運動方程式は，通常の解析力学と同様に下記のように記述される．

$$\dot{q_i} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \qquad \dot{p_i} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$

また，期待値γは，位相空間内の点が位相空間内の体積Πに存在する確率であり，γは以下の式で得られる[5]．

$$\gamma \propto M(N)(E - V[q_i])^{\frac{N}{2\gamma}-1} \prod_{i=1}^{N} \Delta q_i$$

ここで，N は変数q_iの数であり，M(N)は N に依存する正の定数である．HA の力学系においては，変数q_iが系を動くとγは自然に増大するが，これが HA の大きな特徴である．すなわち，最小値を探索しているのである．

また，HA の特徴には，混合効果の性質があげられる．ハミルトニアンに混合効果の項を加えることにより，HA は極小値に拘束されることなく，最小値を探索することができる．

３．ハミルトニアン・アルゴリズムによる楽音合成

以上のように，HA には，評価関数の最小値へ向かうという性質があり，そしてまた，混合性の性質により極小値から逃れるという性質もある．この特徴を用いて楽音合成を行なってみることにする．

３－１　今回用いたポテンシャル

HA のもつ「評価関数の最小値へ向かう」という性質を，楽音が定常状態へ向かっていく性質として使えないか．たとえば，ピアノの楽音は，初期の打鍵の瞬間からの部分においては過渡的に変化をするが，そのあとはゆっくりと定常的な音色へと変化していく．その遷移を HA により実現できないだろうか．そしてまた，HA のもつ混合性の性質，すなわち，｢極小値から逃れる｣という性質を，単純に定常状態の音色へは行かないような性質として使えないだろうか．そのための例として，ポテンシャルを以下のように設定した．

$$V(q_{ix}, q_{iy}) = -3exp(-10\left(\sqrt{q_{ix}^2 + q_{iy}^2} - 2\right)^2)$$

これは，図 1 に示されるように，動径方向である r 軸方向において 1 つの極小を持つポテンシャルである．図の横軸は原点からの距離を表す．図 2 は，図 1 を 3 次元表示したものである．

さて，ここで，位相空間上を 2 つの点が動き回るという 2 体からなる系を考える．2 つの点は，初期値を与えられることにより決定される．もし，純粋な古典力学系であれば，谷の中を古典力学的な決定

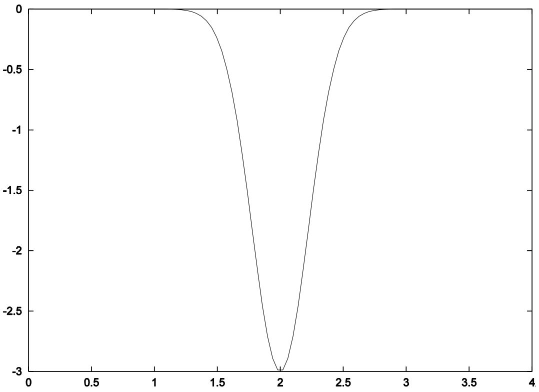

図１　V(r)のポテンシャル

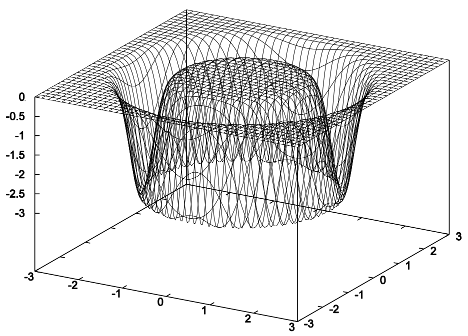

図２　V(r)のポテンシャルの 3 次元表示

論に従いながら進むことになる．しかしながら，HA においては，混合効果により，そのような単純なダイナミクスにはならない．この系のハミルトニアンは以下の式で表される．ただし，V_{12}は混合効果のための項である．

$$H = \sum_{i=1,2} \left\{ \frac{1}{2}\left(p_{ix}^2 + p_{iy}^2\right)^{\gamma} + V\left(q_{ix}, q_{iy}\right) \right\} + V_{12}$$

$$V_{12} = a\{p_{1x}^{\gamma} p_{2x}^{\gamma} + p_{1y}^{\gamma} p_{2y}^{\gamma}\}$$

この式を用いて数値計算をした結果の例の 1 つを図 3 として示す．これは 1 つの点の軌跡であり，図 2 における xy 平面上の軌跡を示したものである．溝の中を単純に進むのではなく、溝を越えて進んでいる例を見ることができ、混合効果がよく表れていることがわかる．また，図 3 の x 座標のみを取り出したのが図 4 である．HA を用いた今回のこの楽音合成手法では，この図 4 が出力波形となる．

３－２　評価

さて，この HA による楽音合成の評価であるが，第一に音色の制御が難しいということがあげられる．周波数制御および振幅の制御において，双方が現状ではなおも難しい．しかしながら，物理モデルにおいても当初は同じ部分が難点であった．これについ

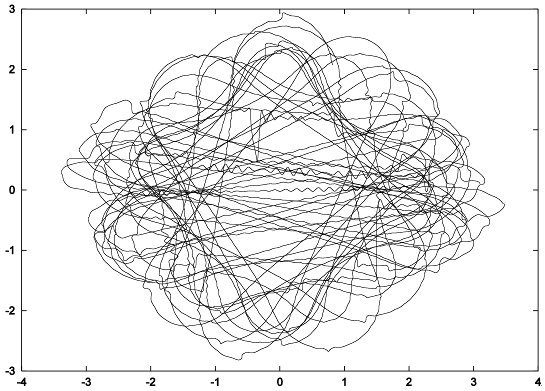

図３　位相空間における点の軌跡の例

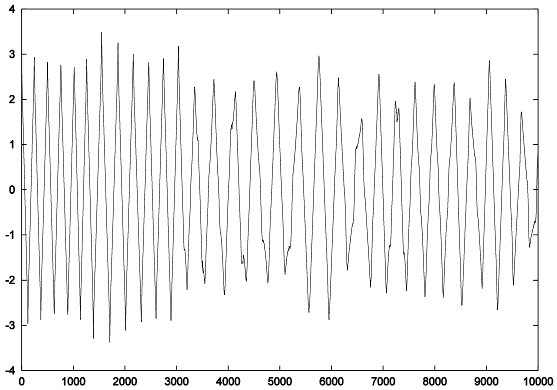

図４　位相空間における点の軌跡の例

ては今後の課題である．一方，利点については，PCM音源特有のループがないことによる単調さの回避，また，予測がつきにくい音色の変化があげられる．よって，これらの利点が最大限に生かされるような需要の開拓も考慮すべきところである．

４．ま と め

簡単なポテンシャルを用いたハミルトニアン・アルゴリズムによる楽音合成を紹介した．得られた音色は，音色の制御が現状では非常に難しいが，時間的に変化が激しい音色である．

参 考 文 献

1) 大矢健一：「ハミルトアニアンアルゴリズムによる楽音合成」，情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用，Vol.44, No.SIG14(TOM9), pp.100-104, (2003)
2) Ohya. K.: "Sound Variations by Recurrent Neural Network Synthesis", Proc. of the 1998 International Computer Music Conference, pp.280-283 (1998)
3) Ohya, K. and Shinjo, K.: "Mathematical Models used for Sound Synthesis", Proceedings of the Second ISAAC Congress, pp.367-373 (2000)
4) Roads, C: "The Computer Music Tutorial", partII "Sound Synthesis", MIT Press (1996)
5) Shinjo, K. and Sasada, T.: "Hamiltonian Systems with Many Degrees of Freedom: Asymmetric Motion and Intensity of Motion in Phase Space". Phys. Rev., Vol.E54, p.4686 (1996).
6) Shinjo, K., Shimogawa, S., Yamada, J. and Oida, K.: "Strategy of Designing Routing Algorithms Based on Ideal Routings", International Journal of Modern Physics C, Vol.10, pp.1-32 (1999)
7) 新上和正：「高次元アルゴリズム」，bit Vol.7, pp.2-8 共立出版 (1999)
8) Smith, J.O.: "Physical Modeling Synthesis Update", Computer Music Journal, Vol.20:2, pp.44-56 (1996)
9) Robel, A.: "Synthesizing Natural Sounds Using Dynamic Models of Sound Attractors", Computer Music Journal, Vol.25:2, pp.46-61 (2001)
10) Polotti, P. and Evangelista, G: "Fractal Additive Synthesis via Harmonic-Band Wavelets", Computer Music Journal, Vol.25:3, pp.22-37 (2001)